

**PENJADWALAN IDENTICAL PARALELL MACHINE MENGGUNAKAN METODE SUGGESTED ALGORITHM DAN BRANCH AND BOUND UNTUK MEMINIMASI MAKESPAN PADA PROSES INJECTION MOLDING DI CV. GRADIENT**

**IDENTICAL PARALELL MACHINE SCHEDULING ON INJECTION MOLDING PROCESS USING SUGGESTED ALGORITHM AND BRANCH AND BOUND METHOD TO MINIMIZE MAKESPAN AT CV. GRADIENT**

Murazky Hengki Riaja<sup>1</sup>, Pratyta Poeri Suryadhini<sup>2</sup> and Ayudita Oktafiani<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Prodi S1 Teknik Industri, Fakultas Rekayasa Industri, Universitas Telkom

<sup>1</sup>[hengkiriaja@student.telkomuniversity.ac.id](mailto:hengkiriaja@student.telkomuniversity.ac.id), <sup>2</sup>[pratyta@telkomuniversity.ac.id](mailto:pratyta@telkomuniversity.ac.id),

<sup>3</sup>[ayuditaoktafiani@telkomuniversity.ac.id](mailto:ayuditaoktafiani@telkomuniversity.ac.id)

---

**Abstrak**

Pada perusahaan yang bergerak di bidang manufaktur, sistem produksi merupakan suatu aspek penting dalam merencanakan dan mengendalikan produksi suatu perusahaan. Agar memiliki sistem produksi yang baik perusahaan perlu melakukan perencanaan dan pengendalian produksi yang baik pula. Salah satu perencanaan dan pengendalian produksi adalah penjadwalan. Perusahaan perlu melakukan penjadwalan yang baik agar dapat memproduksi *job* atau pesanan *customer* dengan tepat waktu. CV. Gradient adalah perusahaan manufaktur dibidang injeksi plastik yang memproduksi berbagai jenis plastik. Berdasarkan Data Produksi Mingguan Bulan November 2018, perusahaan mengalami keterlambatan produksi sebanyak 2023 *part* dari total 26700 *part* yang dipesan oleh *customer*. Metode penjadwalan yang digunakan oleh perusahaan adalah *Random Method*. Keterlambatan produksi disebabkan karena perusahaan belum menerapkan metode penjadwalan yang baik sehingga menyebabkan *makespan* produksi yang panjang yaitu 50,42 jam. *Makespan* produksi yang panjang disebabkan karena pembebanan (*load*) mesin yang kurang merata untuk memproduksi *job* yang ada pada perusahaan. Pada penelitian ini digunakan LPT (*Longest Processing Time*) sebagai *initial solution* dari *Suggested Algorithm* dan algoritma *Branch and Bound* sebagai penjadwalan usulan untuk meminimasi *makespan* produksi di CV. Gradient. Berdasarkan hasil dari penjadwalan usulan menggunakan metode *Branch and Bound* dan *Suggested Algorithm*, pembebanan (*load*) mesin menjadi lebih merata dan didapati total *makespan* produksi yang lebih singkat dari metode penjadwalan perusahaan yaitu 41,25 jam untuk metode *Branch and Bound* dan 42,22 jam untuk metode *Suggested Algorithm*. Sebagai tambahan, penjadwalan metode *Suggested Algorithm* mempunyai total waktu *tardy job* yang lebih singkat yaitu 9,58 jam dibandingkan penjadwalan metode *Branch and Bound* yaitu 9,59 jam dan penjadwalan perusahaan yaitu 12,44 jam. Total kuantitas *part* yang terlambat diproduksi pada penjadwalan metode *Branch and Bound* mempunyai jumlah yang paling sedikit yaitu 1448 *pieces* dibandingkan dengan metode *Suggested Algorithm* yaitu 1647 *pieces* dan metode perusahaan yaitu 2023 *pieces*.

**Kata Kunci :** *Makespan, First Come First Served, Longest Processing Time, Suggested Algorithm, Tardy Job.*

---

**Abstract**

*In manufacturing companies, production systems are an important aspect of planning and controlling the production of a company. In order to have a good production system the company needs to do good production planning and control. One of planning and controlling production is scheduling. Companies need to do good scheduling to produce their job or customer orders on time. CV. Gradient is a manufacturing company in the field of plastic injection that produces various types of plastics. Based on the weekly production Data of November 2018, the company experienced a delay in production of 2023 part of a total of 26700 parts booked by the customer. The scheduling method used by the company is Random Method. Production retarding is due to the company having not implemented a good scheduling method, causing a long production makespan of 50.42 hours. Long production makespan is caused by the load of the machine is less equitable to produce the job in the company. In this research, LPT (Longest Processing Time) is used as an initial solution from Suggested Algorithm and Branch and Bound algorithm as a scheduling proposal to minimize production makespan in CV. Gradient. Based on the results of scheduling proposals using the Branch and Bound method and Suggested Algorithm, the loading of the machine is more evenly distributed and the total makespan of production is shorter than the company scheduling method, 41.25 hours for the Branch and Bound method and 42.22 hours for Suggested Algorithm method. In addition, scheduling the Suggested Algorithm method has a shorter total tardy job time of 9.58 hours compared to the scheduling of the Branch and Bound method of 9.59 hours and company scheduling of 12.44 hours. The total quantity of late parts produced in scheduling the*

