

## PELACAKAN KELUARAN SISTEM LINEAR POMPA PISTON TUNGGAL DENGAN KONTROL PANJANG BATANG PENGHUBUNG PELAMPUNG DAN PISTON

Danu Ardiyanto<sup>1</sup>, Jondri<sup>2</sup>, Annisa Aditsania<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Program Studi Ilmu Komputasi Telkom University, Bandung

<sup>1</sup>danuardiyanto@gmail.com, <sup>2</sup>jondri@telkomuniversity.ac.id, <sup>3</sup>annisaaditsania@gmail.com

### Abstrak

Tujuan dari penelitian ini adalah membangun ulang model sistem persamaan pompa piston dan merancang kontrol pompa piston terhadap panjang batang penghubung antara pelampung dan pompa piston. Sistem persamaan yang digunakan adalah sistem persamaan linear dan metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear ini adalah *Runge-Kutta Orde 4*. Fokus pada penelitian ini adalah untuk merancang panjang batang penghubung antara pelampung dan piston agar menghasilkan perubahan tekanan pada pompa piston. Diharapkan panjang batang penghubung antara pelampung dan piston dapat digunakan sebagai variabel kontrol untuk sistem persamaan pompa piston tunggal. Perancangan panjang batang penghubung antara pelampung dan piston dilakukan menggunakan derajat relative dan tracking persamaan linear. Hasil yang didapatkan dari persamaan yang sudah menggunakan variabel kontrol panjang batang penghubung antara pelampung dan piston diperoleh nilai panjang batang penghubung antara pelampung dan piston sebesar 137,6928 m hingga 143,6112 m.

**Kata Kunci** : pompa piston tunggal, sistem persamaan linear, tracking sistem persamaan, Runge-Kutta

### Abstract

*The purpose of this research was to rebuild the model of system equations and designing the control of piston pump to the length of the connecting rod between the float and the pump piston. The used equations is a linear equations and the methods used to solve the linear equations are the Runge-Kutta Order 4. Focus of this research is to design the connecting rod length between the float and the piston in order to produce a pressure change in the piston pump. Expected length of the connecting rod between a float and a piston can be used as a control variable for the single piston pump equations. The design of the connecting rod length between the float and the piston is done using relative degrees and tracking of linear equations. The result with a same equations using the control variable of the length connecting rod between a float and a piston obtained values between the float and the piston is 137,6928 m to 143,6112 m. **Keywords** : single piston pumps, systems of linear equations, Runge-Kutta, tracking equations.*

### 1. Pendahuluan

Pertumbuhan jumlah penduduk yang semakin meningkat berdampak pada kebutuhan energi yang semakin meningkat pula. Pada tahun-tahun terakhir abad ke-20 terjadi perubahan dalam kebijakan energi yang bertujuan untuk mengurangi emisi CO<sub>2</sub> yang menjadi penyebab utama pemamasan global [1]. Pada tahun 2009, 18,2% dari total listrik yang dihasilkan dari sumber daya terbarukan, dan pada tahun 2011 meningkat menjadi 20,4% dan 23,4% di 2012 [2]. Indonesia adalah negara yang sebagian besar wilayahnya adalah laut. Energi dari laut dapat dimanfaatkan sebagai pembangkit listrik. Salah satunya adalah pembangkit listrik tenaga ombak.

Salah satu alat yang digunakan untuk mengubah ombak menjadi energi listrik adalah pompa piston. Pada penelitian ini pompa yang ditinjau adalah

pompa dengan piston tunggal. Piston dan pelampung dihubungkan oleh sebuah batang (*rod*). Batang yang menghubungkan antara pelampung dan piston ini memiliki ketegangan maksimal, Oleh karena itu, pemilihan tempat dari peletakan piston dan pelampung ini harus dipertimbangkan. Selain itu diperlukan kontrol untuk panjang batang penghubung antara pelampung dan piston agar menghindari rusaknya batang piston. Kontrol disini sangat penting karena performansi pompa piston dipengaruhi oleh tinggi dan periode gelombang laut [3][4].

Pada penelitian ini, sistem persamaan kontrol untuk batang penghubung dibangun menggunakan tracking persamaan linear. Setelah sistem persamaan kontrol batang penghubung selesai dibangun, maka sistem persamaan kontrol untuk batang penghubung

disubstitusikan kembali ke sistem persamaan linear pompa piston dan sistem persamaan tersebut diselesaikan menggunakan *Runge-Kutta Orde 4*.

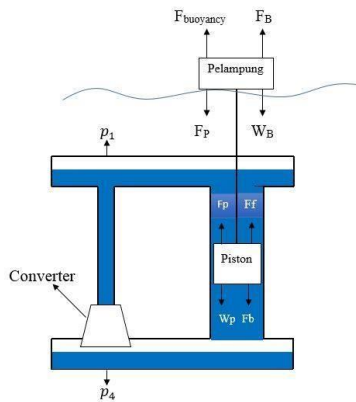
Pada penelitian sebelumnya telah dibuat sistem persamaan linear untuk pompa piston tunggal [5]. Permasalahan yang dibahas di penelitian sebelumnya adalah peningkatan model sistem persamaan linear, penentuan variabel kontrol yang optimal, dan desain serta implementasi sistem kontrol. Pencarian variabel kontrol yang optimal digunakan adalah metode ANOVA. Variabel kontrol yang terpilih adalah daerah silinder piston, karena berdasarkan metode ANOVA daerah silinder piston merupakan

daerah yang memiliki pengaruh yang tinggi terhadap model pompa piston tunggal. Desain serta implementasi sistem kontrol yang digunakan adalah metode Model Predictive Control (MPC) untuk menghasilkan solusi yang optimal.

