

Simulasi Numerik Propagasi Gelombang Soliter Pada Bentuk Pantai Komposit

Tugas Akhir

diajukan untuk memenuhi salah satu syarat

memperoleh gelar sarjana

dari Program Studi S1 Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

1302154136

Indira Citra Widya



Program Studi Sarjana Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

Bandung

2019

LEMBAR PENGESAHAN

Simulasi Numerik Propagasi Gelombang Soliter Pada Bentuk Pantai Komposit

Numerical Simulation of Solitary Wave Propagation On Composite Beach

NIM : 1302154136

Indira Citra Widya

Tugas akhir ini telah diterima dan disahkan untuk memenuhi sebagian syarat memperoleh gelar pada Program Studi Sarjana Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

Bandung, 30 Juni 2019

Menyetujui

Pembimbing I



Dr. Didit Adytia, S.Si., M.Si.

NIP. 16830005

Ketua Program Studi
Sarjana Ilmu Komputasi,



Dr. Deni Saepudin, S.Si., M.Si.

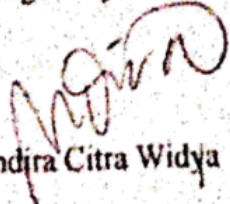
NIP: 99750013

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya, Indira Citra Widya, menyatakan sesungguhnya bahwa Tugas Akhir saya dengan judul Simulasi Numerik Propagasi Gelombang Soliter Pada Bentuk Pantai Komposit beserta dengan seluruh isinya adalah merupakan hasil karya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Saya siap menanggung resiko/sanksi yang diberikan jika di kemudian hari ditemukan pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam buku TA atau jika ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya,

Bandung, 30/06/2019

Yang Menyatakan



Indira Citra Widya

SIMULASI NUMERIK PROPAGASI GELOMBANG SOLITER PADA BENTUK PANTAI KOMPOSIT

NUMERICAL SIMULATION OF SOLITARY WAVE PROPAGATION ON COMPOSITE BEACH

Indira Citra Widya¹, Didit Adytia²

¹ School of Computing, Telkom University
Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Jalan Telekomunikasi 1, Bandung
E-mail: adytia@telkomuniversity.ac.id

Diterima tanggal:, diterima setelah perbaikan:, disetujui tanggal:

ABSTRAK

Propagasi dan *runup* gelombang tsunami telah menjadi topik riset yang sangat menarik sekaligus menantang bagi peneliti dibidang pemodelan tsunami. Model gelombang dan implementasi numerik yang akurat namun efisien secara komputasi sangat diperlukan untuk mendesain suatu perangkat lunak untuk sistem peringatan dini tsunami. Tsunami pada umumnya adalah gelombang panjang sehingga untuk mempelajari propagasi gelombang tsunami, biasanya gelombang tsunami diasumsikan sebagai gelombang soliter. Pada artikel ini, akan digunakan model gelombang nonlinear, non-dispersif *Shallow Water Equations* (SWE). Model ini diimplementasikan secara numerik dengan metode *Finite Volume* dengan skema numerik *staggered grid*. Model dan implementasi numerik ini akan digunakan untuk mempelajari propogasi gelombang tsunami pada bentuk pantai yang kompleks, yaitu bentuk komposit. Keakuratan dari implementasi numerik di validasi dengan data eksperimen dari laboratorium hidrodinamika. Terdapat tiga kasus yang dilakukan, yaitu propagasi gelombang soliter pada dasar rata, dan propagasi gelombang soliter tidak pecah dan pecah pada bentuk pantai komposit. Hasil perbandingan menunjukkan bahwa hasil implementasi numerik bersesuaian dengan hasil dari eksperimen.

Kata kunci: Tsunami, gelombang soliter, *finite volume*, skema *staggered grid*, *Shallow Water Equations*

ABSTRACT

Propagation and runup of tsunami wave have been an interesting and challenging research topics for many researchers in a field of tsunami modelling. Wave model and its numerical implementation that is accurate as well as efficient in computation is needed in designing a software for tsunami early warning system. Tsunami in general, is categorized as a long wave, therefore to study the tsunami wave, the tsunami usually is assumed as a solitary wave. In this paper, we use the nonlinear, non-dispersive *Shallow Water Equations* (SWE) as the wave model. The model is implemented numerically by using finite volume method in a staggered grid scheme. The model and its numerical implementation is used to study the propagation of tsunami wave on a complex bathymetry, i.e. a composite beach. The accuracy of the numerical implementation is validated by comparing results of simulations with available experimental data from hydrodynamic laboratory. There are test three cases that are investigated, i.e. solitary wave propagation above a flat bottom, and propagation of non-breaking and breaking solitary wave above a composite beach. Results of comparison show a good agreement between numerical simulation with experimental data.

Keywords: Tsunami, solitary wave, finite volume, staggered grid, Shallow Water Equations

PENDAHULUAN

Gelombang tsunami biasanya terjadi akibat dari perpindahan kolom air yang terjadi secara tiba-tiba yang dapat disebabkan oleh aktivitas seismik, ledakan vulkanisme, tanah longsor di atas maupun dibawah air, dampak asteroid, atau metode meteorologi tertentu (Saelevik dkk, 2013). Fenomena gelombang tsunami, mulai dari saat pembangkitannya, kemudian berpropagasi ke daratan, sampai dengan menggenangi pantai dan dataran rendah, telah menjadi topik yang sangat menarik dan menantang sejak 30 tahun yang lalu

(Synolakis, 1987). Dikarenakan oleh dampak kerusakan yang terjadi didaerah pesisir pantai yang diakibat oleh gelombang tsunami, penelitian khususnya mengenai mekanisme penjalaran dan fenomena gelombang naik atau *wave runup* menjadi sangat penting, terutama dalam pembuatan peta mitigasi bencana oleh dampak tsunami.

Untuk mempelajari fenomena penjalaran gelombang tsunami, biasanya bentuk dari gelombang tsunami direpresentasikan oleh gelombang soliter. Gelombang soliter adalah gelombang yang memiliki satu puncak, dimana dalam perambatannya gelombang ini mempertahankan bentuk dan kecepatannya (Yuliawati dkk, 2018; Yuliawati dkk, 2019). Gelombang soliter terbentuk ketika efek dispersi dan efek nonlinearitas gelombang saling meniadakan (Yuliawati dkk, 2018). Pada praktisnya, gelombang soliter biasanya digunakan sebagai representasi bentuk sederhana dari gelombang tsunami. Berbagai penelitian dilakukan untuk mempelajari evolusi dari gelombang tsunami sebagai gelombang soliter telah dilakukan, baik secara eksperimen fisik pada laboratorium hidrodinamika (Synolakis, 1987), pemodelan analitik (Carrier & Greenspan, 1958), maupun simulasi numerik (Adytia & Groesen 2010; Adytia dkk, 2019). Synolakis (1987) melakukan banyak eksperimen fisik untuk mengetahui tinggi gelombang *runup* dari berbagai gelombang soliter. Saelevik dkk, 2013, mempelajari fenomena *runup* dari gelombang soliter pada bentuk pantai sederhana dan komposit dengan menggunakan model fisik pada laboratorium dan model numerik berdasarkan persamaan Navier-Stokes. Secara komputasi, pemecahan persamaan Navier Stokes membutuhkan daya komputasi yang cukup besar dibandingkan model gelombang lainnya seperti model Boussinesq (Adytia dkk., 2018; Tarwidi & Adytia, 2018).

