

PENGINDRAAN KOMPRESIF BERBASIS SPARSITY AVERAGING REWEIGHTED ANALYSIS UNTUK KOMPRESI CITRA IRIS

Reyhan Pradipta Aryoseno^a, Dr. Ida Wahidah, S.T., M.T.¹, R Yunendah Nur Fuadah, S.T., M.T.¹

^aProdi S1 Teknik Telekomunikasi, Fakultas Teknik Elektro, Universitas Telkom,
Jalan. Telekomunikasi No.1 Terusan Buah Batu, Bandung, 40257 INDONESIA
Email: {reyhanpradipta@student., wahidah@, yunendahnur@ }telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Compressed sensing (CS) merupakan teknik pemrosesan sinyal dengan cara mengambil sampel sinyal pada gelombang sinyal yang utuh, sehingga memungkinkan informasi yang dikirimkan secara efisien dan tidak kehilangan informasi penting. Salah satu metode CS adalah *sparsity averaging reweighted analysis* (SARA) yang diusulkan untuk meningkatkan kinerja dari metode *basis pursuit denoise* (BPDN). Pada penelitian sebelumnya SARA diusulkan untuk data citra *radio-intrferometric* dan citra *natural*. Analisis algoritma SARA dalam citra medis masih sedikit dan kurang optimal pada penelitian-penelitian sebelumnya. Untuk mengisi celah ini, data medis berupa citra medis digunakan untuk menyelidiki kinerja SARA.

Jurnal ini bertujuan untuk menganalisis algoritma SARA pada data citra Iris mata. Analisa yang dilakukan terhadap SARA, yaitu dengan melihat performansi SNR dan SSIM dengan basis level dari jenis wavelet yang berbeda, seperti *daubechies*, *symlet*, dan *Biorthogonal*. kemudian membandingkan nilai performansi *reweighted* dengan metode *reweighted* lainnya seperti Haar dan curvelet.

Pada tugas akhir ini didapat Hasil bahwa Jenis wavelet Daubechies memiliki performa yang lebih baik dibandingkan Symlet dan Biorthogonal ketika SARA atau BPSA menggunakan parameter terbaik basis $q = 8$, level $L = 4$, ukuran citra 64×64 dan $MR = 0.1$. kemudian, Hasil SNR dan SSIM menunjukkan parameter terbaik adalah $q = 8$ dan $L = 4$. Waktu komputasi linier terhadap jumlah basis dan level dekomposisi, dimana waktu semakin lama untuk nilai q dan L yang semakin besar. Algoritma SARA mengungguli algoritma RW-Haar sebesar 11,26 dB dan RW-Curvelet sebesar 13,21 dB pada $MR = 0,1$. Dan Waktu proses rata-rata pada parameter terbaik adalah 20 detik.

Keywords: *Compressed sensing, sparsity averaging, reweighted analysis, medical data compression, spread spectrum, wavelet.*

1. Pendahuluan

Pencitraan medis memainkan peran penting dalam diagnosis penyakit dan dalam proses sebelum pembedahan. Namun, ukuran data pada proses transmisi maupun penyimpanannya merupakan bagian yang kritis karena masalah pada besarnya ukuran penyimpanan data medis. Misalnya, dimensi setiap bagian gambar iris mata adalah 512×512 piksel dan kumpulan data yang terdiri dari 200-400 gambar, dapat menghasilkan rata-rata ukuran sebesar 150 MB data. Karena banyaknya gambar yang dihasilkan pada proses diagnostik membuat pengelolaan data medis menjadi tantangan[1]. Kompresi data medis yang efisien dapat menyelesaikan masalah ukuran data citra medis dan transmisi ini.

Algoritma rekonstruksi berdasarkan rumus reweighted, disebut sebagai *Sparsity Averaging Reweighted Analysis* (SARA) [6]. SARA diusulkan untuk rekonstruksi pada citra medis menggunakan pencitraan Fourier [7]. Analisis rinci SARA dalam citra iris mata masih sedikit dan kurang optimal pada penelitian-penelitian sebelumnya. Oleh karena itu, untuk mengisi kekosongan tersebut, citra iris mata digunakan untuk mengetahui kinerja SARA

Proses kompresi pada data medis merupakan topik penelitian yang masih sedikit diteliti oleh peneliti sebelumnya. sehingga tugas akhir (TA) ini melakukan analisis kinerja CS menggunakan metode SARA pada citra iris mata. Untuk memperoleh hasil yang baik, SARA akan ditingkatkan dengan jumlah nilai basis dari wavelet yang berbeda-beda dan akan dibandingkan dengan jenis algoritma reweighted yang berbeda.