Fokus pada penelitian tugas akhir ini adalah untuk menentukan panjang batang penghubung pelampung dan piston untuk membuat perbedaan tekanan yang besar. Dengan adanya perbedaan tekanan yang besar maka akan menghasilkan energi yang besar juga untuk menggerakkan turbin dan menghasilkan energi listrik.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Pompa Piston Tunggal



Gambar 2.1-1 : Pompa Piston Tunggal

Keterangan :

- $F_{buoyancy}$  = Gaya buoyancy
- $F_P$  = Gaya pegas yang bekerja pada pelampung
- $W_B$  = Gaya pegas yang bekerja pada pelampung yang dipengaruhi piston
- $F_p$  = Gaya pegas yang bekerja pada piston
- $F_f$  = Gaya pegas yang bekerja pada piston yang dipengaruhi pelampung
- $W_p$  = Berat pelampung
- $F_b$  = Berat piston
- $F_{friction}$  = Gaya gesek yang terjadi antara piston dengan silinder
- $p_1$  = Tekanan yang terdapat di reservoir atas
- $p_2$  = Tekanan yang terdapat di reservoir bawah

Pompa piston yang dimodelkan dalam penelitian ini adalah model pompa dengan satu buah piston atau piston tunggal yang terletak dalam silinder. Piston terhubung dengan sebuah pelampung melalui sebatang baja. Pompa dimodelkan dalam sistem yang tertutup, yang didalamnya terdiri oleh air dan tekanan.

Adapun cara kerja dari pompa piston tunggal dalam penelitian ini, yaitu pertama pompa piston tunggal diposisikan didalam laut dengan pelampung yang berada di permukaan laut. Kemudian, pada saat ada ombak maka pelampung akan bergerak naik turun dipermukaan laut mengikuti bentuk ombak. Selanjutnya yang terjadi pada sistem pompa dibawahnya adalah, pada saat pelampung di permukaan laut naik maka piston yang terdapat dalam pompa akan ikut naik begitu pula sebaliknya.

Pompa piston bekerja dalam sistem yang tertutup dengan tekanan awal yang diberikan pada reservoirnya sebesar 196,2 kPa [5]. Pada saat piston naik (*upstroke*) tekanan pada reservoir bawah akan dipompa naik menuju reservoir atas, sehingga tekanan pada reservoir atas akan bertambah dan pada reservoir bawah berkurang. Namun pada saat piston bergerak kebawah (*downstroke*) ada sebuah katup [5] antara daerah silinder tempat piston bergerak dengan reservoir atas yang berguna untuk menahan tekanan agar tidak keluar dari reservoir atas. Sehingga pada saat *downstroke* tidak terjadi perubahan tekanan pada kedua reservoir [5], karena tidak ada tekanan yang dipompakan melalui silinder piston. Perbedaan tekanan yang terjadi pada reservoir atas dan bawah inilah yang nantinya akan dikonversi menjadi energi listrik.

2.2 Derajat Relatif

Misal diketahui suatu sistem persamaan linear

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.1}$$

$$y = Cx + Du \tag{2.2}$$

dimana  $x \in \mathbb{R}^n$  dinotasikan sebagai vector keadaan,  $u \in \mathbb{R}^m$  adalah control,  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Sistem linear diatas dikatakan memiliki derajat relative  $n$  jika

lingkungan  $h(x) = 0$  untuk setiap  $k < (n-1)$  dalam

$$h(x) \neq 0.$$

$(.)$  adalah turunan Lie. Turunan Lie merupakan operator hasil kali diferensial orde  $k$  dengan nilai dari fungsi berkaitan. Dalam persamaan matematis turunan Lie dapat dinyatakan sebagai berikut [6]

$$L^k h(x) = \left( \frac{d}{dt} \right)^k h(x) \text{ dan } L^0 h(x) = h(x) \quad (2.3)$$

### 2.3 Tracking Persamaan Linear

Pandang sistem persamaan linear berikut

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.4)$$

$$y = Cx \quad (2.5)$$

jika  $x_d$  merupakan notasi track tujuan dari output sistem. Maka proses tracking adalah proses untuk mendesain kontrol  $u$  yang dapat memalikasi jarak antara  $y$  dengan  $x_d$ . Pada penelitian kali ini, berikut adalah langkah-langkah untuk membangun control  $u$

- i. Hitung derajat relative ( $k$ ) dari sistem persamaan
- ii. Tentukan matriks  $\alpha$  dimana

$$\begin{matrix} \alpha^0 h(x) - \alpha^0 \dot{x} \\ \vdots \\ \alpha^{k-1} h(x) - \alpha^{k-1} \dot{x} \\ \vdots \\ \alpha^{n-1} h(x) - \alpha^{n-1} \dot{x} \end{matrix}$$

- i. Membangun persamaan control

$$u = -(\alpha^{n-1} h(x))^{-1} (\alpha^{n-1} \dot{x} + \alpha^{n-2} h(x) - \alpha^{n-2} \dot{x})$$

dimana  $\alpha \in \mathbb{R}^{(n-k) \times (n-k)}$

### 2.4 Metode Runge-Kutta Orde 4

Penyelesaian persamaan diferensial dengan metode numerik dilakukan pada titik-titik yang ditentukan secara berurutan. Untuk mendapatkan hasil yang lebih teliti maka jarak (interval) antara titik-titik yang

berurutan tersebut dibuat semakin kecil.

Salah satu metode penyelesaian persamaan diferensial secara numerik ialah Metode *Runge-Kutta*. Metode *Runge-Kutta* memberikan hasil ketelitian yang

tinggi dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Bentuk umum dari metode *Runge-Kutta* adalah:

$$x_{i+1} = x_i + \Phi(x_i, \Delta t) \Delta t \quad (2.6)$$

Dengan  $\Phi(x_i, \Delta t)$  adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval.

