

## PELACAKAN KELUARAN SISTEM LINEAR POMPA PISTON TUNGGAL DENGAN KONTROL KOMPOSISI RESERVOIR POMPA (TRACKING OUTPUT SYSTEM LINEAR SINGLE PISTON PUMP WITH CONTROL COMPOSITION OF PUMP RESERVOIR)

Theo Andrew<sup>1</sup>, Jondri<sup>2</sup>, Annisa Aditsania<sup>3</sup>

Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom

<sup>1</sup>[theoandrewsiahaan@gmail.com](mailto:theoandrewsiahaan@gmail.com), <sup>2</sup>[jondri@telkomuniversity.ac.id](mailto:jondri@telkomuniversity.ac.id), <sup>3</sup>[annisaaditsania@gmail.com](mailto:annisaaditsania@gmail.com)

**Abstrak** - Pompa piston tunggal adalah pompa yang terdiri dari sebuah piston yang digunakan untuk memompa air, sehingga terjadi perbedaan tekanan dalam sistem pompa tersebut dan dapat dikonverter menjadi energi. Pompa piston tunggal ini difokuskan sebagai pembangkit listrik energi ombak. Penelitian ini berjudul pelacakan keluaran sistem linear pompa piston tunggal dengan kontrol reservoir pompa. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk merekonstruksi model sistem persamaan dari pompa piston tunggal dan membangun persamaan kontrol pompa piston tunggal terhadap reservoir-nya. Metode penelitian yang digunakan adalah metode numerik *Runge-Kutta* dan *tracking* kontrol sistem persamaan linear. Berdasarkan tujuan yang ingin dicapai sebelumnya, penelitian ini berfokus pada perancangan kontrol terhadap reservoir atas dari pompa piston tunggal, sehingga diharapkan bahwa dengan kondisi tertentu yang optimal dari reservoir atas dapat menghasilkan perbedaan tekanan yang lebih optimal pula pada sistem, yang diharapkan juga berpengaruh dengan banyak energi yang dihasilkan dari sistem. Hasil yang didapat dari pengontrolan sistem ini adalah nilai dari variabel kontrol ( $u$ ), yaitu 52. Nilai tersebut merupakan selama 100 detik dengan  $3.900.175$  sampai  $47$  sampai  $75$ . Didapat pula energi hidrolik yang dihasilkan sistem ini