Pada penelitian ini, propagasi gelombang soliter pada bentuk pantai komposit akan dipelajari secara numerik. Model gelombang yang akan digunakan adalah *Shallow Water Equations* (SWE) yang diimplementasikan secara numerik dengan metode *Finite Volume* menggunakan skema tipe *staggered grid* (Adytia dkk., 2019). Hasil dari simulasi numerik divalidasi dengan menggunakan data eksperimen fisik yang dilakukan oleh (Kânoğlu & Synolakis, 1998). Terdapat tiga kasus percobaan yang dilakukan, yaitu kasus penjalaran gelombang soliter pada dasar rata, kasus gelombang soliter yang tidak pecah dan kasus gelombang soliter yang pecah pada bentuk pantai komposit.

Struktur dari artikel ini adalah sebagai berikut. Pada Bab 2, akan dibahas secara detail tentang model SWE yang digunakan untuk mempelajari propagasi gelombang soliter dan implementasi numerik Finite Volume dengan skema *staggered grid*. Pada Bab 3, akan dibahas mengenai eksperimen fisik penjalaran gelombang soliter pada pantai komposit (*composite beach*) yang dilakukan oleh Kânoğlu & Synolakis (1998). Hal ini dilanjutkan rekonstruksi eksperimen fisik ini dengan menggunakan skema numerik yang diusulkan pada Bab 2. Pada Bab 4 akan dibahas mengenai kesimpulan dari artikel ini.

BAHAN DAN METODE

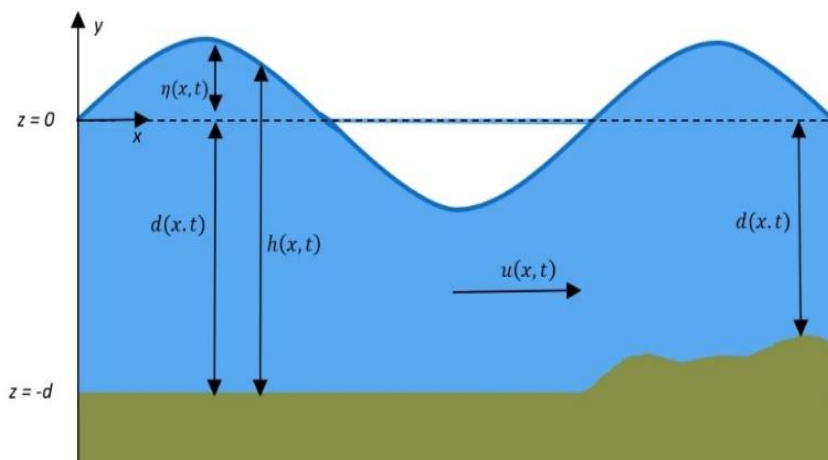
2.1 *Shallow Water Equations*

Pada umumnya, gelombang tsunami yang dibangkitkan oleh gempa tektonik termasuk dalam kategori gelombang panjang, yaitu dimana panjang gelombangnya jauh lebih panjang dibandingkan kedalaman air. *Shallow Water Equations* (SWE) adalah salah satu model gelombang sederhana yang bersifat nonlinear, namun non-dispersif, yang dapat merepresentasikan dinamika gelombang panjang seperti tsunami (Adytia dkk, 2019). Pada SWE, variasi vertikal pada lapisan vertikal fluida diasumsi kecil dan diabaikan, sehingga persamaan ini hanya bergantung kepada dimensi horizontal. Dikarenakan model ini mengabaikan efek dispersi, komputasi dari model SWE relatif lebih efisien jika dibandingkan dengan model yang lebih kompleks seperti tipe Boussinesq (Adytia dkk, 2019, Tarwidi & Adytia 2019) dan tipe Non-hydrostatic (Pudjaprastya dkk, 2017).

Berikut ini adalah deskripsi model SWE. Untuk penyederhanaan masalah, model pada artikel ini akan dibatasi menjadi masalah 1 dimensi (1D). Misalkan x , z , dan t menjadi koordinat horizontal, vertikal, dan waktu. Elevasi gelombang dan kecepatan arah horizontal dilambangkan dengan $\eta(x,t)$ dan $u(x,t)$ seperti diilustrasikan pada Gambar 1. SWE terdiri dari dua persamaan, yaitu persamaan kontinuitas dan persamaan momentum sebagai berikut

$$\partial_t h = -\partial_x(hu) \quad (1)$$

$$\partial_t u = -u \partial_x u - g \partial_x \eta - c_f \frac{u|u|}{h} \tag{2}$$

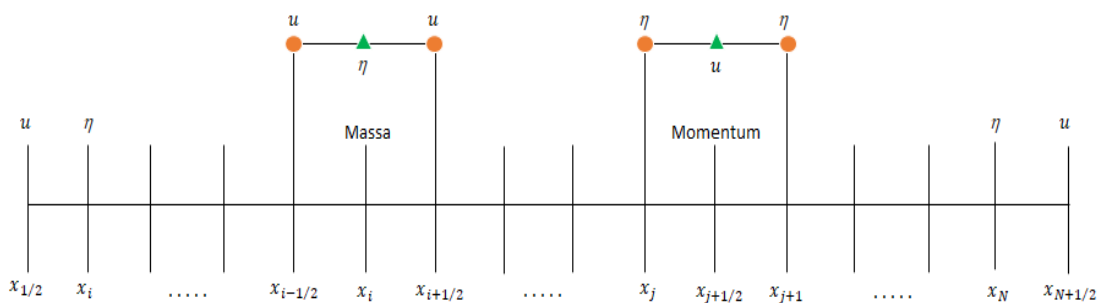


Gambar 1. Ilustrasi variabel untuk *Shallow Water Equations* (SWE)
 Figure 1. Illustration of variables for the *Shallow Water Equations*
 Sumber: Dokumen pribadi

dimana $d(x,t)$ didefinisikan sebagai kedalaman air yang diukur dari ketinggian air ($z = 0$), $h(x,t) = \eta(x,t) + d(x,t)$ sebagai total kedalaman dan g adalah percepatan gravitasi dengan $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, c_f menunjukkan koefisien untuk gesekan oleh dasar air. Ketika tidak terjadi pergerakan dasar air atau $\partial_t d = 0$, maka persamaan (1) dapat disederhanakan menjadi