Metode *Runge-Kutta orde 4* banyak digunakan karena mempunyai ketelitian lebih tinggi dibandingkan dengan metode *Runge-Kutta* orde yang lebih rendah. Metode ini mempunyai bentuk [8] :

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \Delta t \quad (2.7)$$

Dengan :

$$k_1 = f(x_i, t_i) \quad (2.8)$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2} \Delta t, t_i + \frac{1}{2} \Delta t) \quad (2.9)$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{2}{3} \Delta t, t_i + \frac{2}{3} \Delta t)$$

$$k_4 = f(x_i + \Delta t, t_i + \Delta t) \quad (2.10)$$

$$k = f(x_i + \Delta t, t_i + \Delta t) \quad (2.11)$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa nilai  $k$  mempunyai hubungan yang berurutan. Nilai  $k$

muncul dalam persamaan  $k_2$ , yang keduanya juga muncul dalam persamaan  $k_3$  dan seterusnya. Hubungan berurutan inilah yang membuat metode

Penyelesaian persamaan diferensial adalah suatu fungsi yang memenuhi persamaan diferensial dan juga memenuhi kondisi awal yang diberikan pada persamaan tersebut [7]. Di dalam penyelesaian persamaan diferensial secara analitis, biasanya dicari penyelesaian umum yang mengandung konstanta sembarang dan kemudian mengevaluasi konstanta tersebut sedemikian sehingga hasilnya sesuai dengan kondisi awal.

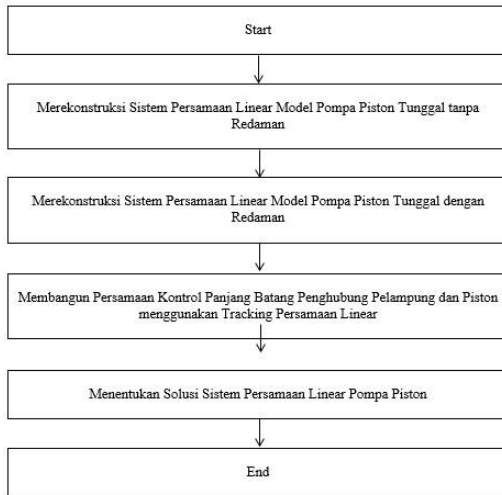
Metode penyelesaian persamaan diferensial secara analitis terbatas pada persamaan-persamaan dengan bentuk tertentu dan biasanya hanya untuk menyelesaikan persamaan linier dengan koefisien konstan sedangkan metode penyelesaian numerik tidak ada batasan mengenai bentuk persamaan diferensial.

Runge-Kutta menjadi efisien [9].

### **3. Perancangan Sistem**

#### **3.1 Alur Penelitian**

Pada tugas akhir ini akan merancang kontrol untuk sistem persamaan linear pompa piston dengan menggunakan metode *Runge-Kutta Orde 4*. Hasil yang diharapkan pada penelitian tugas akhir ini adalah variabel yang dikontrol pada sistem persamaan linear pompa piston akan membuat perubahan tekanan yang besar pada pompa piston sehingga menghasilkan energi listrik yang besar. Berikut adalah alur penelitian permodelan pompa piston.



Gambar 3.1-2 : Alur Penelitian

1. Tahap pertama pada penelitian ini adalah merekonstruksi sistem persamaan linear pompa piston. Pada tahap pertama ini merekonstruksi sistem persamaan linear pompa piston. Sistem persamaan linear pompa piston ini dibuat berdasarkan gaya yang bekerja pada pompa piston itu sendiri. Berdasarkan Gambar 2.1-1 dapat dilihat gaya apa saja yang bekerja pada pompa piston tunggal sehingga dengan menggunakan hukum newton II  $\sum F = m \cdot a$  bisa diperoleh persamaan-persamaan untuk pompa piston tunggal.

2. Namun, sistem persamaan yang dibangun masih belum maksimal karena masih ada beberapa gaya yang belum dipertimbangkan. Oleh karena itu, dibangun sistem persamaan baru yang sudah mempertimbangkan variabel redaman di dalamnya untuk menghasilkan system persamaan linear pompa piston yang lebih maksimal.

3. Tahap ketiga pada penelitian ini adalah membuat sistem persamaan kontrol pompa piston. Sistem persamaan kontrol untuk batang penghubung dibangun menggunakan metode tracking persamaan linear. Adapun langkah-langkah pembuatan kontrol ini adalah sebagai berikut :



Gambar 3.1-2 : Alur Pembangunan Kontrol

4. Tahap terakhir pada penelitian ini adalah menentukan solusi sistem persamaan pompa piston. Pada tahap terakhir ini akan menentukan solusi sistem persamaan pompa piston dengan substitusi persamaan pada kontrol yang sudah didapatkan di tahap ketiga. Selanjutnya, persamaan untuk kontrol yang sudah di dapatkan disubstitusikan kembali kedalam sistem persamaan pompa piston. Sistem persamaan tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode *Runge-Kutta Orde 4*. Sehingga membuat solusi sistem persamaan menggunakan kontrol untuk pompa piston yang diharapkan akan membuat perubahan tekanan pada pompa piston besar dan menghasilkan energi listrik yang besar juga.

**4. Implementasi Hasil**

**4.1 Sistem Persamaan Pompa Piston Tunggal Tanpa Redaman**

Berdasarkan Gambar 2.1-1 bisa dilihat gaya-gaya yang bekerja pada pompa piston tunggal, sehingga dengan menggunakan hukum newton II  $\sum F = m \cdot a$  bisa diperoleh persamaan-persamaan untuk pompa piston tunggal.

Pelampung yang digunakan berbentuk segi empat dengan massa  $m$  dan dihubungkan dengan batang untuk piston yang berada di bawah laut. Batang penghubung ini dianggap kaku dengan

$\frac{1}{2} \rho \omega^2 L$ . Gesekan antara piston dan silinder

dimodelkan dengan peredam dengan koefisien redaman  $c = \frac{1}{2} \rho \omega^2 L$  sesuai dengan rumusan

gesekan viskositas [10].