*Branch and Bound method has the least amount of 1448 pieces compared to the Suggested Algorithm method of 1647 pieces and the company's method of 2023 pieces.*

**Keywords :** *Makespan, First Come First Served, Longest Processing Time, Suggested Algorithm, Tardy Job.*

## 1. Pendahuluan

### 1.1 Latar Belakang

Persaingan dalam dunia industri manufaktur saat ini sangat signifikan. Semua perusahaan bersaing untuk memberikan yang terbaik untuk konsumennya. Peningkatan efisiensi sangat diperlukan perusahaan untuk meningkatkan performansi perusahaan, baik dari segi biaya maupun waktu [1]. Salah satu bentuk untuk meningkatkan performansi perusahaan adalah pengendalian dan perencanaan produksi. Perencanaan dan pengendalian produksi berfungsi sebagai aktivitas merencanakan dan mengendalikan material masuk dalam sistem produksi yang mengalir dalam sistem produksi dan keluar dari sistem produksi sehingga permintaan dapat dipenuhi dengan jumlah, waktu dan biaya produksi yang tepat [5]. Salah satu elemen yang terdapat dalam perencanaan dan pengendalian produksi adalah penjadwalan.

Penjadwalan merupakan pengalokasian sejumlah sumber daya (*resource*) untuk melakukan sejumlah job atau operasi dalam jangka waktu tertentu dan merupakan proses pengambilan keputusan yang berperan penting dalam bidang industri manufaktur dan jasa yang memiliki tujuan dan sasaran perusahaan lebih optimal [1]. Penjadwalan produksi merupakan salah satu tahap penting sebelum memulai kegiatan produksi dan waktu penyelesaian produk patut diperhitungkan oleh perusahaan. Keterlambatan produksi dapat menimbulkan kerugian bagi perusahaan karena dapat mengurangi kepercayaan pelanggan terhadap perusahaan sehingga pendapatan perusahaan akan semakin berkurang. Apabila produk dapat diselesaikan terlalu awal dari *due date* yang telah ditetapkan, maka biaya simpan juga akan bertambah, sehingga penjadwalan yang optimal dapat diterapkan perusahaan untuk mendapatkan keuntungan yang sebesar-besarnya.

CV. Gradient merupakan badan usaha swasta yang bergerak dibidang manufaktur yang menyediakan jasa *machining* dan pembuatan produk terutama dalam pembuatan produk berbahan dasar plastik seperti *grip* panjang untuk kendaraan bermotor, *cones* sebagai tempat gulungan benang dan produk lainnya. Dalam sehari CV. Gradient memproduksi kurang lebih 3000 sampai 4000 produk dengan berbagai varian ukuran dan jumlah produk yang dipesan oleh *customer*. Perusahaan terus meningkatkan kualitas produknya agar dapat bersaing dengan perusahaan lain dan meningkatkan keuntungan sehingga membuat CV. Gradient mempunyai kemampuan untuk membuat pekerjaan yang memiliki tingkat kesulitan lebih tinggi dan berusaha mencapai target pengiriman pekerjaan tepat waktu.

Tabel 1 Data Keterlambatan Produksi Mingguan Bulan November 2018

Job	Part Name	Cycle Time	Quantity	Total Detik	Total Menit	Total Jam	Due Date (hours)	Actual Created (pcs)	Not Created (pcs)
1	HKVB2-425	21	2000	42000	700	11.67	38	2000	-
2	HK592-400	24	2100	50400	840	14	38	2100	-
3	HK932-400	24	2000	48000	800	13.33	36	2000	-
4	HKZKL2-425	20	2500	50000	833.33	13.89	39	2500	-
5	HKWB2-400	20	2500	50000	833.33	13.89	39	2500	-
6	HK932-425	25	1500	37500	625	10.42	38	1500	-
7	HK152-400	21	2000	42000	700	11.67	38	2000	-
8	HK182-400	20	2100	42000	700	11.67	39	2100	-
9	HKWN2-400	24	2000	48000	800	13.33	36	1837	163
10	S4272-400	23	1500	34500	575	9.58	38	1500	-
11	S4292-400	23	1500	34500	575	9.58	38	1500	-
12	S4402-400	22	2500	55000	916.67	15.28	40	2345	155
13	S2463-400	22	2500	55000	916.67	15.28	40	795	1705
								Total	2023