Tugas akhir ini bertujuan untuk menganalisis algoritma SARA pada data citra Iris mata. Analisa yang dilakukan terhadap SARA, yaitu dengan melihat performansi SNR dan SSIM dengan basis level dari jenis wavelet yang berbeda, seperti *daubechies*, *symlet*, dan *Biorthogonal*. kemudian membandingkan nilai performansi *reweighted* dengan metode *reweighted* lainnya seperti Haar dan curvelet.

2. Dasar Teori

2.1. Compressive Sensing

Compressive Sampling (CS), yang dikenal juga sebagai *Compressive Sensing*, *Compressed Sensing* atau *Sparse Sampling*, merupakan metode baru dalam proses pencuplikan sinyal. CS merupakan metode pencuplikan sinyal dimana sinyal dapat direkonstruksi dari nilai frekuensi sampling yang jauh lebih kecil dari yang disyaratkan pada teorema Nyquist-Shannon. Sesuai dengan namanya, CS melakukan proses sampling terhadap sinyal yang telah dikompresi. Tujuan dari proses kompresi adalah memperkecil ukuran sinyal sehingga lebih efisien [2].

2.2. Wavelet Transform

Pada awal 1980-an, transformasi *wavelet* dipelajari secara teoritis dalam geofisika dan matematika oleh Morlet, Grossman, dan Meyer. Beberapa contoh *mother wavelet* adalah Haar, Daubechies, Symlet, Biorthogonal, Meyer, Coiflets, Morlet dll. Transformasi *wavelet* pada dasarnya melakukan dekomposisi dari data asli, yang memungkinkan pengoperasian dilakukan di *wavelet* koefisien, dan kemudian data disusun kembali. [7]

2.3. Curvelet Transform

Curvelet adalah teknik non-adaptif untuk representasi objek multi-skala. Transformasi Curvelet memungkinkan untuk menganalisis gambar dengan blok yang berbeda ukuran tetapi dengan transformasi tunggal. Idennya adalah pertama-tama menguraikan gambar menjadi set pita *wavelet* dan untuk menganalisis setiap pita dengan transformasi ridgelet lokal. Ukuran blok dapat diubah di setiap level skala [8, 9, 7].

2.4. Basis Pursuit Denoise (BPDN)

Basis Pursuit Denoising (BPDN) berfungsi untuk menerima *noise* dalam pengukuran. BPDN sama dengan BP hanya saja fungsi constraint nya yang berbeda. Berikut persamaan ℓ_2 -norm yang dibatasi dengan

$$\hat{x} = \underset{x}{\operatorname{argmin}} \|x\|_1; \text{subject to } (1) \quad \frac{1}{2} \|(y - A.x)\|_2^2 \leq \epsilon$$

Dimana, ℓ_2 juga dikenal sebagai norm euclidean, mewakili panjang atau ukuran vektor. A dapat berupa *sparse rectangular matrix* untuk menghitung vektor.

2.5. Sparsity Averaging Reweighted Analysis (SARA)

SARA terdiri dari 2 proses yaitu proses rata-rata basis Ψ dari beberapa frame basis *wavelet* dan proses *reweighted* BPDN.

2.5.1. Rata-rata basis Sparsity

Rata-rata basis sparsity Ψ_i tersusun dari rangkaian q frame ($1 \leq i \leq q$) menghasilkan Parseval frames $\Psi \in \mathbb{C}^{N \times D}$, dengan dimensi $M < D$ sesuai persamaan [5]:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{q}} [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_q] \tag{2}$$

Dari persamaan (2), selanjutnya dengan analisis norm ℓ_0 menghasilkan rata-rata sparsity sesuai persamaan:

$$\|\Psi^\dagger \bar{x}\|_0 = \sum_{i=1}^q \|\Psi_i^\dagger \bar{x}\|_0 \tag{3}$$

2.5.2. Analisis Reweighted BPDN

Sinyal dikatakan jarang (sparse) jika hanya mengandung K koefisien bukan nol dalam penguraiannya, dengan $K \ll N$, atau dapat dimampatkan jika rangkaian koefisien yang dipesannya meluruh dengan cepat dan sinyal dapat didekati dengan baik hanya dengan koefisien K pertama. Persamaan inverse:

$$y \equiv \Theta \alpha + n, \text{ dengan } \Theta \equiv \Phi \Psi \in \mathbb{C}^{M \times N}, \tag{4}$$

dengan matriks Θ mengidentifikasi basis penginderaan seperti yang terlihat dari ketersebarannya. Biasanya $M < N$ sehingga proses inverse adalah problem yang sulit dipecahkan solusinya.