Sistem persamaan pompa piston tunggal dijelaskan dengan persamaan [10]

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = F \cos(\omega t) \quad (4.1)$$

dimana

$$Q = [Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6] \quad (4.2)$$

- $Q_1$  = posisi pelampung (m)
- $Q_2$  = kecepatan pelampung (m/s)
- $Q_3$  = posisi piston (m)
- $Q_4$  = kecepatan piston (m/s)
- $Q_5$  = tekanan reservoir atas ( $P_a$ )
- $Q_6$  = tekanan reservoir bawah ( $P_b$ )

Dengan matriks,  $M$  dan  $F$  yang bekerja saat pompa piston tunggal melakukan gerakan *upstroke*

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L}(P_a - P_b) \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L}P_a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

dimana  $F_1$  adalah gaya *buoyancy* yang bergantung pada posisi pelampung dan posisi gelombang. Gaya *buoyancy* tersebut dirumuskan sebagai berikut :

$$F_1 = \begin{cases} 0 & \text{jika } Q_1 - Q_3 \leq -\frac{1}{2} \lambda \\ \frac{1}{2} \rho g A (Q_1 - Q_3 + \frac{1}{2} \lambda) & \text{jika } -\frac{1}{2} \lambda < Q_1 - Q_3 \leq \frac{1}{2} \lambda \\ \rho g A (Q_1 - Q_3) & \text{jika } Q_1 - Q_3 > \frac{1}{2} \lambda \end{cases} \quad (4.5)$$

Pada saat *downstroke* tekanan yang terdapat di reservoir adalah 0. Oleh karena itu, dari persamaan 2.1 diperoleh matriks  $M$  pada saat pompa melakukan *downstroke*

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L}(P_a - P_b) \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L}P_a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Selain itu, massa  $M$  yang digunakan kedalam persamaan untuk gerakan *upstroke* dan *downstroke*

$$M = \begin{bmatrix} M_1 + M_2 + M_3 & & & & & \\ & M_1 + M_2 & & & & \\ & & M_1 + M_2 & & & \\ & & & M_1 + M_2 & & \\ & & & & M_1 + M_2 & \\ & & & & & M_1 + M_2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

dengan massa fluida didefinisikan oleh

$$M_i = \rho V_i \quad (4.9)$$

**4.2 Sistem Persamaan Pompa Piston Tunggal dengan Redaman**

Dari sistem persamaan pompa piston tunggal tanpa redaman masih belum maksimal karena ada beberapa gaya yang belum di pertimbangkan. Sistem persamaan diatas masih belum mempertimbangkan redaman. Oleh karena itu dibuat sistem persamaan ketika piston bergerak dalam pompa piston tunggal, piston bergesekan dengan silinder dan terdapat *energy loses* yang terdapat di batang antara batang dengan air. Itulah yang membuat *energy loses* ke sistem persamaan diatas dan hal tersebut tidak dapat diabaikan[4]. Di sistem persamaan baru yang dibuat dimasukkan gaya gesek tersebut dan diharapkan untuk mengurangi jumlah getaran yang ada. Untuk memasukkan kerugian energi yang ada maka dipertimbangkan peredam linear yang terhubung

antara pelampung dan piston. Rasio redaman ( $\gamma$ ) berkaitan dengan koefisien redaman melalui ekspresi

$$\gamma = 2\sqrt{C/M}$$

Dalam model sistem persamaan yang baru,

$$M \ddot{Q} + C \dot{Q} + K Q = F \quad (4.22)$$

$$M_{baru} \ddot{Q} = M_{lama} \ddot{Q} + F \quad (4.23)$$

- $Q_{lama}$  = perpindahan dari pelampung
- $Q_{gel}$  = perpindahan dari gelombang
- $Q_{lama}^{baru}$  = perpindahan dari pelampung di model baru
- $Q_{gel}^{baru}$  = perpindahan dari gelombang di model baru

Peredam dengan koefisien C akan muncul dalam persamaan untuk pelampung dan piston sebagai berikut

Buoy :

$$M_1 \ddot{Q}_1 + C(\dot{Q}_1 - \dot{Q}_3) + K_1(Q_1 - Q_3) = F_1 - \frac{1}{L}P_a \quad (4.24)$$

Piston :

$$M_2 \ddot{Q}_2 + C(\dot{Q}_2 - \dot{Q}_4) + K_2(Q_2 - Q_4) = -\frac{1}{L}(P_a - P_b) - \frac{1}{L}P_a - F_2 \quad (4.25)$$

dimana  $F_2 = -\frac{1}{L}P_a$  adalah perkiraan awal dari didefinisikan

gesekan antara piston dengan dinding silinder.

Selain itu pada saat *upstroke*, piston harus memompa air yang berada di dalam silinder dan yang ada di reservoir atas. Oleh karena itu, massa fluida harus diubah sebagai berikut

$$m = \rho V \quad (4.26)$$

Dengan semua pertimbangan diatas maka sistem persamaan sebelumnya dapat di modifikasi dimana untuk gerakan *upstroke* menjadi

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{V} & -\frac{1}{V} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{V} & \frac{1}{V} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

dan untuk gerakan *downstroke* menjadi

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{V} & -\frac{1}{V} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{V} & \frac{1}{V} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

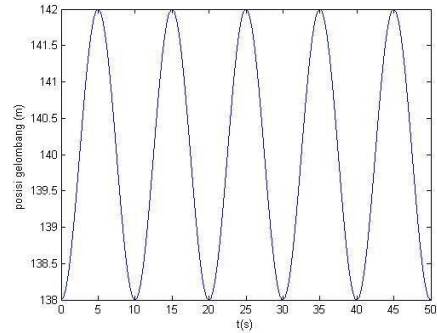
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Energi Hidrolik yang dihasilkan dari gelombang laut dapat dihitung menggunakan rumus :

$$E = \frac{1}{2} \rho g H^2 \quad (4.43)$$

$$E = \frac{1}{2} \rho g H^2 \quad (4.44)$$

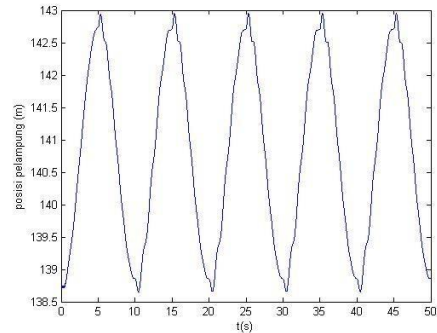
dimana  $t$  adalah waktu pada saat piston berada di bawah silinder dan  $T$  adalah periode dari gelombang.