Berdasarkan tabel 1 dapat dilihat bahwa CV. Gradient belum mampu memenuhi pesanan *customer*. Terdapat keterlambatan produksi yaitu pada 3 *job* yang belum mencapai target produksi. Keterlambatan ini disebabkan karena CV. Gradient belum melakukan penjadwalan produksi yang baik. Dalam penerapan produksi produk plastik yang dilakukan oleh CV. Gradient tidak menggunakan prioritas pengerjaan *job*, namun pengerjaan aktual *job* yang datang terlebih dahulu langsung dikerjakan. Algoritma penjadwalan yang dilakukan oleh perusahaan yaitu *Random Method* mengalami keterlambatan proses produksi karena terjadi pembebanan (*load*) mesin yang tidak merata pada 4 mesin injection molding. *Load* atau pembebanan mesin yang tidak merata pada penjadwalan perusahaan menyebabkan *makespan* (waktu

penyelesaian) yang panjang. Apabila *makespan* terlalu besar dikhawatirkan *job* yang dikerjakan melewati *due date* yang telah ditentukan.

Dalam penelitian ini akan dibahas mengenai usulan penjadwalan produksi pada empat mesin *injection molding* yang diharapkan dapat meminimasi *makespan*. Minimasi *makespan* yaitu meminimumkan panjang waktu keseluruhan operasi dalam proses secara lengkap [7]. Minimasi *makespan* cenderung menghasilkan *idle time* yang pendek, persediaan barang setengah jadi rendah dan utilitas mesin tinggi [7]. Karena masalah yang timbul di perusahaan adalah pemenuhan order yang dirasakan cukup lama dan pembebanan (*load*) mesin yang tidak merata, maka ukuran yang digunakan adalah mendapatkan *makespan* terkecil. Usulan penjadwalan produksi dilakukan dengan melakukan pengujian metode penjadwalan yang akan menghasilkan *output* total *makespan* dari metode yang diuji. Setelah melakukan pengujian dan didapatkan *output* total *makespan* yang lebih cepat dari metode yang digunakan perusahaan saat ini, perusahaan diharapkan mampu meningkatkan produktivitas produksinya sehingga perusahaan dapat menghasilkan lebih banyak produk yang diproduksi dan dapat meminimalisir permasalahan di CV. Gradient yang sudah dijelaskan sebelumnya.

Maka dari itu berdasarkan permasalahan yang terjadi penelitian ini bertujuan untuk menentukan urutan pekerjaan yang optimal sehingga dapat mereduksi *makespan* produksi dengan melakukan pengujian metode *Branch and Bound* dan *Suggested Algorithm* selanjutnya membandingkan hasil yang didapatkan antara penjadwalan perusahaan dan penjadwalan usulan yang diterapkan.

## 2. Dasar Teori dan Metodologi

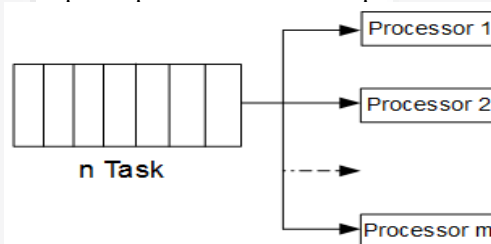
CV. Gradient mengalami kesulitan dalam menentukan prioritas pekerjaan atau *job* yang akan dikerjakan untuk bisa menyelesaikan proses produksinya. *Makespan* produksi yang panjang terjadi karena metode penjadwalan yang digunakan perusahaan belum mampu menentukan pembebanan (*load*) mesin yang merata. Dalam penelitian ini akan dilakukan penjadwalan  $n$  *job*  $m$  *machine parallel* menggunakan algoritma LPT (*Longest Processing Time*) sebagai *initial solution*, metode *Suggested Algorithm* dan metode *Branch and Bound* sebagai penjadwalan usulan dalam rangka untuk meminimasi *makespan* di CV. Gradient. Metode usulan tersebut dipakai karena dapat menentukan prioritas *job* mana yang akan diseleksi dan menentukan pembebanan mesin yang merata untuk setiap mesin. Penjadwalan usulan akan dibandingkan dengan penjadwalan yang ada di perusahaan untuk mendapatkan total *makespan* yang lebih singkat sebagai *output* dari penelitian ini..

### 2.1 Penjadwalan

Penjadwalan dapat diartikan sebagai pengalokasian sejumlah sumber daya (*resource*) untuk melakukan sejumlah tugas atau operasi dalam jangka waktu tertentu dan merupakan proses pengambilan keputusan yang peranannya sangat penting dalam industri manufaktur dan jasa yaitu mengalokasikan sumber-sumber daya yang ada agar tujuan dan sasaran perusahaan lebih optimal [1].