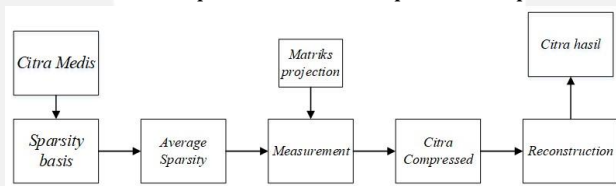
Teori ini juga menawarkan berbagai cara untuk merancang matriks penginderaan yang sesuai, yang secara khusus menunjukkan bahwa sejumlah kecil pengukuran diperlukan relatif terhadap pengambilan sampel Nyquist-Shannon yang naif: $M \ll N$. Perhatikan bahwa, dalam teori, minimalisasi ℓ_0 yang eksplisit membutuhkan lebih sedikit pengukuran, $M \approx 2K$ [3]. Selanjutnya, mari kita tentukan persamaan weighted ℓ_1 :

$$\begin{aligned} & \min_{\bar{x} \in \mathbb{R}^N} \|\mathbf{W} \Psi^T \bar{x}\|_1 \\ & \text{subject to } \|\mathbf{y} - \Phi \bar{x}\|_2 \leq \epsilon \text{ (5) and } x \geq 0 \end{aligned}$$

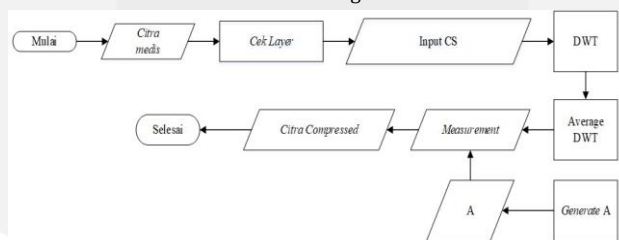
3. Sistem Model

3.1. Deskripsi Sistem

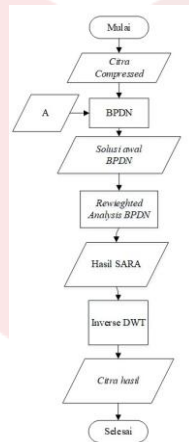
Penelitian ini akan melakukan kompresi citra menggunakan CS. Citra yang digunakan untuk kompresi adalah citra medis. Selanjutnya untuk proses pengembalian citra dilakukan proses reconstruction yang berguna untuk mengembalikan citra terkompresi. Ilustrasi dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1: Blok diagram sistem



Gambar 2: Proses kompresi Citra dengan CS



Gambar 3: Proses rekonstruksi

3.2. Kompresi Citra dengan CS

Data citra medis yang didapat pertama-tama dilakukan penyeragaman resolusi (*resize*) dan normalisasi pada tahap cek layer. Tahap ini dilakukan untuk menyeragamkan semua sample data citra dikarenakan ukuran dari data citra yang digunakan awalnya berukuran bermacam-macam dan untuk memudahkan software mengolah citra pada proses berikutnya. Proses kompresi citra pada penelitian ini menggunakan CS berbasis transformasi DWT.

Citra medis yang sudah melalui proses cek layer selanjutnya diproses dengan transformasi DWT untuk mendapatkan nilai koefisien frekuensi. DWT digunakan untuk memisahkan frekuensi menjadi frekuensi rendah dan tinggi. Selanjutnya dilakukan *averaging* atau rata-rata dari setiap citra iris yang telah ditransformasi DWT untuk mendapatkan pola *sparse* terbaik untuk semua sample data yang akan digunakan.

Hasil transformasi ini adalah sinyal *sparse* yang akan menjadi sinyal yang dikompresi. Proses kompresi terjadi pada proses *measurement* dimana nilai sampling dari sinyal *sparse* direduksi menjadi ukuran matriks yang lebih kecil sesuai dengan ukuran matriks A . Matriks A adalah matriks pengukuran atau *measurement* matriks. Matriks A dibangkitkan secara acak (*random*) yang terdistribusi Gaussian. Ilustrasi dapat dilihat pada Gambar 2.