Gambar 4.2-2 : Pergerakan Gelombang

Pada Gambar 4.2-2 dapat dilihat pergerakan dari

gelombang yang terjadi antara 138 m sampai 142 m. Ombak yang berada di laut ini memiliki tinggi sekitar 4 m. Pergerakan dari gelombang laut ini akan mempengaruhi pergerakan dari pelampung dan piston.



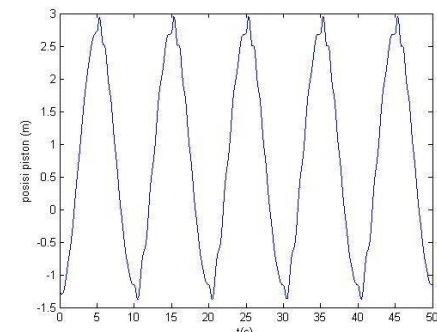
Gambar 4.2-3 : Pergerakan Pelampung

Pada Gambar 4.2-3 dapat dilihat pergerakan dari

pelampung yang berada di permukaan laut saat

terjadinya gelombang. Asumsi awal yang digunakan untuk posisi pelampung ini adalah 138,559 m. Dari

gambar diatas dapat dilihat bahwa posisi pelampung akan bergerak *upstroke* dan *downstroke* mengikuti gelombang dengan kondisi yang sudah ditentukan.



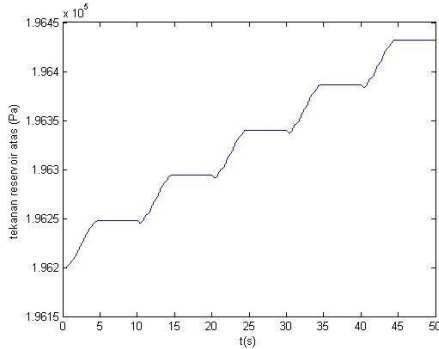


Grafik hasil dari model pompa piston tunggal tanpa kontrol dapat dilihat pada Gambar 4.2-3 sampai 4.2-6. Periode waktu yang digunakan adalah 50 detik. Pada setiap 5 detik kondisinya akan berubah, detik 0 sampai 5 kondisinya akan *upstroke* dan selanjutnya detik 6 sampai 10 kondisinya akan *downstroke*, kondisi ini berulang hingga detik ke 50.

*Gambar 4.2-4 : Pergerakan Piston*

Pada Gambar 4.2-4 ini dapat dilihat pergerakan dari piston yang berada di dalam laut. Panjang batang

penghubung antara piston dan pelampung adalah 140 m dan posisi awal pelampung berada di 138,559 m sehingga asumsi yang digunakan untuk posisi awal piston berada di -1,4410 m. Dari gambar diatas dapat dilihat bahwa posisi piston akan bergerak bersamaan dengan posisi pelampung, pada saat pelampung melakukan gerakan *upstroke* maka piston akan tertarik ke atas dan melakukan gerakan *upstroke* juga. Hal ini juga berlaku pada saat pelampung melakukan gerakan *downstroke* maka piston pun akan melakukan gerakan *downstroke*.



Gambar 4.2-5 : Tekanan pada Reservoir Atas

Pada Gambar 4.2-5 ini dapat dilihat pergerakan dari tekanan yang terjadi pada reservoir atas. Asumsi yang digunakan untuk nilai awal tekanan pada reservoir atas adalah 196200 Pa. Tekanan yang terjadi pada reservoir atas ini selalu naik, dan pada umumnya itu tidak mungkin karena piston memiliki tekanan maksimal

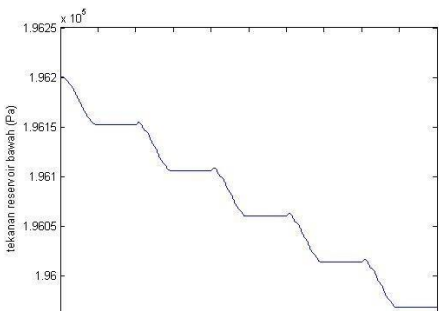
didalamnya sehingga tidak mungkin menampung tekanan yang terus menerus naik. Tekanan yang terjadi di reservoir atas ada yang naik dan ada yang lurus itu

disebabkan karena pada saat *upstroke* terdapat tekanan pada reservoir atas sehingga digrafik terlihat naik dan

pada saat *downstroke* tidak terdapat tekanan pada reservoir atas sehingga digrafik terlihat lurus atau

konstan. Dari tekanan reservoir atas ini didapatkan

energi yang bisa digunakan. Energi yang dihasilkan dari tekanan reservoir atas ini selama 1000 detik adalah 22.373.910 J.



Pada Gambar 4.2-6 ini dapat dilihat pergerakan dari tekanan yang terjadi pada reservoir bawah. Asumsi yang digunakan untuk nilai awal tekanan pada reservoir bawah adalah 196200 Pa. Tekanan yang terjadi pada reservoir bawah ini selalu turun, dan pada umumnya itu juga tidak mungkin terjadi. Tekanan yang terjadi di reservoir bawah ada yang naik dan ada yang lurus itu disebabkan karena pada saat *upstroke* terdapat tekanan pada reservoir bawah sehingga digrafik terlihat naik dan pada saat *downstroke* tidak terdapat tekanan pada reservoir bawah sehingga digrafik terlihat lurus atau konstan.