### 2.2 Pengurutan $n$ Pekerjaan Terhadap $m$ Mesin Paralel

Pada  $n$  buah pekerjaan dapat beroperasi pada  $m$  buah mesin / processor.



Gambar 1 Penjadwalan Paralel

Pada gambar 1 masing-masing *job* hanya dikerjakan oleh 1 mesin [7].

### 2.3 Penjadwalan dengan metode LPT (*Longest Processing Time*)

Metode *Longest Processing Time* (LPT) adalah salah satu metode penjadwalan yang memberikan prioritas tertinggi pada waktu penyelesaian *job* paling lama diselesaikan dari beberapa *job* yang diterima perusahaan oleh customer. Aturan ini memiliki tujuan untuk meminimasi *makespan*. Algoritma LPT sebagai berikut [7]:

a. Mengurutkan semua *job* yang ada berdasarkan waktu proses terpanjang (*Longest Processing Time*). Setelah semua *job* selesai diurutkan, *job* yang memiliki waktu terpanjang ditempatkan pada urutan yang pertama.

- b. Mengurutkan masing-masing *job* menurut waktu proses terpanjang pada masing-masing mesin berdasarkan aturan waktu proses terpendek.  
 c. Mengurutkan pada masing-masing mesin dibalik sesuai dengan aturan waktu proses terpendek.

#### 2.4 Parallel Machines Scheduling

Tujuan penjadwalan mesin adalah untuk menetapkan pekerjaan ke mesin berdasarkan fungsi tujuan terkait untuk meminimalkan *makespan* dan meningkatkan produktivitas [11]. Penjadwalan mesin paralel adalah tugas menentukan kapan setiap operasi harus memulai dan menyelesaikan pekerjaan pada setiap mesin yang menggunakan sumber daya dengan cara yang efisien untuk mengerjakan *job* atau tugas pada mesin [6]. Penjadwalan mesin paralel dapat identik (*uniform*) atau tidak identik, namun untuk *identical parallel machines* merupakan mesin yang mempunyai *speed factor* yang sama dan semua mesin dapat memproses semua *job* yang dipesan *customer* [6].

#### 2.5 Suggested Algorithm

Merupakan algoritma yang dikembangkan dan didasarkan pada dua jenis operasi yaitu *construction* dan *backtracking* [6]. Beban (*load*) mesin ditentukan secara berurutan untuk setiap mesin. Oleh karena itu potensi beban mesin ( $i$ ) dengan ( $1 < i \leq m$ ) tergantung pada beban mesin sebelumnya, kemudian beban pada mesin berlanjut sampai menugaskan pekerjaan terakhir. Asumsikan  $C_{max}$  merupakan solusi yang layak saat ini dan solusi optimal yang belum dieksplorasi, maka nilai  $C_{max}$  tidak lebih besar ( $C_{max} - 1$ ) pada kasus *integer processing times*, sehingga [6]:

$$UB = C_{max} - 1 \quad (1)$$

$UB$  merupakan *upper bound* atau batas atas untuk beban semua mesin pada solusi layak (*feasible solution*) yang harus diinvestigasi lebih lanjut.

$$LB = \max \{0, \sum_{j=1}^N p_{j-(m-1)UB}\} \quad (2)$$

$LB$  merupakan *lower bound* atau batas bawah untuk beban semua mesin pada solusi layak (*feasible solution*). Pada persamaan 2 menyatakan bahwa jika semua mesin kecuali satu memiliki total beban yang sama dengan batas atas, maka beban yang tersisa adalah batas bawah. Untuk memastikan bahwa beban pada mesin apapun layak, beban total pada mesin harus berada di antara batas bawah dan atas yang dapat dilihat pada persamaan (3).

$$LB \leq \sum_{j=1}^n p_j k_j \leq UB \quad (3)$$

$k_j$  merupakan *integer* dan  $j = 1, \dots, n$ .

##### - Construction phase

Dalam fase konstruksi, untuk melakukan pembebanan mesin satu per satu dilakukan dengan menentukan urutan *lexicographical* yang juga dikenal sebagai urutan kamus atau urutan alfabet. Solusi terbesar dalam urutan leksikografis untuk ( $n$ ) jenis pekerjaan diberikan oleh persamaan (4) dan (5).

$$k_1 = \min \left\{ \left\lfloor \frac{UB}{p_1} \right\rfloor, r_1 \right\} \quad (4)$$

$$k_j = \min \left\{ \left\lfloor \frac{UB - \sum_{h=1}^{j-1} p_h k_h}{p_j} \right\rfloor, r_j \right\}, j=2, \dots, n. \quad (5)$$

Kelayakan beban diperiksa pada persamaan (3). Jika konstruksi berhasil (semua mesin dimuat dan semua kondisi terpenuhi), batas atas dan batas bawah diperbarui.