$$\partial_t \eta + \partial_x(hu) = 0 \tag{3}$$

Dalam artikel ini, persamaan (2) dan (3) diimplementasikan secara numerik menggunakan *Finite Volume Method* (FVM) dengan skema *Staggered Grid*. Metode ini pertama kali diusulkan oleh Stelling & Duijn 2003, dan kemudian diaplikasikan pada beberapa model gelombang, seperti model non-hydrostatic (Pudjaprasetya dkk, 2017), dan model Boussinesq (Adytia dkk, 2018, Tarwidi & Adytia 2018). Untuk melakukan implementasi numerik dengan skema *staggered grid*, pertama-tama dilakukan diskritisasi pada grid horizontal dengan batas kiri dan batas kanan dilambangkan dengan L^- dan L^+ . Misalkan $x_i \in R$, dengan $i = 1, 2, \dots, N_x$, dinamakan sebagai *full-grid* dan $x_{i+1/2} \in R$, dengan $i = 1, 2, \dots, N_x$, dinamakan sebagai *half-grid* yang diilustrasikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Ilustrasi skema *Staggered-Grid*
 Figure 2. Illustration of *Staggered-Grid Scheme*
 Sumber: Dokumen pribadi

Diskritisasi dari dimensi waktu dinotasikan dengan n , sehingga $\eta_i^n \approx \eta(x_i, t^n)$ adalah nilai perkiraan untuk elevasi gelombang η pada *full-grid* x_i dan pada waktu t^n . Pada skema *staggered-grid*, elevasi

gelombang η berada di *full-grid*, sedangkan kecepatan horizontal ditempatkan pada *half-grid*. Pada Gambar 2, diilustrasikan susunan dari *staggered grid* untuk konservasi massa dan untuk konservasi momentum. Dengan melakukan pendekatan *forward time* pada diskritisasi waktu, dan pendekatan *second order* pada diskritisasi spasial, bentuk skema numerik dari persamaan (3) dituliskan pada *full-grid* yaitu sebagai berikut:

$$\frac{\eta_i^{n+1} - \eta_i^n}{\Delta t} + \frac{{}^*h_{i+1/2}^n u_{i+1/2}^n - {}^*h_{i-1/2}^n u_{i-1/2}^n}{\Delta x} = 0 \quad (4)$$

Perhatikan bahwa *h tidak didefinisikan baik pada *half-grid* maupun pada *full-grid*. Nilai *h adalah nilai perkiraan yang dihitung menggunakan metode *upwind* sebagai berikut :

$${}^*h_{i+1/2} = \begin{cases} h_i, & \text{jika } u_{i+1/2} \geq 0 \\ h_{i+1}, & \text{jika } u_{i+1/2} < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Definisi dari formula (5) menunjukkan bahwa jika gelombang bergerak ke arah kanan atau ($u_{i+1/2} \geq 0$), nilai *h diambil dari nilai h_i atau nilai di sebelah kiri. Jika gelombang bergerak ke arah kiri atau ($u_{i+1/2} < 0$), nilai *h diambil dari nilai h_{i+1} atau nilai di sebelah kanan. Untuk melakukan simulasi pergerakan dasar laut, seperti pada pembangkitan tsunami oleh longsor bawah laut (Adytia dkk 2019), bentuk diskritisasi dari persamaan (1) dapat ditulis menjadi sebagai berikut :

$$\eta_i^{n+1} = \eta_i^n - \Delta t \left(\frac{{}^*h_{i+1/2}^n u_{i+1/2}^n - {}^*h_{i-1/2}^n u_{i-1/2}^n}{\Delta x} \right) - (d_i^{n+1} - d_i^n) \quad (6)$$

Sedikit berbeda dari diskritisasi persamaan kontinuitas (6), diskritisasi dari persamaan momentum (2) dilakukan pada *half-grid* yang dapat dituliskan menjadi :

$$\frac{u_{i+1/2}^{n+1} - u_{i+1/2}^n}{\Delta t} + (uu_x)_{i+1/2}^n + g \frac{\eta_{i+1}^{n+1} - \eta_i^{n+1}}{\Delta x} + c_f \frac{u|u|}{h} \Big|_{i+1/2}^n = 0 \quad (7)$$

Suku paling kanan dalam persamaan (7) adalah suku gesekan nonlinear oleh dasar air yang dapat dituliskan menjadi :

$$c_f \frac{u|u|}{h} \Big|_{i+1/2}^n \approx c_f \frac{|u_{i+1/2}^n| u_{i+1/2}^{n+1}}{\bar{h}_{i+1/2}^n} \quad (8)$$

\bar{h} pada persamaan (8) adalah nilai rata-rata dalam *half-grid* dari total kedalaman air h yang dapat ditulis menjadi :

$$\bar{h}_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (h_i^n + h_{i+1}^n) \quad (9)$$

Pada persamaan (7), perhitungan secara khusus diberikan untuk suku adveksi $u\partial_x u$. Suku adveksi ini dihitung dengan menggunakan persamaan momentum horizontal $q = hu$, sehingga $u\partial_x u$ dapat ditulis menjadi :

$$u\partial_x u = \frac{1}{h} (\partial_x(qu) - u\partial_x q) \quad (10)$$

Karena \bar{h} selalu bernilai positif, yaitu terlihat dari persamaan (5), persamaan (10) pada waktu t^n dapat ditulis menjadi:

$$(uu_x)_{i+1/2} = \frac{1}{\bar{h}_{i+1/2}} \left(\frac{\bar{q}_{i+1} {}^*u_{i+1} - \bar{q}_i {}^*u_i}{\Delta x} - u_{i+1/2} \frac{\bar{q}_{i+1} - \bar{q}_i}{\Delta x} \right) \quad (11)$$

dimana

$$\bar{h}_{i+1/2} = \frac{1}{2}(h_i + h_{i+1}) \quad (12)$$

$$\bar{q}_i = \frac{1}{2}(q_{i+1/2} + q_{i-1/2}) \quad (13)$$

$$q_{i+1/2} = {}^*h_{i+1/2} u_{i+1/2} \quad (14)$$

Perhatikan bahwa kecepatan horizontal u didiskritkan pada *half-grid*, yaitu $u_{i+1/2}$. Analogi dengan pendekatan yang dilakukan untuk nilai *h , nilai untuk *u berada pada *full-grid*, dapat didekati menggunakan metode *upwind* sebagai berikut :

$${}^*u_i = \begin{cases} u_{i-1/2}, & \text{jika } \bar{q}_i \geq 0 \\ u_{i+1/2}, & \text{jika } \bar{q}_i < 0 \end{cases} \quad (15)$$

dimana \bar{q}_i diperoleh dari formula (13). Secara singkat, untuk permasalahan nilai awal dan pergerakan dasar laut, *Shallow Water Equations* (SWE) pada persamaan (1) dan (2) dapat diselesaikan dengan beberapa langkah berikut ini :