3.3. Proses rekonstruksi

Proses untuk mendapatkan Citra Medis kembali adalah proses *reconstruction*. Proses ini bertujuan untuk melakukan rekonstruksi sinyal yang didapatkan dari sinyal hasil pengukuran CS atau *measurement sampling*. Pada penelitian ini sinyal yang akan direkonstruksi adalah sinyal *sparse*. Sinyal *sparse* adalah hasil transformasi DWT dari citra medis dan *measurement sampling* menjadi *compressed image*.

Penelitian ini menggunakan metode BPDN dan *reweighted* BPDN untuk metode rekonstruksi sinyal. Proses rekonstruksi diawali dengan citra terkompresi direkonstruksi dengan menggunakan algoritma BPDN. Proses BPDN membutuhkan kembali matriks A yang telah dibangkitkan saat proses kompresi sesuai dengan Persamaan (2.5). Dimana y adalah citra terkompresi, x adalah hasil rekonstruksi BPDN dan A adalah matriks A atau matriks pengukuran. Proses rekonstruksi BPDN pada dibatasi pada nilai error ϵ tertentu dan akan mengulangi hingga kondisi matematis linear terpenuhi oleh sistem. Solusi awal BPDN didapat setelah proses BPDN selesai.

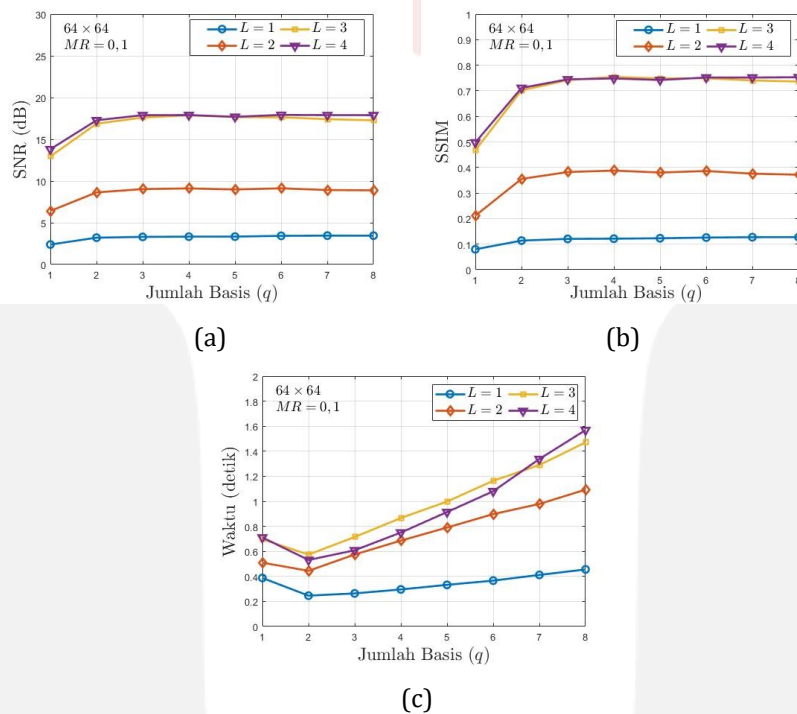
Selanjutnya, menggunakan SARA sebagai analisis *reweighted* untuk meningkatkan performansi rekonstruksi sesuai dengan Persamaan (2.11). Proses terakhir adalah melakukan *inverse* DWT atau IDWT

untuk mengembalikan hasil rekonstruksi yang berbentuk *sparse* menjadi seperti bentuk citra awal. Ilustrasi dapat dilihat pada Gambar 3.

4. Simulasi Dan Analisis

4.1. Pengaruh Parameter Sparsity Averaging (SA)

Proses SA pada Jurnal ini terdiri dari proses pemilihan basis rata-rata yang terdiri dari jumlah basis, level dekomposisi, dan jenis *wavelet*. Untuk membatasi jumlah kombinasi parameter, parameter yang digunakan tetap yaitu 90 data citra iris, 64×64 piksel, $MR = 0,1$ atau 10%, parameter BPDN ($\gamma = 0,1$, $i_{MAX}^1 = 20$, $i_{MAX}^2 = 300$), dan parameter ReBPDN ($i_{MAX}^{RW} = 10$, $\epsilon = 0,01$); Hasil dari pengujian terdiri dari hasil rekonstruksi Basis Pursuit Sparsity Averaging (BPSA) dan SARA.