##### - Backtracking phase

Untuk mencari solusi optimal, *backtracking phase* diterapkan ketika terdapat salah satu situasi seperti:

1. Ketika beban mesin tidak layak (tidak dapat memenuhi persamaan (3)).
2. Ketika solusi layak yang baru telah ditemukan untuk semua mesin (memperbarui *makespan*).

Jika beban mesin tidak memenuhi persamaan (3) diatas, maka tidak ada solusi yang layak untuk batas atas dan *makespan* yang optimal sama dengan batas atas sebelumnya yang dilambangkan dengan  $C_{max}^*$  sehingga:

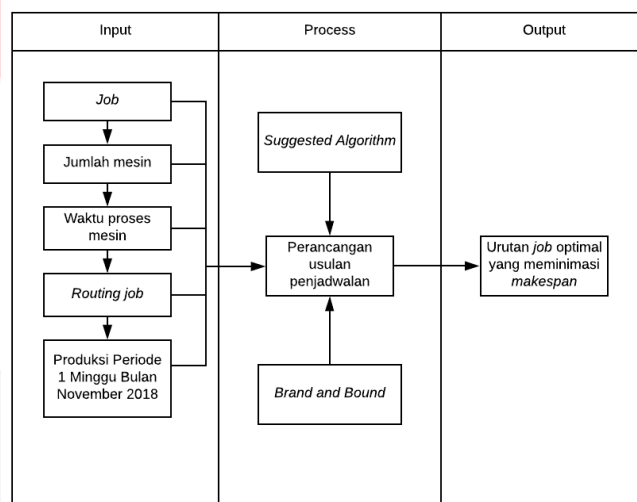
$$C_{max}^* = UB + 1 \quad (6)$$

**2.6 Branch and Bound**

*Branch and Bound* adalah salah satu algoritma untuk mencari solusi optimal dari berbagai masalah optimasi *linear programming* yang diperkenalkan pertama kali oleh A.H. Land dan A.G. Doig pada tahun 1960. Metode *Branch and Bound* mempunyai prinsip dasar yaitu memecah daerah fisibel dari masalah linear dengan membuat berbagai sub problem. Daerah fisibel linear programming adalah daerah yang memenuhi semua kendala linear programming. Terdapat dua konsep penggunaan metode *Branch and Bound* yaitu:

1. *Branching* adalah proses membagi-bagi permasalahan menjadi banyak *sub problem* yang mengarah ke solusi.
2. *Bounding* adalah suatu proses mencari batas atas dan batas bawah untuk solusi optimal pada *sub problem* yang mengarah ke solusi.

**2.7 Metodologi Penelitian**

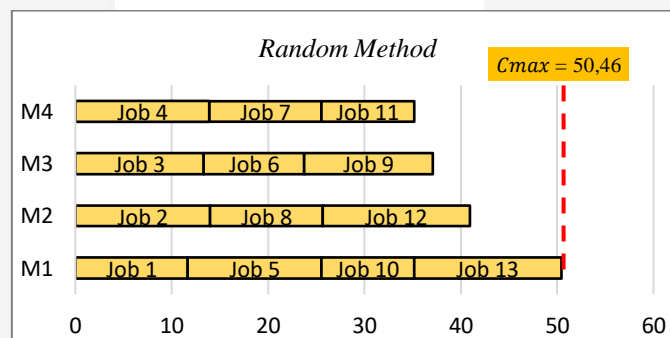


Gambar 2 Metodologi Penelitian

**3. Pembahasan**

**3.1 Penjadwalan Perusahaan**

Metode penjadwalan yang diimplementasikan oleh CV. Gradient adalah *Random Method*. 13 job datang pada waktu yang sama dan *job* tersebut dikerjakan berdasarkan urutan dari pesanan yang datang secara bersamaan tersebut.



Gambar 3 Gantt Chart Penjadwalan Perusahaan

Berdasarkan Gambar 3 didapatkan *makespan* sebesar 181.500 detik atau 50.42 jam untuk menyelesaikan seluruh *job* yang ada. Pembebanan (*load*) mesin tidak merata karena  $\Delta C$  ( $C_{max} - C_i$ ) penjadwalan perusahaan relatif panjang yaitu pada rentang waktu 0 sampai 15,28 jam.