1. Untuk kondisi awal yang diberikan, yaitu elevasi gelombang η_0 , kecepatan awal arah horizontal u_0 , dan kedalaman dasar air $d(x, t)$, pertama-tama, dihitung pendekatan *upwind* untuk memperoleh nilai *h dengan formula (5).
2. Setelah memperoleh *h , selanjutnya diselesaikan persamaan kontinuitas (1) dengan cara menyelesaikan persamaan (6). Dari langkah ini, diperoleh elevasi gelombang dan total kedalaman untuk waktu $n + 1$, yaitu η_i^{n+1} dan h_i^{n+1} .
3. Dengan menggunakan hasil dari langkah (2) di atas yaitu η_i^{n+1} and h_i^{n+1} , dan kecepatan horizontal u_0 , akan dihitung persamaan momentum (2) dengan cara menyelesaikan persamaan (7). Untuk itu, suku adveksi pada persamaan (7) dihitung menggunakan persamaan (11) dan (12, 13, 14). Dari langkah ini, akan diperoleh kecepatan arah horizontal pada waktu $n + 1$ yaitu $u_{i+1/2}^{n+1}$.
4. Dengan diperolehnya η_i^{n+1} , h_i^{n+1} , dan $u_{i+1/2}^{n+1}$, nilai pada waktu selanjutnya dapat diperoleh dengan cara mengulangi langkah (1-3) sampai dengan waktu yang diinginkan.

Dengan menggunakan skema numerik di atas, pada artikel ini, akan disimulasikan propagasi gelombang soliter pada bentuk pantai komposit, seperti yang diusulkan oleh Kânoğlu & Synolakis (1998).

2.2 Eksperimen Gelombang Soliter Pada Pantai Komposit

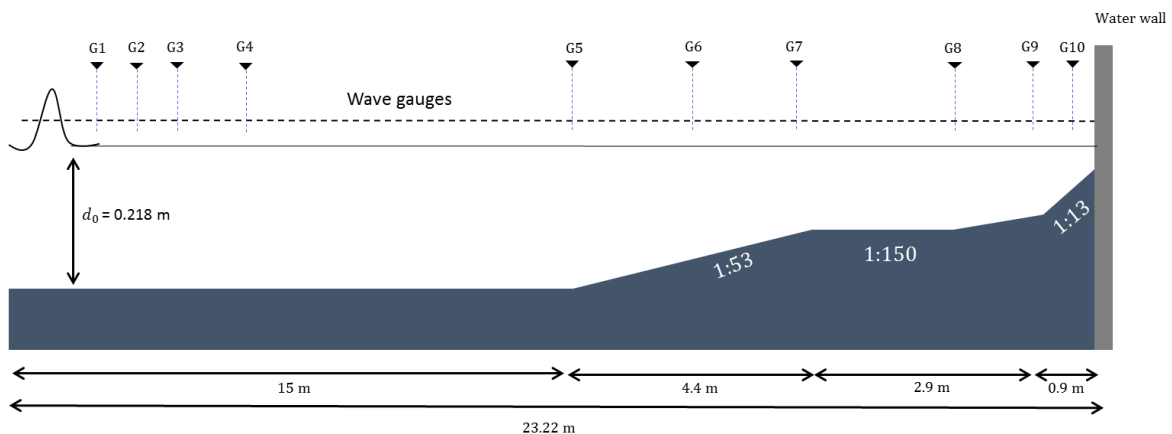
Fenomena propagasi dan *runup* dari gelombang soliter sangat penting untuk dipelajari terutama dalam hal perancangan model gelombang dan implementasi numerik untuk simulasi gelombang tsunami. Model gelombang ini perlu divalidasi sehingga dapat digunakan untuk sistem peringatan dini ataupun peramalan perambatan tsunami pada daerah-daerah yang berpotensi terjadinya bencana tsunami. Salah satu contoh kasus yang cukup menantang adalah propagasi gelombang soliter pada bentuk pantai komposit seperti yang di usulkan oleh Kânoğlu & Synolakis (1998). Eksperimen ini dilakukan oleh *U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station*. Ekperimen ini dilakukan untuk mempelajari gelombang soliter yang menjalar pada pantai Revere yang berlokasi lebih kurang 6 mil di utara Boston, yaitu pada Kota Revere, Massachusetts, Amerika, lihat Kânoğlu & Synolakis (1998).

Eksperimen dilakukan pada kolam hidrodinamik dengan panjang 23.2m dan lebar 0.45m. Kolam ini terdiri dari 4 bagian, yaitu bagian datar dengan kedalaman 0.218m, dan 3 bagian dengan masing-masing kemiringan 1:53, 1:150, dan 1:13. Secara umum bentuk kedalaman kolam (dalam satuan meter) tersebut dapat ditulis menjadi

$$d(x) = \begin{cases} -0.218, & -11.77 \leq x < 15.04 \\ \frac{1}{53}x - 0.5018, & 15.04 \leq x < 19.40 \\ \frac{1}{150}x - 0.2650, & 19.40 \leq x < 22.33 \\ \frac{1}{13}x - 1.8340, & 22.33 \leq x < 23.33 \end{cases}$$

Terdapat 10 wave gauges yang digunakan untuk mengukur sinyal pada saat eksperimen, yaitu G1, G2, ..., G10 seperti yang diilustrasikan pada Gambar 2. Terdapat tiga jenis gelombang soliter pada eksperimen ini, yaitu gelombang soliter dengan $A_0/d_0=0.038$, 0.254 dan 0.696 , dengan A_0 adalah tinggi gelombang soliter dan d_0 adalah kedalaman pada dasar rata (lihat Gambar 2.).

Pada kasus pertama $A_0/d_0=0.038$, gelombang soliter tidak mengalami pecah atau *wave breaking*, sedangkan pada $A_0/d_0=0.254$ gelombang soliter hampir mengalami gelombang pecah atau *nearly breaking*, dan pada $A_0/d_0=0.696$, gelombang soliter mengalami pecah sebelum menyentuh dinding pada bagian kanan kolam hidrodinamik. Ketiga jenis gelombang soliter tersebut dianggap mewakili bentuk dari gelombang tsunami yang berpropagasi ke arah pantai dengan bentuk komposit. Kasus ini digunakan sebagai uji validasi berbagai model gelombang dalam merepresentasikan propagasi gelombang soliter secara akurat, misalnya pada Cea dkk. (2008) yang menggunakan model non-hydrostatic, dan Mitsotakis dkk (2016) yang menggunakan model SWE dengan implementasi numerik *Finite Element Method* (FEM).



Gambar 3. Konfigurasi eksperimen fisik dari propagasi gelombang soliter pada pantai komposit.

Figure 3. Experimental configuration of wave propagation on composite beach

Sumber: Dokumen pribadi

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada artikel ini, skema numerik *staggered grid* yang dideskripsikan pada bab sebelumnya akan diuji untuk menyimulasikan penjalaran gelombang soliter tidak pecah pada dasar rata dan pada bentuk pantai komposit untuk gelombang soliter pecah dan tidak pecah. Pada kasus pertama, simulasi gelombang soliter yang berpropagasi pada dasar rata akan dibandingkan dengan solusi analitik dari solusi soliton persamaan Korteweg de-Vries (KdV), sedangkan pada kasus kedua dan ketiga, simulasi gelombang soliter pada bentuk pantai komposit akan dibandingkan dengan data eksperimen oleh Kanoğlu & Synolakis (1998).