### 4.3 Kontrol Panjang Batang Penghubung antara Pelampung dan Piston

Pada sub bab ini akan dibahas bagaimana pembuatan kontrol untuk bagian panjang batang penghubung antara pelampung dan piston. Adapun fungsi yang digunakan untuk membuat kontrol panjang batang penghubung antara pelampung dan piston adalah sebagai berikut :

$\ddot{x} + \zeta \dot{x} + \omega_n^2 x = \ddot{x}_d + \zeta \dot{x}_d + \omega_n^2 x_d$  dimana  $x$  adalah variabel yang ingin dikontrol. Pada penelitian ini variabel yang dikontrol adalah  $x$  sedangkan  $x_d$  adalah variabel yang tidak mengandung  $\ddot{x}$ . Hasilnya akan menjadi seperti dibawah ini :

$$\ddot{x} + \zeta \dot{x} + \omega_n^2 x = \ddot{x}_d + \zeta \dot{x}_d + \omega_n^2 x_d$$

$$-\frac{k}{A_1} \frac{V_1}{A_1} - \frac{k}{A_1} \frac{V_2}{A_1} + \frac{k}{A_1} \frac{V_3}{A_1} + \frac{k}{A_1} \frac{V_4}{A_1} - \frac{V_1}{A_1} - \frac{V_2}{A_1} + \frac{V_3}{A_1} + \frac{V_4}{A_1} = \ddot{x}_d + \zeta \dot{x}_d + \omega_n^2 x_d$$

$$-\frac{k}{A_1} \frac{V_1}{A_1} - \frac{k}{A_1} \frac{V_2}{A_1} + \frac{k}{A_1} \frac{V_3}{A_1} + \frac{k}{A_1} \frac{V_4}{A_1} - \frac{V_1}{A_1} - \frac{V_2}{A_1} + \frac{V_3}{A_1} + \frac{V_4}{A_1} = \ddot{x}_d + \zeta \dot{x}_d + \omega_n^2 x_d$$

$$\left( \frac{k}{A_1} \frac{V_1}{A_1} + \frac{k}{A_1} \frac{V_2}{A_1} - \frac{k}{A_1} \frac{V_3}{A_1} - \frac{k}{A_1} \frac{V_4}{A_1} + \frac{V_1}{A_1} + \frac{V_2}{A_1} - \frac{V_3}{A_1} - \frac{V_4}{A_1} \right) = \ddot{x}_d + \zeta \dot{x}_d + \omega_n^2 x_d$$

$$h(\omega) = \begin{pmatrix} -\omega \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Gambar 4.2-6 : Tekanan pada Reservoir Bawah

#### 4.4 Model Pompa Piston Tunggal menggunakan Kontrol Logistik

Pada sub bab ini akan dibahas bagaimana model pompa piston yang dikontrol menggunakan persamaan logistik pada panjang batang penghubung antara pelampung dan piston. Persamaan logistik yang digunakan sebagai kontrol ini adalah sebagai berikut :

$$x_{k+1} = \frac{kx_k}{(x_k - 1) + 1}$$

Keterangan :

- $k$  = Nilai tekanan maksimal yang diinginkan
- $x_0$  = Tekanan awal
- $x$  = laju kenaikan

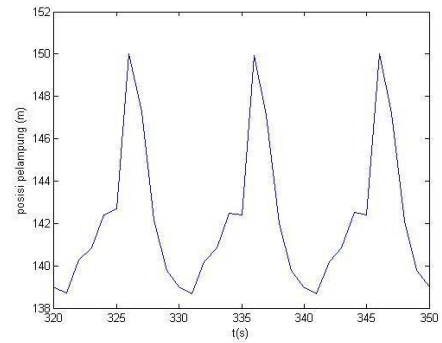
Persamaan logistik diatas digunakan pada saat menentukan matriks  $A$  dan digunakan sebagai  $B$ . Persamaan logistik ini digunakan untuk kontrol tekanan pada piston yang terus naik. Karena tekanan di dalam piston tidak mungkin selalu naik, maka perlu batasan yang ditentukan untuk nilai tekanan yang berada di dalam piston. Batasan yang digunakan untuk tekanan yang berada pada piston adalah 197000 Pa. Matriks  $A$  yang dihasilkan menggunakan kontrol logistik ini adalah sebagai berikut :

$$A = \frac{k}{(x_k - 1) + 1} \cdot \frac{1}{((\frac{k}{x_0} - 1) + 1)^2}$$

Sehingga persamaan kontrol yang dihasilkan dengan menggunakan kontrol logistik ini

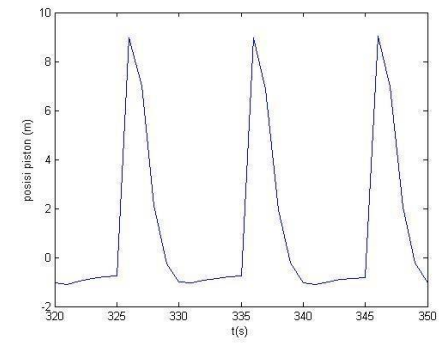
adalah sebagai berikut :

$$u_k = \frac{2}{(x_k - 1) + 1} + \frac{4}{4 - (x_k - 1) + 1} - \frac{1}{((\frac{k}{x_0} - 1) + 1)^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{(x_k - 1) + 1} + \frac{2}{(x_k - 1) + 1} - \frac{(x_k + 1)}{2} \right) + \frac{2}{2(x_k - 1) + 1} \cdot \frac{2}{(x_k - 1) + 1} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} - \frac{2}{2} + \frac{2}{2}$$



Gambar 4.4.1-1 : Pergerakan Pelampung dengan Kontrol Logistik

Pada Gambar 4.4.1-1 dapat dilihat pergerakan dari pelampung saat sudah dikontrol dengan persamaan logistik yang berada di permukaan laut saat terjadinya gelombang. Asumsi awal yang digunakan untuk posisi pelampung ini adalah 138,559 m namun pada saat dikontrol dengan persamaan logistik pergerakan dari pelampung sedikit tidak beraturan diawal dan mulai membaik di detik 320. Setelah detik 320 pergerakan dari pelampung akan lebih konstan seperti gambar diatas.