Gambar 4: Hasil BPSA Pengujian Pengaruh Jumlah Basis (q) dan Level Dekomposisi (L).
(a) Hasil SNR. (b) Hasil SSIM. (c) Hasil waktu komputasi.

4.1.1. Pengaruh Jumlah Basis (q) dan Level Dekomposisi (L)

Pengujian ini melakukan analisis pengaruh jumlah basis (q) dan level dekomposisi (L) terhadap SNR, SSIM, dan waktu komputasi. Jumlah basis yang diujikan yaitu ($q = 1,2,\dots,8$) dan level dekomposisi ($L = 1,2,3,4$).

Pada Gambar 4, koordinat x (absis) menunjukkan ($q = 1,2,\dots,8$) yang merupakan jumlah basis. Hasil SNR dan SSIM pada koordinat y (ordinat) menunjukkan parameter terbaik adalah $q = 8$ dan $L = 4$. Waktu komputasi linier terhadap jumlah basis dan level dekomposisi, dimana waktu semakin lama untuk nilai q dan L yang semakin besar.

Gambar 5 menunjukkan ($q = 1,2,\dots,8$) pada koordinat x (absis) di grafik. Hasil SNR dan SSIM pada koordinat y (ordinat) menunjukkan parameter terbaik adalah $q = 8$ dan $L = 4$. Waktu komputasi linier terhadap jumlah basis dan level dekomposisi, dimana waktu semakin lama untuk nilai q dan L yang semakin besar.

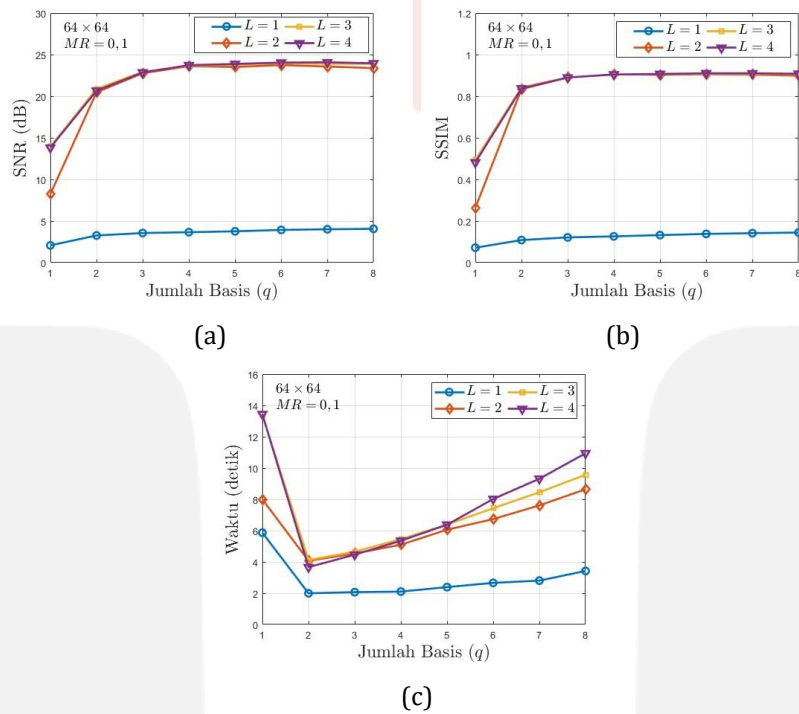
Berdasarkan hasil Gambar 4 dan 5, SARA meningkatkan kinerja SNR dari BPSA sebesar 6,07 dB dan SSIM sebesar 0,16 namun waktu komputasi juga menjadi semakin lama yaitu bertambah 9,34 detik. Secara perhitungan pula waktu SARA adalah $\frac{9,34}{1,6} \times = 6,83 \times$ waktu proses BPSA.