3.1 Penjalaran Gelombang Soliter pada Dasar Rata

Implementasi model SWE dengan skema numerik *staggered grid* yang dideskripsikan akan diuji untuk menyimulasikan penjalaran gelombang soliter pada dasar rata. Gelombang soliter yang digunakan pada

ketiga kasus pada artikel ini adalah gelombang soliton yang merupakan solusi dari persamaan Korteweg de-Vries atau KdV (Yuliatwati dkk., 2018; Yuliatwati dkk., 2019), yang diberikan oleh formula berikut ini

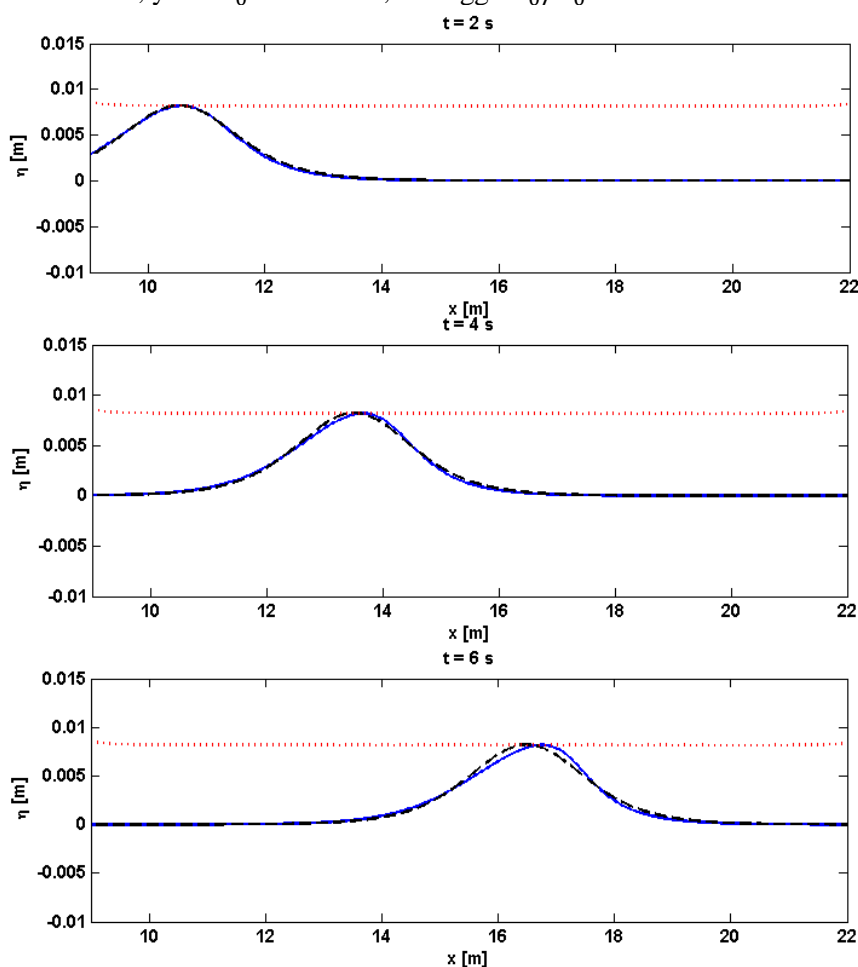
$$\eta(x, t) = A_0 \operatorname{sech}^2[b(x - \lambda t)] \quad (15)$$

dengan

$$\lambda = c_0 \left[1 + \frac{A_0}{2d_0} \right] \text{ dan } b = \frac{1}{2d_0} \sqrt{\frac{3A_0}{d_0}},$$

dimana A_0 adalah amplitudo dari gelombang soliton, d_0 adalah kedalaman, dan $c_0 = \sqrt{gd_0}$, dimana $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ adalah percepatan gravitasi.

Gelombang soliter yang akan disimulasikan pada kasus pertama ini adalah seperti pada kasus pertama Kânoğlu & Synolakis (1998), yaitu gelombang soliter tidak pecah dengan amplitudo $A_0 = 0.008223 \text{ m}$, yang disimulasikan pada dasar rata, yaitu $d_0 = 0.218 \text{ m}$, sehingga $A_0/d_0 = 0.0377$.



Gambar 4. Potret simulasi untuk kasus pejalaran gelombang soliter pada dasar rata pada waktu $t = 2 \text{ s}$, 4 s dan 6 s . Garis biru menunjukkan simulasi, garis putus-putus hitam menunjukkan solusi analitik, dan garis merah putus-putus menunjukkan tinggi gelombang maksimum.

Figure 4. Snapshot of wave simulation for solitary wave propagation on a flat bottom at $t = 2 \text{ s}$, 4 s and 6 s . Solid blue line denotes the simulation, dashed black line for analytical solution and dotted red line for maximum wave.