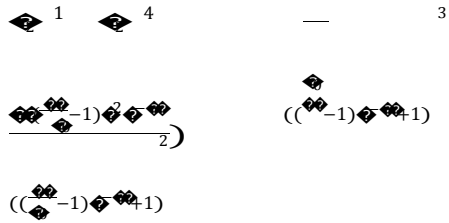
Gambar 4.4.1-2 : Pergerakan Piston dengan

Kontrol Logistik

Pada Gambar 4.4.1-2 ini dapat dilihat pergerakan dari

piston yang berada di dalam laut. Asumsi yang digunakan untuk posisi awal piston berada di -1,4410

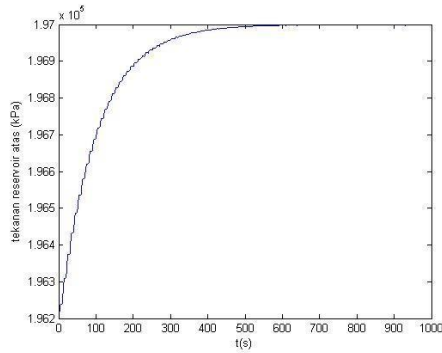
m. Dengan menggunakan kontrol persamaan logistik



pergerakan dari piston sedikit tidak beraturan di awal

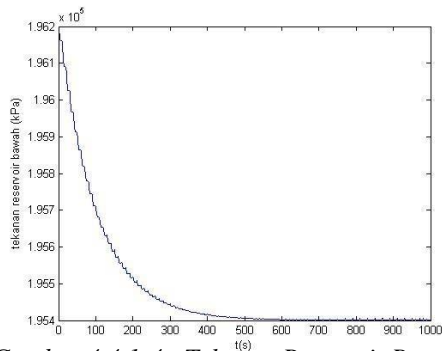
sampai detik ke 320. Setelah detik 320 pergerakan dari piston akan membaik dan akan menjadi lebih konstan seperti gambar diatas.

Hasil dari persamaan kontrol menggunakan persamaan logistik adalah sebagai berikut :



Gambar 4.4.1-3 : Tekanan Reservoir Atas dengan Kontrol Logistik

Pada Gambar 4.4.1-3 ini dapat dilihat pergerakan dari tekanan yang terjadi pada reservoir atas. Asumsi yang digunakan untuk nilai awal tekanan pada reservoir atas adalah 196200 Pa. Tekanan yang terjadi pada reservoir atas ini selalu naik, dan pada umumnya itu tidak mungkin karena piston memiliki tekanan maksimal didalamnya sehingga tidak mungkin menampung tekanan yang terus menerus naik. Oleh karena itu, dilakukan kontrol untuk tekanan reservoir atas dengan menggunakan persamaan logistik. Batas atas yang ditentukan untuk kontrol persamaan logistik ini adalah 197000 Pa, jadi tekanan pada reservoir atas akan stabil di batas atas yang sudah di tentukan untuk mencegah kenaikan yang terjadi terus menerus sebelumnya. Laju kenaikan yang digunakan disini adalah 0,01 agar kenaikan dari tekanan reservoir atas ini tidak terlalu cepat sehingga terlihat kenaikan dan stabilnya tekanan reservoir atas. Energi yang dihasilkan dari tekanan pada reservoir atas selama 1000 detik adalah 3.920.470 J.

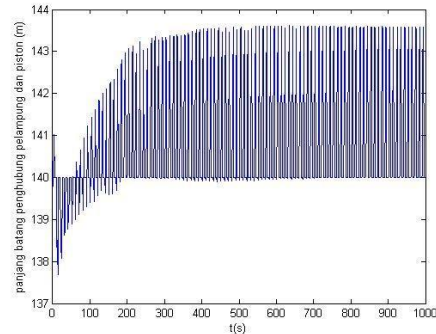


Gambar 4.4.1-4 : Tekanan Reservoir Bawah dengan Kontrol Logistik

Pada Gambar 4.4.1-4 ini dapat dilihat pergerakan dari tekanan yang terjadi pada reservoir bawah. Asumsi

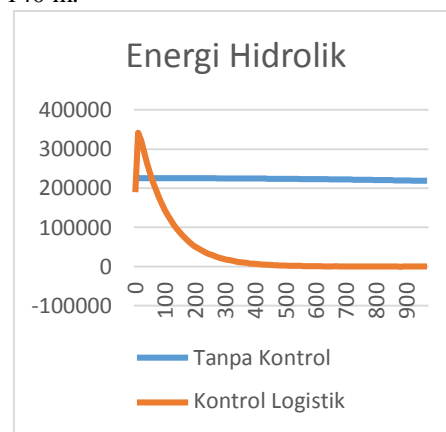
yang digunakan untuk nilai awal tekanan pada reservoir bawah adalah 196200 Pa. Tekanan yang terjadi pada reservoir bawah ini selalu turun, dan pada umumnya itu juga tidak mungkin terjadi. Pada saat dilakukan kontrol untuk tekanan pada reservoir atas

maka otomatis reservoir bawah juga akan terkontrol. Batas maksimal tekanan yang digunakan untuk tekanan reservoir atas adalah 197000 Pa berarti kenaikan yang terjadi adalah 800 Pa sehingga penurunan tekanan yang terjadi pada reservoir bawah juga 800 Pa, oleh karena itu batas bawah minimal adalah 195400 Pa.