4.1.2. Pengaruh Jenis Wavelet

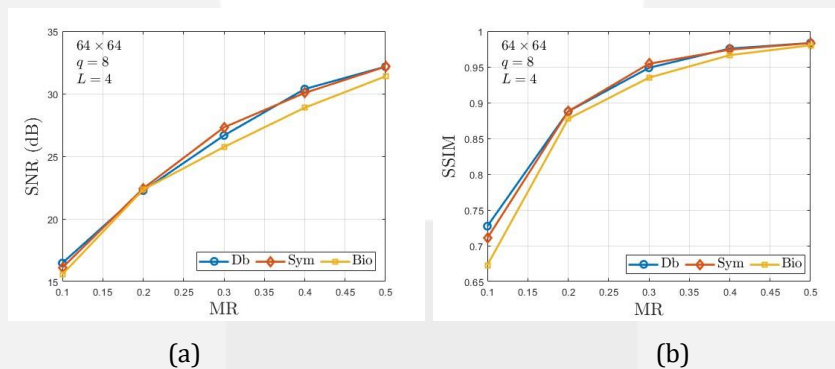
Pada pengujian ini, pengaruh jenis *wavelet* dilakukan untuk menguji sistem terhadap SNR dan SSIM. Jenis *wavelet* yang digunakan adalah Daubechies, Symlets, dan Biorthogonal. Jumlah basis ($q = 8$) dan level dekomposisi ($L = 4$) digunakan pada pengujian ini. Dari empat variasi jenis *wavelet* tersebut, hasil performansi pengujian dilaporkan pada Gambar 6 untuk hasil BPSA dan Gambar 7.

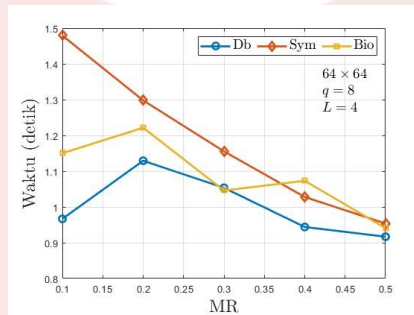
Pada Gambar 6, koordinat x (absis) menunjukkan MR. Hasil SNR dan SSIM pada koordinat y (ordinat) menunjukkan parameter terbaik adalah jenis *wavelet* Daubechies.

Gambar 7 menunjukkan MR pada koordinat x (absis) di grafik. Hasil SNR dan SSIM pada koordinat y (ordinat) menunjukkan parameter terbaik adalah jenis *wavelet* Db.



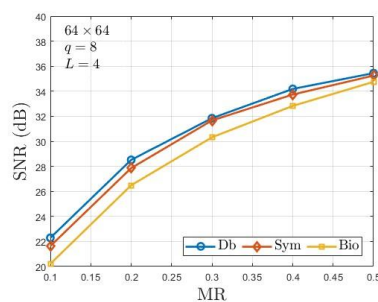
Gambar 5: Hasil SARA Pengujian Pengaruh Jumlah Basis (q) dan Level Dekomposisi (L). (a) Hasil SNR. (b) Hasil SSIM. (c) Hasil waktu komputasi.



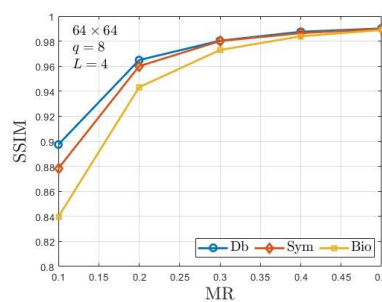


(c)

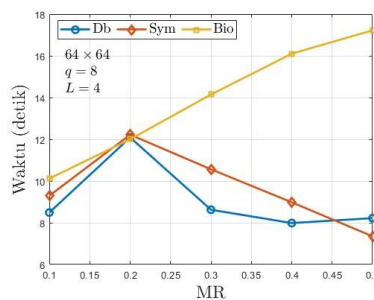
Gambar 6: Hasil BPSA Pengujian Pengaruh Jenis *Wavelet*. (a) Hasil SNR. (b) Hasil SSIM. (c) Hasil waktu komputasi.



(a)



(b)



(c)

Gambar 7: Hasil SARA Pengujian Pengaruh Jenis *Wavelet* (a) Hasil SNR. (b) Hasil SSIM. (c) Hasil waktu komputasi.

4.2. Pengaruh Measurement Rate

Pada pengujian ini, ukuran gambar yang digunakan adalah 128×128 piksel, jumlah basis $q = 8$, level dekomposisi $L = 4$, jumlah data set sebesar 90, dan jenis *wavelet* adalah Daubecheis (Db). Pengujian dilakukan dengan mengubah nilai MR sebesar 0,1 sampai 0,5. Disamping itu, pengujian SARA juga dilakukan terhadap metode Haar dan Curvelet. Hasil pengujian ini dilaporkan dalam SNR, SSIM dan waktu komputasi.