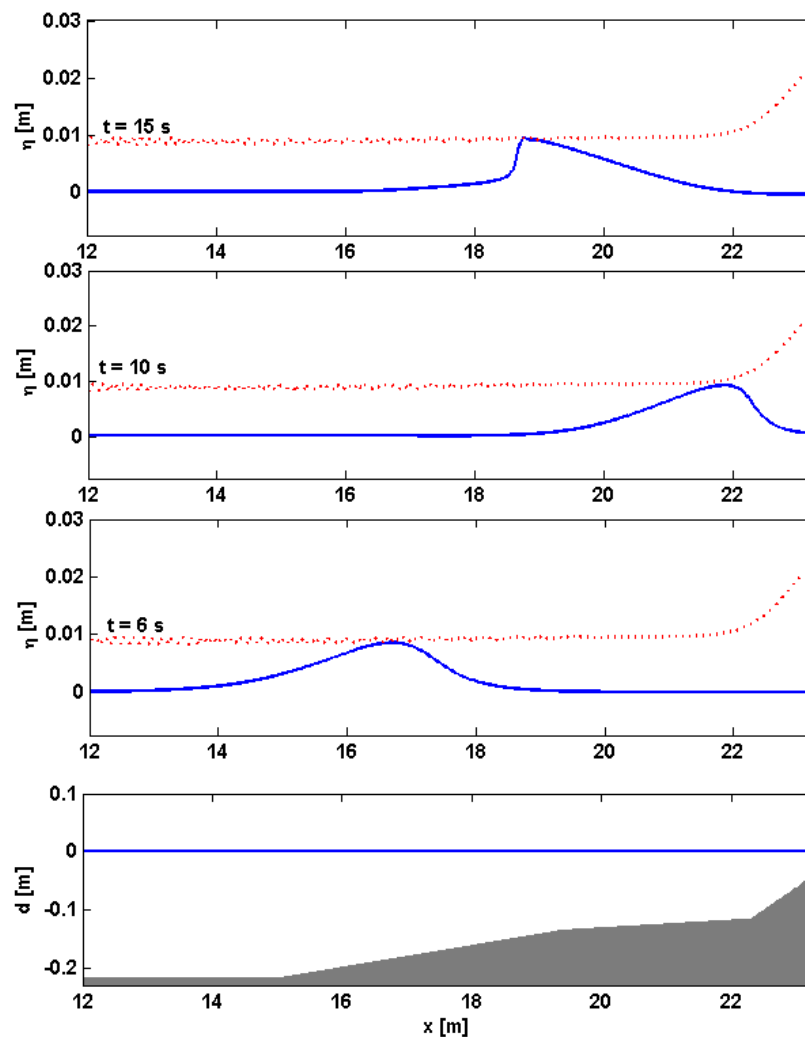
Sumber: Hasil simulasi

Simulasi pada kasus pertama menggunakan domain komputasi $x \in [0 \text{ m}, 20 \text{ m}]$, dengan lebar diskritisasi $dx = 0.025 \text{ m}$ dan lebar dikritisasi pada waktu $dt = 0.001 \text{ s}$, dengan waktu simulasi 10 s . Hasil simulasi dibandingkan dengan solusi analitik soliton yang diberikan oleh formula (15). Hasil perbandingan pada saat

$t = 2s, 4s$ dan $6s$ diperlihatkan pada Gambar 4. Terlihat pada gambar bahwa simulasi numerik dapat menyimulasikan pejalaran gelombang soliter secara cukup akurat.

3.2 Penjalaran Gelombang Soliter Tidak Pecah Pada Pantai Komposit

Kasus kedua pada artikel ini adalah penjalaran gelombang soliter tidak pecah (*nonbreaking*) pada bentuk pantai komposit (Gambar 3), berdasarkan eksperimen oleh Kanoğlu & Synolakis (1998). Pada kasus ini gelombang soliter yang digunakan adalah $A_0/d_0 = 0.038$, dengan $d_0 = 0.218m$. Untuk menyimulasikan kasus ini, digunakan domain komputasi $x \in [-10m, 23.33m]$, dengan lebar diskritisasi pada domain spasial $\Delta x = 0.025m$ dan lebar diskritisasi pada waktu $\Delta t = 0.001s$. Simulasi dilakukan selama 30s.



Gambar 5. Potret simulasi pada waktu $t = 6s, 10s$ dan $15s$ dan profil kedalaman air (baris ke empat) untuk kasus $A_0/d_0 = 0.038$. Garis merah putus-putus menunjukkan tinggi gelombang maksimum.

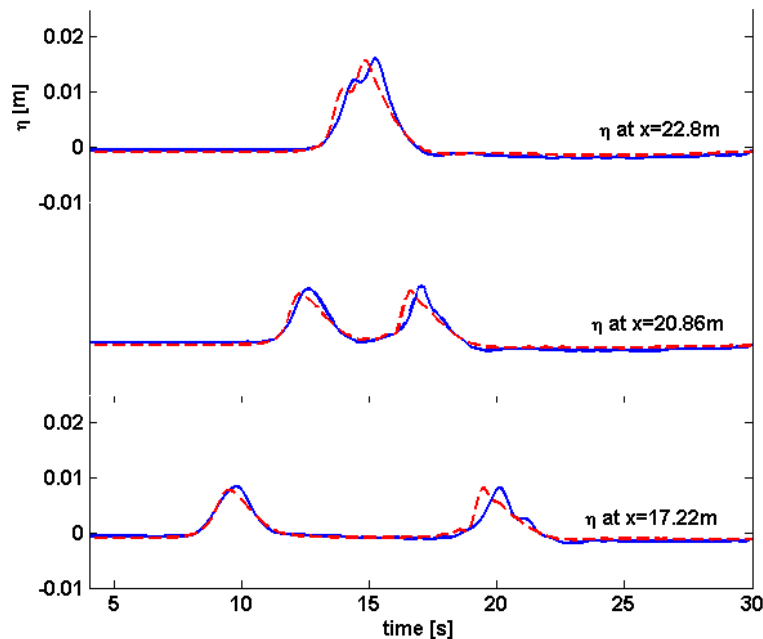
Figure 5. Snapshot of wave simulation at $t=6s, 10s$ and $15s$ and for the case $A_0/d_0 = 0.038$. Red line denotes the maximum wave.

Sumber: Hasil simulasi

Hasil simulasi pada waktu $t = 6s, 10s$ dan $15s$ diperlihatkan pada Gambar 5. Terlihat bahwa pada saat menuju dinding disebelah kanan domain (pada $t = 10s$), gelombang soliter terlihat semakin curam, demikian juga pada saat setelah gelombang soliter menabrak dinding sebelah kanan domain (pada $t = 15s$), gelombang terlihat semakin curam, namun belum pecah. Dengan membandingkan bentuk gelombang soliter

pada Gambar 4, perhatikan bahwa bentuk gelombang soliter pada kasus kedua ini menjadi sangat curam akibat dari bentuk pantai komposit, seperti yang diperlihatkan pada Gambar 5.

Pada tiga lokasi pengukuran, yaitu pada G_6 , G_8 dan G_{10} , atau $x = 17.22m, 20.86m$, dan $22.80m$, dilakukan perbandingan antara sinyal hasil simulasi dan pengukuran, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6. Terlihat bahwa hasil simulasi numerik untuk kasus kedua ini dapat mengikuti hasil pengukuran secara cukup akurat.