Gambar 4.4.1-5 : Panjang Batang Penghubung Pelampung dan Piston

Pada Gambar 4.4.1-5 dapat dilihat saat gerakan upstroke di detik 0 sampai 5, 10 sampai 15, 20 sampai 25 dan seterusnya hingga detik ke 1000 nilai dari ini tergantung dari hasil kontrol yang sudah dibuat, dan pada saat downstroke di detik ke 5 sampai 10, 15 sampai 20, 25 sampai 30 dan seterusnya hingga detik ke 1000 nilai dari adalah 140 m sesuai dengan nilai aslinya. Dari Hasil untuk model pompa piston menggunakan kontrol persamaan logistik terlihat bahwa kontrol yang dilakukan sudah berhasil. yang dihasilkan untuk kontrol logistik ini pun adalah antara 137,6928 m hingga 143,6112 m. Dapat dilihat bahwa yang dihasilkan tidak jauh berbeda dari nilai aslinya yaitu 140 m.



Gambar 4.4.1-6 : Energi hidrolik

Pada Gambar 4.4.1-6 dapat dilihat grafik dari energi hidrolik yang dihasilkan oleh tekanan reservoir. Grafik energi hidrolik yang dihasilkan oleh tekanan tanpa

kontrol cenderung stabil karena tidak ada batasan maksimum nilai tekanan yang diinginkan. Dengan tidak adanya batasan maksimum tersebut, maka nilai dari energi hidrolik yang dihasilkan oleh tekanan tanpa kontrol akan lebih besar dibandingkan energi hidrolik yang dihasilkan oleh tekanan dengan kontrol. Walaupun nilai energi hidrolik yang dihasilkan lebih besar, namun keadaan tersebut tidak memungkinkan karena pompa piston tersebut pasti memiliki batasan maksimum untuk menampung tekanan yang ada di dalam pompa piston. Untuk nilai energi hidrolik yang dihasilkan dengan menggunakan kontrol akan cenderung mengecil karena ada batasan maksimum yang digunakan untuk tekanan reservoirnya. Jika nilai tekanan sudah mencapai nilai maksimum yang ditentukan maka sudah tidak ada perubahan energi hidrolik yang dihasilkan oleh tekanan tersebut sehingga menyebabkan tidak ada energi hidrolik yang dihasilkan atau energi hidrolik yang dihasilkan adalah nol. Total energi hidrolik yang dihasilkan oleh tekanan reservoir tanpa kontrol selama 1000 detik adalah 22.373.910 J sedangkan total energi hidrolik yang dihasilkan oleh tekanan reservoir dengan menggunakan kontrol selama 1000 detik adalah 3.920.470 J.

## 5. Kesimpulan dan Saran

### 5.1 Kesimpulan

Dari penelitian diatas, dapat disimpulkan bahwa :

1. Rekonstruksi model sistem persamaan linear pompa piston tunggal dapat dilakukan dengan melihat gaya-gaya yang bekerja pada pompa piston tunggal.
2. Perancangan kontrol menggunakan metode tracking persamaan linear dapat dilakukan untuk mengontrol sistem persamaan linear pompa piston tunggal pada bagian batang penghubung pelampung dan piston.
3. Nilai dari panjang batang penghubung pelampung dan piston adalah 137,6928 m hingga 143,6112 m. Ini sudah mendekati nilai sebenarnya dari panjang batang penghubung pelampung dan piston yaitu 140 m.
4. Total energi hidrolik yang dihasilkan dari tekanan reservoir untuk pompa piston tunggal tanpa kontrol selama 1000 detik adalah 22.373.910 J sedangkan total energi hidrolik yang dihasilkan dari tekanan reservoir untuk pompa piston tunggal menggunakan kontrol persamaan logistik selama 1000 detik adalah 3.920.470 J.

### 5.2 Saran

Setelah penelitian ini, terdapat beberapa saran yang bisa dilakukan antara lain:

1. Penentuan nilai-nilai variable yang ada dapat diubah sesuai kondisi yang diinginkan untuk mendapatkan hasil yang lebih baik.
2. Notasi track tujuan dapat dilakukan dengan persamaan lain selain persamaan logistik agar mendapatkan hasil yang diinginkan dan energy hidrolik yang diinginkan.

## DAFTAR PUSTAKA

[1] National Research Council. *America's Climate Choices: Panel on Advancing the Science of Climate Change*. Washington, D.C. : The National Academies Press, 2010.

[2] Observ'ER. *The state of renewable energies in europe*. Paris : EuroObserv'ER Report, 2013.

[3] Prins, Wout A. *Method and system for extracting kinetic energy from surface waves of a water*. 2013. P101922PC00.

[4] Vakis, Antonis I., Prins, Wout A. and Meijer, Harmen. *First steps in the design and construction of the Ocean Grazer*. 2014.

[5] Garcia, Galvan. Bruno. *Nonlinear Control Design for Wave Energy Converter*. 2014

[6] Sholikhah, Siti Aminatus. Subchan. Kamiran. *Penerapan Model Predictive Control (MPC) pada Kapal Autopilot dengan Lintasan Tertentu*. Surabaya. 2012

[7] Gusa, Rika Favoria. *Penerapan Metode Runge-Kutta Orde 4 dalam Analisis Rangkaian RLC*. 2014

[8] Utami, R. P., 2005, "Metode Runge-Kutta untuk Solusi Persamaan Pendulum", Prodi Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.

[9] Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta : Universitas Gajah Mada.

[10] Martí Saumell, Josep. *Dynamical modelling, analysis and control design of a distributed sea wave energy storage system MSc Thesis*. 2013.