**3.2 Penjadwalan Algoritma LPT**

*Load* (beban) pada setiap mesin :

$$C_1 = P_{12} + P_1 + P_8 = 55000 + 42000 + 42000 = 139000$$

$$C_2 = P_{13} + P_3 + P_{10} + P_{11} = 55000 + 48000 + 34500 + 34500 = 172000$$

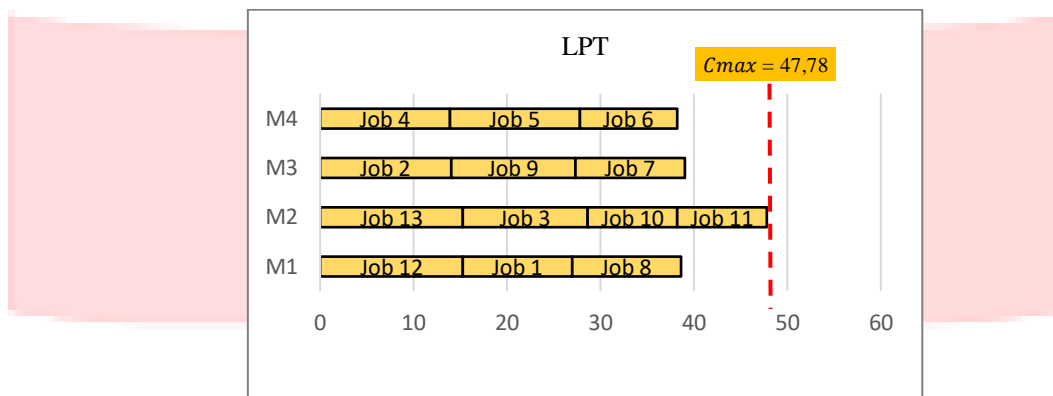
$$C_3 = P_2 + P_9 + P_7 = 50400 + 48000 + 42000 = 140400$$



$$C_4 = P4 + P5 + P6 = 50000 + 50000 + 37500 = 137500$$

$$C_{max} = \max\{C_i : i = 1, 2, 3, 4\} \rightarrow C_{max} = \max\{C_1, C_2, C_3, C_4\}$$

$$C_{max} = \max\{139000, 172000, 140400, 137500\} \rightarrow C_{max} = 172000$$



Gambar 4 Gantt Chart Penjadwalan LPT

Berdasarkan Gambar 4 didapatkan *makespan* sebesar 172000 detik atau 47,78 jam untuk menyelesaikan seluruh *job* yang ada.

### 3.3 Penjadwalan Suggested Algorithm

Untuk memproduksi 13 *job* yang ada didapatkan total jumlah iterasi pada penjadwalan usulan berjumlah 4 iterasi. Perhitungan menggunakan aturan dari metode *suggested algorithm* yaitu *construction phase* dan *backtracking phase*.

#### a. Iterasi Pertama

Pada iterasi pertama ( $t = 1$ ) menggunakan *Suggested Algorithm* didapatkan nilai UB (*Upper Bound*) adalah 172000. Nilai LB (*Lower Bound*) adalah 72900. Nilai *load* untuk masing-masing mesin pada iterasi pertama adalah sebagai berikut :

- *Load* ( $C_1$ ) untuk mesin 1 ( $i = 1$ ) sebesar 160400.
- *Load* ( $C_2$ ) untuk mesin 2 ( $i = 2$ ) sebesar 148000.
- *Load* ( $C_3$ ) untuk mesin 3 ( $i = 3$ ) sebesar 169500.
- *Load* ( $C_4$ ) untuk mesin 4 ( $i = 4$ ) sebesar 111000.

Didapatkan  $C_{max}$  dari iterasi pertama yaitu 169500. Karena *load* semua mesin masih memenuhi persamaan  $LB \leq \sum_{j=1}^n p_j k_j \leq UB$  perhitungan dilanjutkan ke iterasi yang berikutnya.

#### b. Iterasi Kedua

Pada iterasi kedua ( $t = 2$ ) menggunakan *Suggested Algorithm* didapatkan nilai UB (*Upper Bound*) adalah 165900. Nilai LB (*Lower Bound*) adalah 91200. Nilai *load* untuk masing-masing mesin pada iterasi kedua adalah sebagai berikut :

- *Load* ( $C_1$ ) untuk mesin 1 ( $i = 1$ ) sebesar 160400.
- *Load* ( $C_2$ ) untuk mesin 2 ( $i = 2$ ) sebesar 148000.
- *Load* ( $C_3$ ) untuk mesin 3 ( $i = 3$ ) sebesar 132000.
- *Load* ( $C_4$ ) untuk mesin 4 ( $i = 4$ ) sebesar 148500.

Didapatkan  $C_{max}$  dari iterasi kedua yaitu 160400. Karena *load* semua mesin masih memenuhi persamaan  $LB \leq \sum_{j=1}^n p_j k_j \leq UB$  perhitungan dilanjutkan ke iterasi yang berikutnya.

#### c. Iterasi Ketiga

Pada iterasi ketiga ( $t = 3$ ) menggunakan *Suggested Algorithm* didapatkan nilai UB (*Upper Bound*) adalah 156800. Nilai LB (*Lower Bound*) adalah 118500. Nilai *load* untuk masing-masing mesin pada iterasi ketiga adalah sebagai berikut :

- *Load* ( $C_1$ ) untuk mesin 1 ( $i = 1$ ) sebesar 152000.
- *Load* ( $C_2$ ) untuk mesin 2 ( $i = 2$ ) sebesar 150400.
- *Load* ( $C_3$ ) untuk mesin 3 ( $i = 3$ ) sebesar 138000.
- *Load* ( $C_4$ ) untuk mesin 4 ( $i = 4$ ) sebesar 148500.