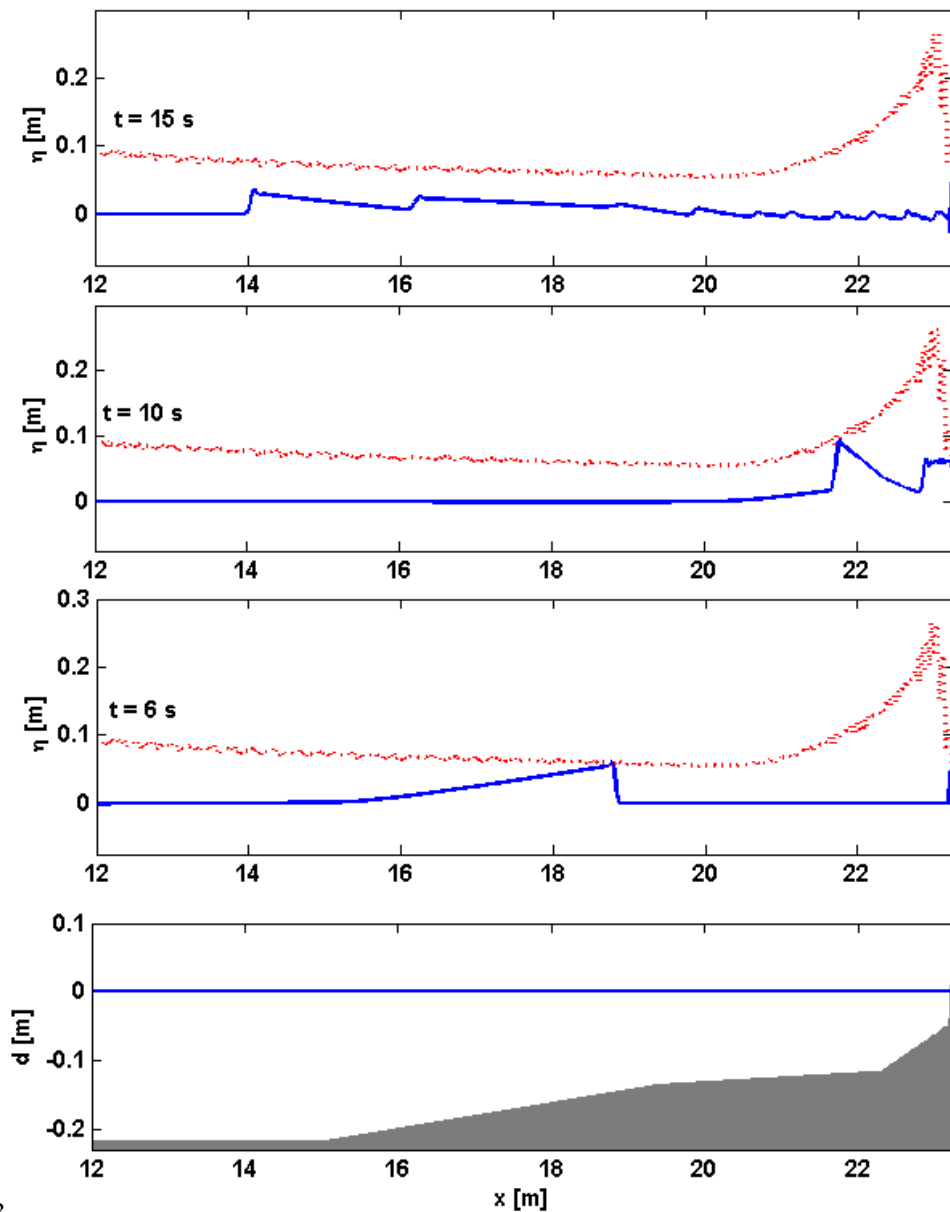
Gambar 6. Perbandingan sinyal hasil simulasi gelombang (garis putus-putus merah) dan sinyal pengukuran (garis biru) untuk kasus $A_0/d_0 = 0.038$ pada lokasi G_6 (bawah), G_8 (tengah), dan G_{10} (atas).

Figure 6. Comparison of signal from numerical simulation (dashed red line) with measurement (solid blue line) for the case $A_0/d_0 = 0.038$ at location G_6 (lower), G_8 (middle), and G_{10} (upper).

Sumber: Hasil simulasi

3.3 Penjalaran Gelombang Soliter Pecah Pada Pantai Komposit

Kasus ketiga yang akan disimulasikan adalah penjalaran gelombang soliter pecah (*breaking*), yaitu $A_0/d_0 = 0.696$. Kasus ini menggunakan konfigurasi simulasi yang sama seperti pada kasus kedua di atas. Untuk kasus gelombang soliter yang pecah ini, hasil simulasi pada beberapa waktu yang berbeda ditunjukkan pada Gambar 7. Terlihat bahwa, gelombang soliter pecah bahkan sebelum menabrak dinding pada sisi kanan ($t = 6s$). Sesaat setelah menabrak dinding, gelombang soliter yang terpantul terlihat lebih pendek ($t = 10s$), dan kemudian gelombang soliter terlihat memanjang dan pecah seiring dengan propagasi gelombang tersebut menuju daerah yang lebih dalam ($t = 15s$). Seperti pada kasus kedua, pada kasus ketiga ini, sinyal gelombang hasil simulasi dibandingkan dengan sinyal hasil pengukuran pada lokasi G_6 , G_8 , dan G_{10} atau pada $x = 17.22m, 20.86m$, dan $22.80m$, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8. Secara kualitatif, terlihat bahwa untuk kasus gelombang soliter pecah ini, simulasi numerik masih mampu menangkap propagasi gelombang relatif masih akurat. Terlihat bahwa efek gelombang pecah atau *wave breaking*, mampu direpresentasikan oleh simulasi numerik. Namun demikian, dari Gambar 8, bahwa tinggi gelombang soliter hasil simulasi numerik terlihat lebih kecil jika dibandingkan hasil pengukuran. Hal ini dapat dikarenakan tidak adanya efek dispersi pada model gelombang yang digunakan, yaitu *Nonlinear Shallow Water Equations* (SWE).



23

Gambar 7. Potret simulasi pada waktu $t = 6s, 10s$ dan $15s$ dan profil kedalaman air (baris ke empat) untuk kasus $A_0/d_0 = 0.696$. Garis merah putus-putus menunjukkan tinggi gelombang maksimum.

Figure 7. Snapshot of wave simulation at $t=6s, 10s$ and $15s$ and for the case $A_0/d_0 = 0.696$. Red line denotes the maximum wave.

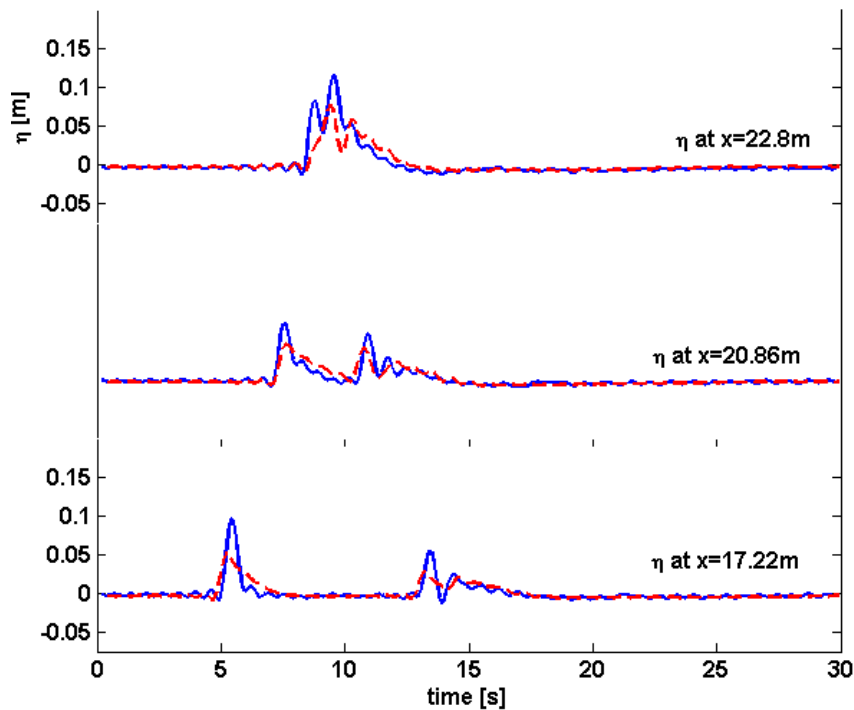
Sumber: Hasil simulasi

Untuk mendapatkan perbandingan kuantitatif antara hasil simulasi dan data eksperimen, akan dibandingkan nilai *Relative Mean Square Error* (RMSE) dan Koefisien Korelasi (*CorrCoef*) antara dua sinyal pada kasus II dan III yang didefinisikan sebagai berikut,