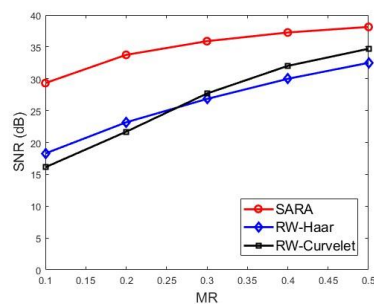
Dari Gambar 8(a), SNR SARA mengungguli RW-Haar sebesar 11,26 dB dan RW-Curvelet sebesar 13,21 dB pada $MR = 0,1$. Peningkatan kinerja dari rekonstruksi reweighted analysis sangat besar dengan menambahkan proses basis rata-rata atau *sparsity averaging* (SA).

Hasil pengujian SSIM dilaporkan pada Gambar 8(b). Hasil menunjukkan algoritma SARA mengungguli algoritma lain yang menjadi dasar dari CS pada citra yaitu algoritma Haar dengan versi reweighted-nya (RW-Haar) dan algoritma curvelet dengan versi reweighted-nya (RW-Curvelet).

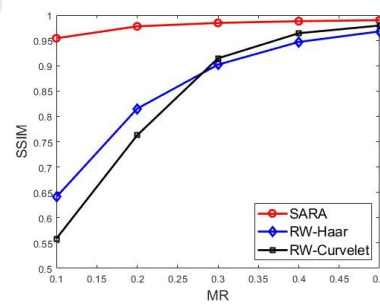
Waktu komputasi dari penggunaan SARA saat $MR = 0.1$ sampai dengan $MR = 0.5$ didapat nilai yang lebih cepat jika dibandingkan dengan RW-Haar dan RW-Curvelet seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 8(c). Hasil ini menunjukkan SARA lebih efisien untuk komputasi jika dibandingkan RW-Haar dan RW-Curvelet.

Tabel 1: Hasil SNR (dB) Pengujian MR.

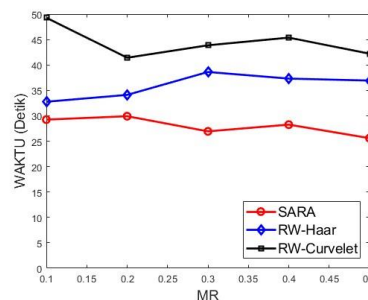
MR	SARA	Haar	Curvelet
0,1	29,31	18,05	16,10
0,2	33,74	23,01	21,67
0,3	35,89	26,60	27,67
0,4	37,25	29,94	32,01
0,5	38,13	32,21	34,70



(a)



(b)



(c)

Gambar 8: Pengujian *Measurement Rate* menggunakan SARA, RW-Haar dan RW-Curvelet. (a) Hasil SNR. (b) Hasil SSIM. (c) Hasil waktu komputasi.

4.3. Pengaruh Ukuran Gambar

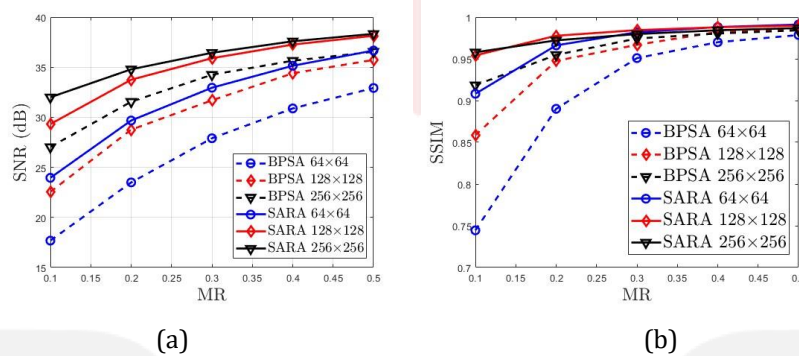
Pada pengujian ini, jumlah basis $q = 8$, level dekomposisi $L = 4$, jumlah data set sebesar 90, nilai MR sebesar 0,1 sampai 0,5 dan jenis *wavelet* adalah Daubecheis (Db). Ukuran gambar yang digunakan adalah 64×64 , 128×128 , 256×256 . Hasil pengujian ini dilaporkan dalam SNR dan SSIM.

Berdasarkan Gambar 9(a) dan Tabel 2, didapat hasil SARA yang lebih baik jika dibandingkan BPSA. Hasil SNR saat menggunakan SARA dan BPSA berbanding lurus jika ukuran citra Iris yang digunakan semakin besar. Citra Iris terbaik dalam pengujian parameter ini adalah ukuran 256×256 , dengan hasil menggunakan SARA sebesar 38,33 dB sedangkan saat menggunakan BPSA sebesar 36,54 dB.