Didapatkan  $C_{max}$  dari iterasi ketiga yaitu 152000. Karena *load* semua mesin masih memenuhi persamaan  $LB \leq \sum_{j=1}^n p_j k_j \leq UB$  perhitungan dilanjutkan ke iterasi yang berikutnya.

## d. Iterasi Keempat

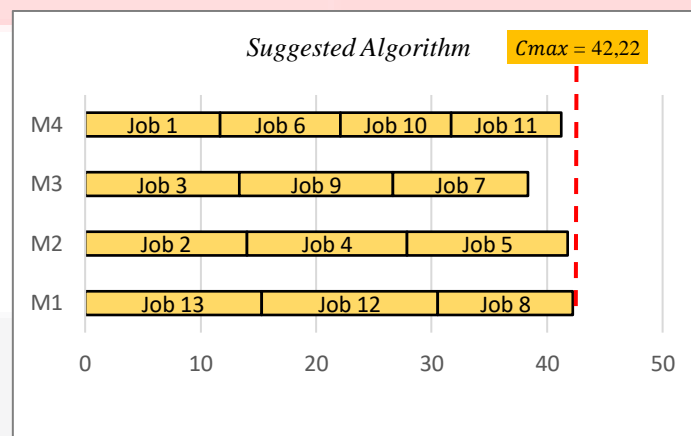
Pada iterasi keempat ( $t = 4$ ) menggunakan *Suggested Algorithm* didapatkan nilai UB (*Upper Bound*) adalah 148400. Nilai LB (*Lower Bound*) adalah 143700. Nilai *load* untuk masing-masing mesin pada iterasi keempat adalah sebagai berikut :

- *Load* ( $C_1$ ) untuk mesin 1 ( $i = 1$ ) sebesar 147500.
- *Load* ( $C_2$ ) untuk mesin 2 ( $i = 2$ ) sebesar 148400.
- *Load* ( $C_3$ ) untuk mesin 3 ( $i = 3$ ) sebesar 140000.
- *Load* ( $C_4$ ) untuk mesin 4 ( $i = 4$ ) sebesar 118500.

Didapatkan  $C_{max}$  dari iterasi keempat yaitu 148400. Karena *load* pada mesin 4 yaitu  $C_4 = 118500$  tidak memenuhi persamaan  $LB \leq \sum_{j=1}^n p_j k_j \leq UB$ , maka perhitungan berhenti. Sehingga solusi optimal dari metode *Suggested Algorithm* yaitu  $C^*_{max} = UB$  iterasi terakhir + 3600

$$C^*_{max} = 148400 + 3600 \rightarrow C^*_{max} = 152000.$$

Nilai  $C^*_{max}$  atau solusi optimal adalah 152000 detik atau 42,22 jam.

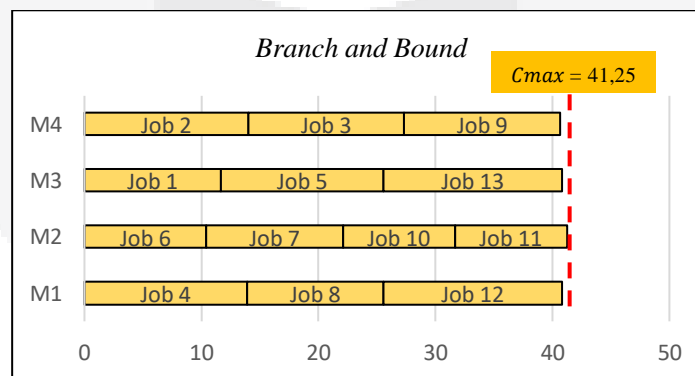


Gambar 5 Gantt Chart Penjadwalan Usulan *Suggested Algorithm*

Berdasarkan Gambar 5 didapatkan *makespan* sebesar 152000 detik atau 42,22 jam untuk menyelesaikan seluruh *job* yang ada. Penurunan persentase *makespan* disebabkan oleh pembebanan (*load*) mesin lebih merata karena  $\Delta C$  ( $C_{max} - C_i$ ) penjadwalan usulan relatif singkat yaitu pada rentang waktu 0 sampai 3,89 jam.