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}} \text{ and } CorrCoef(y, \hat{y}) = \frac{\langle y, \hat{y} \rangle}{|y||\hat{y}|}$$

dimana y, \hat{y} masing-masing menunjukkan sinyal eksperimental dan sinyal dari simulasi. Notasi $| \cdot |$ dan $\langle \cdot, \cdot \rangle$ masing-masing mewakili norma L_2 dan produk dalam. Hasil perbandingan antara simulasi numerik dan pengukuran pada eksperimen untuk kasus pertama dan kedua ditunjukkan pada Tabel I. Dari Tabel I

tersebut, pada kasus pertama menghasilkan nilai RMSE yang lebih rendah dibandingkan pada kasus kedua, yaitu gelombang soliter pecah. Hal ini menunjukkan bahwa eror yang dihasilkan pada kasus kedua relatif lebih tinggi dibandingkan dengan kasus pertama. Namun demikian, untuk kedua kasus, menghasilkan nilai *CorrCoef* yang relatif tinggi, yaitu lebih dari 0.78 untuk semua lokasi, bahwa nilai *CorrCoef* mencapai 0.96 pada lokasi G_{10} untuk kasus pertama. Hal ini menunjukkan bahwa hasil simulasi numerik relatif dapat merepresentasikan fase dari gelombang secara relatif akurat jika dibandingkan dengan hasil pengukuran pada laboratorium hidrodinamika.



Gambar 7. Perbandingan sinyal hasil simulasi gelombang (garis putus-putus merah) dan sinyal pengukuran (garis biru) untuk kasus $A_0/d_0 = 0.696$ pada lokasi G_6 (bawah), G_8 (tengah), dan G_{10} (atas).

Figure 7. Comparison of signal from numerical simulation (dashed red line) with measurement (solid blue line) for the case $A_0/d_0 = 0.696$ at location G_6 (lower), G_8 (middle), and G_{10} (upper).

Sumber: Hasil simulasi

Tabel 1. RMSE dan koefisien korelasi untuk kasus *non-breaking* dan *breaking*
 Table 1. RMSE and coefficient correlation for the *non-breaking* and *breaking* case

Lokasi G-	Kasus II		Kasus III	
	CorrCoef	RMSE	CorrCoef	RMSE
6	0.9385	0.0827	0.7881	0.8142
8	0.9469	0.0878	0.8592	0.6113
10	0.9672	0.0935	0.8608	1.0138

Sumber: Hasil pengolahan data

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada artikel ini telah dipaparkan implementasi numerik numerik dengan menggunakan metode *Finite Volume* dengan skema *staggered grid*. Hasil implementasi numerik model *Shallow Water Equations* (SWE) dengan menggunakan skema numerik ini dapat merepresentasikan evolusi gelombang soliter yang

berpropagasi pada bentuk pantai komposit. Jika dibandingkan dengan model gelombang yang lebih kompleks seperti model Boussinesq dan model Non-Hydrostatic, model gelombang dan implementasi numerik yang digunakan pada artikel ini relatif lebih sederhana, sehingga menghasilkan waktu komputasi yang relatif lebih efisien. Selain efisiensi waktu komputasi, model dan implementasi numerik ini dapat menyimulasikan propagasi gelombang soliter yang pecah maupun tidak pecah, seperti pada tiga kasus yang dipaparkan pada artikel ini. Skema numerik yang diusulkan pada artikel ini dapat diperluas untuk kasus 2 dimensi, sehingga dapat digunakan sebagai model numerik untuk menyimulasikan fenomena tsunami.

DAFTAR PUSTAKA

- Adytia, Didit. (2019). Momentum Conservative Scheme for Simulating Wave Runup and Underwater Landslide. *Indonesian Journal on Computing (Indo-JC)* 4.1, 29-42.
- Adytia, D & E. van Groesen. (2010). Variational Boussinesq model for simulation of coastal waves and tsunamis. *Asian and Pacific Coasts 2009: (In 4 Volumes, with CD-ROM)*, 122-128.
- Adytia, D., Husrin, S., & Latifah, A. L. (2019). Dissipation of Solitary Wave Due To Mangrove Forest: A Numerical Study by Using Non-Dispersive Wave Model. *Indonesian Journal of Marine Sciences/Ilimu Kelautan* 24.1.
- Adytia, D., *et al.* (2018). Staggered grid implementation of 1D Boussinesq model for simulating dispersive wave. *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 971. No. 1. IOP Publishing,
- Carrier, G. F., and H. P. Greenspan. (1958). Water waves of finite amplitude on a sloping beach. *Journal of Fluid Mechanics* 4.1, 97-109.
- Cea, L., G. Stelling, and M. Zijlema. (2009). Non-hydrostatic 3D free surface layer-structured finite volume model for short wave propagation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 61.4, 382-410.
- Groesen, E. van & Adytia, D. (2008). Near-coast tsunami waveguiding: phenomenon and simulations. *Natural Hazards and Earth System Sciences* 8.2, 175-185.
- Kânoğlu, Utku & Synolakis, C. E. (1998). Long wave runup on piecewise linear topographies." *Journal of Fluid Mechanics* 374, 1-28.
- Mitsotakis, Dimitrios, Synolakis, C. E., & McGuinness, M. (2017). A modified Galerkin/finite element method for the numerical solution of the Serre-Green-Naghdi system. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 83.10, 755-778.
- Pudjaprasetya, S. R., Magdalena, I & Tjandra, S. S. (2017). A nonhydrostatic two-layer staggered scheme for transient waves due to anti-symmetric seabed thrust. *Journal of Earthquake and Tsunami* 11.01, 1740002.
- Sælevik, G., A. Jensen, & G. Pedersen. (2013). Runup of solitary waves on a straight and a composite beach. *Coastal Engineering* 77, 40-48.
- Synolakis, C. E. (1987). The runup of solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics* 185, 523-545.
- Tarwidi, D., & Adytia, D. (2018) Parallelization of elliptic solver for solving 1D Boussinesq model. *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 971. No. 1. IOP Publishing, 2018.
- Yuliawati, L., Adytia, D., & Budhi, W. S. (2018). Numerical approach for finding soliton solutions of KdV equation. *Far East Journal of Mathematical Sciences* 106, 309-324.
- Yuliawati, L., Budhi, W. S. & Adytia, D. 2019. Numerical Studying of Soliton in the Korteweg-de Vries (KdV) Equation. *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1127. No. 1. IOP Publishing, 2019.