Ukuran gambar berpengaruh pada hasil SSIM seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 9(b). Saat $MR = 0.1$ dan ukuran citra Iris 64×64 , penggunaan SARA mengungguli BPSA sebesar 0,18. Disamping itu, semakin besar ukuran citra Iris dan nilai MR, didapat hasil SSIM yang semakin bagus untuk SARA dan BPSA. Hasil SSIM terbaik pada pengujian parameter ini adalah saat ukuran citra Iris 256×256 .

Tabel 2: Hasil SNR (dB) Pengujian Ukuran.

MR	SARA			BPSA		
	64	128	256	64	128	256
0.1	23,95	29,32	31,99	17,68	22,55	27,03
0.2	29,67	33,75	34,79	23,49	28,76	31,55
0.3	32,95	35,89	36,44	27,90	31,69	34,25
0.4	35,14	37,26	37,58	30,88	34,39	35,64
0.5	36,66	38,13	38,33	32,92	35,73	36,54



Gambar 9: Pengujian Ukuran Citra menggunakan SARA dan BPSA. (a) Hasil SNR. (b) Hasil SSIM.

5. Kesimpulan

Pada penelitian ini, telah dirancang suatu sistem untuk kompresi data citra iris menggunakan metode CS berbasis algoritma SARA. Adapun kesimpulan yang didapat dari hasil pengujian adalah

1. Hasil SNR dan SSIM menunjukkan parameter terbaik adalah $q = 8$ dan $L = 4$, ukuran citra terbaik pada 256×256 , $MR = 0,1$ dan jenis wavelet yang terbaik adalah Daubechies. Waktu komputasi linier terhadap jumlah basis dan level dekomposisi, dimana waktu semakin lama untuk nilai q dan L yang semakin besar.
2. Waktu komputasi yang didapat linier terhadap jumlah basis q dan level dekomposisi L , dimana waktu komputasi semakin lama untuk nilai q dan L yang semakin besar. Waktu komputasi rata-rata pada parameter terbaik adalah 20 detik.
3. SARA mengungguli metode *reweighted* lain seperti RW-Haar sebesar 11,26 dB dan RW-Curvelet sebesar 13,21 dB pada $MR = 0,1$. Peningkatan kinerja dari rekonstruksi *reweighted analysis* sangat besar dengan menambahkan proses basis rata-rata atau *sparsity averaging* (SA). Dengan SA, pola dari citra iris yang tidak sparse pada satu jenis basis dapat diakomodasi oleh jenis basis lain sehingga hasil dari sinyal setelah transformasi menjadi lebih sparse dibandingkan hanya menggunakan satu jenis basis Haar atau Curvelet.

References

- [1] Chapter 4 - compressive sensing in medical signal processing and imaging systems, in: N. Dey, J. Chaki, R. Kumar (Eds.), Sensors for Health Monitoring, Vol. 5 of Advances in ubiquitous sensing applications for healthcare, Academic Press, 2019, pp. 69 - 92. doi:https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819361-7.00004-X.
- [2] D. L. Donoho, Compressed sensing, IEEE Transactions on Information Theory 52 (4) (2006) 1289-1306.

- [3] E. J. Candes, T. Tao, Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?, *IEEE Transactions on Information Theory* 52 (12) (2006) 5406–5425.
- [4] E. J. Candes, M. B. Wakin, An introduction to compressive sampling, *IEEE Signal Processing Magazine* 25 (2) (2008) 21–30.
- [5] R. E. Carrillo, J. D. McEwen, Y. Wiaux, Sparsity Averaging Reweighted Analysis (SARA): a novel algorithm for radiointerferometric imaging, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 426 (2) (2012) 1223–1234.
- [6] R. E. Carrillo, J. D. McEwen, D. Van De Ville, J.-P. Thiran, Y. Wiaux, Sparsity averaging for compressive imaging, *IEEE Signal Processing Letters* 20 (6) (2013) 591–594.
- [7] J.-L. Starck, F. Murtagh, J. M. Fadili, *Sparse Image and Signal Processing: Wavelets, Curvelets, Morphological Diversity*, Cambridge University Press, 2010. doi:10.1017/CBO9780511730344.
- [8] S. C. Miss Monika Shukla, Dr, A comparative study of wavelet and curvelet transform for image denoising 7 (2013) 63–68.
- [9] E. J. C. Jean-Luc Starck, D. L. Donoho, The curvelet transform for image denoising, *IEEE Transactions on Signal Processing* 11 (6) (June 2010) 670–684.