### 3.4 Penjadwalan *Branch and Bound*

Langkah pertama yaitu membuat model matematika, selanjutnya solusi optimasi dicari untuk menentukan panjang *makespan* yang baru menggunakan metode *Branch and Bound*. Pencarian solusi optimasi dilakukan melalui *software* LINGO 11. Dari hasil *running software* LINGO 11 menggunakan metode *branch and bound* didapatkan panjang *makespan* yang baru yaitu 148.000 detik atau 41,25 jam. Total iterasi yaitu 107.552 iterasi. *Gantt Chart* penjadwalan menggunakan metode *Branch and Bound* dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6 Gantt Chart Penjadwalan Usulan *Branch and Bound*

Pada Gambar 6 didapatkan *makespan* yaitu 41,25 jam. Penggunaan metode penjadwalan *Branch and Bound* mempunyai *makespan* yang paling singkat dan pembebanan (*load*) mesin yang lebih merata

dibandingkan dengan metode penjadwalan perusahaan dan *Suggested Algorithm* karena  $\Delta C$  ( $C_{max} - C_i$ ) penjadwalan *Branch and Bound* relatif pendek yaitu pada rentang waktu 0 sampai 0,59 jam.

#### 4. Kesimpulan

Penelitian ini mengimplementasikan metode *Branch and Bound* sebagai penjadwalan usulan untuk meminimasi *makespan* produksi pada 13 *job* yang diproduksi oleh 4 mesin paralel di CV. Gradient. Setelah dilakukan perhitungan menggunakan *Suggested Algorithm* dan *Branch and Bound* didapatkan urutan (*sequence*) yang baru sebagai penjadwalan usulan. Urutan *job* dari penjadwalan metode *Suggested Algorithm* sebagai berikut:

M1 : 13, 12, 8. M2 : 2, 4, 5. M3 : 3, 9, 7. M4 : 1, 6, 10, 11.

Urutan *job* dari penjadwalan metode *Branch and Bound* sebagai berikut:

M1 : 4, 8, 12. M2 : 6, 7, 10, 11. M3 : 1, 5, 13. M4 : 2, 3, 9.

Dari hasil perbandingan yang didapatkan, penjadwalan yang dilakukan oleh perusahaan menghasilkan *makespan* yaitu 50,42 jam, sedangkan *makespan* penjadwalan metode *Suggested Algorithm* yaitu 42,22 jam dan penjadwalan metode *Branch and Bound* yaitu 41,25 jam. Sebagai tambahan, penjadwalan metode *Suggested Algorithm* mempunyai total waktu *tardy job* yang lebih singkat yaitu 9,58 jam dibandingkan penjadwalan metode *Branch and Bound* yaitu 9,59 jam dan penjadwalan perusahaan yaitu 12,44 jam. Total kuantitas *part* yang terlambat diproduksi pada penjadwalan metode *Branch and Bound* mempunyai jumlah yang paling sedikit yaitu 1448 *pieces* dibandingkan dengan metode *Suggested Algorithm* yaitu 1647 *pieces* dan metode perusahaan yaitu 2023 *pieces*.

#### Daftar Pustaka

- [1] Baker, K. R., & Trietsch, D. 2009. *Principles Of Sequencing and Scheduling*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- [2] Behera, D. K., & Laha, D. 2012. *Comparison of Heuristics for Identical Parallel Machine Scheduling*. Advanced Materials Research. Vol. 488-489. pp 1708-1712.
- [3] C. H. Lin & C. Liao. 2008. *Minimizing Makespan on Parallel Machines with Machine Eligibility Restrictions*. The Open Operational Research Journal 2. pp 18-24.
- [4] Ciptomulyono, U. 2008. *Penjadwalan Produksi Pada Mesin Paralel Dalam Proses Pembuatan Produk Botol Kemasan*. Jurnal Teknik Industri. Vol 9. No 1. pp 68-79.
- [5] Eunike, et al.. 2018. *Perencanaan Produksi dan Pengendalian Persediaan*. Universitas Brawijaya Press: Malang
- [6] German, et al. 2016. *Scheduling to Minimize Makespan on Identical Parallel Machines*. International Journal of Scientific & Engineering Research. Vol 7.
- [7] Ginting, R. 2009. *Penjadwalan Mesin*. Graha Ilmu: Yogyakarta.
- [8] K. Jihene & Y. Harrath. 2014. *A Survey of Parallel Machine Scheduling Under Availability Constraints*. International Journal of Computer and Information Technology. Vol 3. issue 02.
- [9] M. L. Pinedo. 2011. *Scheduling (Theory, Algorithms and Systems)*. New York University – USA. Fourth Edition.
- [10] Qian, et al. 2012. *Recent Advances in Computer Science and Information Engineering*. Springer Science & Business Media. Volume 2.
- [11] Reghavendra & Murthy. 2011. *Workload Balancing in Identical Parallel Machines Scheduling Using Genetic Algorithm*. ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. Vol 6. No 1.
- [12] S. Edelkamp & S. Schrödl. 2011. *Heuristic Search: Theory and Applications*. Morgan Kaufmann: Massachusetts, USA.