**Kata kunci** : pompa piston tunggal, *tracking* kontrol sistem persamaan linear, *Runge-Kutta*

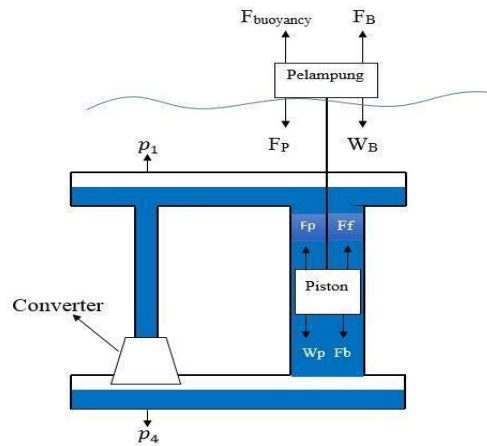
### 1. PENDAHULUAN

Saat ini teknologi yang ada sudah semakin berkembang setiap tahunnya. Perkembangan teknologi yang pesat ini juga tentunya meningkatkan kebutuhan manusia akan sumberdaya listrik. Pembangkit listrik yang ada saat ini kebanyakan menghasilkan limbah yang tidak baik, dan juga sumber energi yang digunakan untuk diubah menjadi listrik bukan sumberdaya yang dapat diperbarui, seperti contohnya pembangkit listrik tenaga batu bara (PLTB). Pada akhir abad-20 dikeluarkan aturan untuk mengatur penggunaan energi yang menghasilkan emisi berlebih [1]. Saat ini, investasi terhadap penelitian-penelitian dalam hal pengembangan energi alternatif sudah dilakukan. Pada 2009, 18,2% total energi listrik dihasilkan dari sumberdaya terbaru, sedangkan pada 2011 meningkat menjadi 20,4% dan menjadi 23,4% pada tahun 2012 [2]. Pada penelitian ini akan diteliti tentang pengembangan pembangkit listrik yang ramah lingkungan dan juga memanfaatkan fenomena dari alam yang selalu berjalan setiap saat, yaitu pembangkit listrik tenaga ombak (PLTO). Pembangkit listrik tipe energi ombak ini juga dianggap potensial untuk dimanfaatkan karena letak geografis negara Indonesia yang sebagian besar wilayahnya adalah perairan. Cara kerja dari PLTO ini memanfaatkan gelombang laut atau ombak yang bergerak naik-turun. Pergerakan gelombang ini akan menggerakkan pelampung yang terhubung dengan piston pada sistem pompa sehingga menghasilkan perbedaan tekanan air didalam sistem. Perbedaan tekanan inilah yang dikonverter menjadi energi. Pada penelitian sebelumnya [3], peneliti menggunakan pompa piston tunggal sebagai model yang akan dioptimalkan terhadap kontrolnya. Pada penelitian sebelumnya juga peneliti telah membangun persamaan sistem linear dari model yang kemudian dengan menggunakan analysis of variance (ANOVA), ditentukan faktor atau variabel yang paling berpengaruh dalam sistem piston. Berdasarkan pada ANOVA peneliti mendapatkan variabel paling berpengaruh adalah area dari silinder, sehingga pada [3] variabel ini dijadikan kontrol untuk mengoptimalkan sistem kerja pompa piston tunggal. Pada penelitian ini akan difokuskan pada perancangan kontrol tekanan pada pompa piston tunggal terhadap reservoir yang ada di atas bagian sistem pompa. Reservoir pada pompa berisi akumulasi dari air dan udara(tekanan). Saat pompa piston tunggal melakukan *upstroke* dan *downstroke* air yang terpompa akan mengakibatkan perubahan tekanan pada kedua reservoir. Karena reservoir merupakan sebuah ruang, maka ada ukuran (dalam penelitian ini dilihat luas permukaannya) optimal yang dapat dikontrol. Luas permukaan reservoir yang optimal dalam mesin pompa piston tunggal diharapkan akan memberikan tekanan yang lebih optimum juga, sehingga menghasilkan energi yang lebih besar. Sehingga dari persamaan sistem linear yang akan dibangun, dipilih kontrol yang akan digunakan untuk mengoptimalkan hasil energi pada pompa piston tunggal, yaitu ruang reservoirnya. Kontrol pada penelitian ini diselesaikan menggunakan pendekatan secara numerik, yaitu menggunakan metode *Runge-Kutta* orde 4.

## 2. DASAR TEORI

### 2.1 Pompa Piston Tunggal

Pompa piston yang dimodelkan dalam penelitian ini adalah model pompa dengan satu buah piston atau piston tunggal yang terletak dalam silinder. Piston terhubung dengan sebuah pelampung melalui sebatang baja. Pompa dimodelkan dalam sistem yang tertutup, yang didalamnya terdiri oleh air dan tekanan.



Gambar 2.1-1 : Pompa piston tunggal dengan gaya yang bekerja.

Keterangan:

- $F_{buoyancy}$  = Gaya apung yang bekerja pada pelampung
- $F_p$  = Gaya pegas yang bekerja pada pelampung
- $F_f$  = Gaya pegas yang bekerja pada pelampung dipengaruhi oleh piston
- $W_b$  = Gaya berat pelampung
- $F_p$  = Gaya pegas yang bekerja pada piston dipengaruhi oleh pelampung
- $F_f$  = Gaya pegas yang bekerja pada piston
- $W_p$  = Gaya gesek yang terjadi antara piston dengan silinder
- $F_b$  = Gaya berat piston
- $p_1$  = Tekanan yang bekerja pada reservoir atas
- $p_2$  = Tekanan yang bekerja pada reservoir bawah

Adapun cara kerja dari pompa piston tunggal dalam penelitian ini, yaitu pertama pompa piston tunggal diposisikan didalam laut dengan pelampung yang berada di permukaan laut. Kemudian, pada saat ada ombak maka pelampung akan bergerak naik turun dipermukaan laut mengikuti bentuk ombak. Selanjutnya yang terjadi pada sistem pompa dibawahnya adalah, pada saat pelampung di permukaan laut naik maka piston yang terdapat dalam pompa akan ikut naik begitu pula sebaliknya. Pompa piston bekerja dalam sistem yang tertutup dengan tekanan awal yang diberikan pada reservoirnya sebesar 196,2 kPa [3]. Pada saat piston naik (*upstroke*) tekanan pada reservoir bawah akan dipompa naik menuju reservoir atas, sehingga tekanan pada reservoir atas akan bertambah dan pada reservoir bawah berkurang. Namun pada saat piston bergerak kebawah (*downstroke*) ada sebuah katup [3] antara daerah silinder tempat piston bergerak dengan reservoir atas yang berguna untuk menahan tekanan agar tidak keluar dari reservoir atas. Sehingga pada saat *downstroke* tidak terjadi perubahan tekanan pada kedua reservoir [3], karena tidak ada tekanan yang dipompakan melalui silinder piston. Perbedaan tekanan yang terjadi pada reservoir atas dan bawah inilah yang nantinya akan dikonversi menjadi energi.

### 2.2 Derajat Relatif

Misal diketahui suatu sistem persamaan linear:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + D u$$

dimana  $x \in \mathbb{R}^n$  dinotasikan sebagai vector keadaan,  $u \in \mathbb{R}^m$  adalah kontrol,  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Sistem linear diatas dikatakan memiliki derajat relatif  $r$  dititik  $x_0$  jika

1.  $C A^k x_0 = 0$  untuk setiap  $k$  dalam lingkungan  $x_0$  dan setiap  $k < (n - 1)$
2.  $C A^{n-1} x_0 \neq 0$ .

$L^k(\cdot)$  adalah turunan Lie. Turunan Lie merupakan operator hasil kali diferensial orde  $k$  dengan nilai dari fungsi berkaitan [4]. Dalam persamaan matematis turunan Lie dapat dinyatakan sebagai berikut [4]:

$$L^k f(x) = \left( \frac{\partial}{\partial x} \right)^k f(x) \quad (2.1)$$

$$\text{dan } \dot{h}(t) = h'(t) \tag{2.2}$$

### 2.3 Tracking Persamaan Linear

Perhatikan sistem persamaan linear berikut:

$$\dot{h} = Ah + B$$

jika  $h_d$  merupakan notasi *track* tujuan dari *output* sistem. Maka proses *tracking* adalah proses untuk mendesain kontrol  $u$  yang dapat meminimalisasi jarak antara  $h(t)$  dengan  $h_d(t)$  [4].

Pada penelitian ini, berikut adalah langkah-langkah untuk membangun control  $u$ :

1. Hitung derajat relatif ( $\lambda$ ) dari sistem persamaan,
2. Tentukan matriks  $K$  dimana,

$$K = \begin{pmatrix} \lambda h(t) - \dot{h}(t) \\ \lambda h(t) - \dot{h}(t) \\ \lambda h(t) - \dot{h}(t) \\ \vdots \\ \lambda^{-1} h(t) - \lambda^{-1} \dot{h}(t) \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

3. Membangun persamaan kontrol,

$$u = - (K B^{-1} h(t))^{-1} (K h(t) + \dot{h}(t)) \tag{2.4}$$

dimana  $\lambda \in \mathbb{R}_{n-1}$

### 2.4 Metode Runge-Kutta orde 4

Metode *Runge-Kutta* orde 4 adalah suatu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial secara numerik atau pendekatan sehingga mendapatkan penyelesaian yang lebih signifikan daripada penyelesaian secara eksak atau analitik [5] [6]. Berikut bentuk umum metode *Runge-Kutta* orde 4 [7]:

$$h_{n+1} = h_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{2.5}$$

dengan:

$$k_1 = \Delta t f(t_n, h_n) \tag{2.6}$$

$$k_2 = \Delta t f(t_n + \frac{1}{2}\Delta t, h_n + \frac{1}{2}k_1) \tag{2.7}$$

$$k_3 = \Delta t f(t_n + \frac{1}{2}\Delta t, h_n + \frac{1}{2}k_2) \tag{2.8}$$

$$k_4 = \Delta t f(t_n + \Delta t, h_n + k_3) \tag{2.9}$$

## 3. PERANCANGAN SISTEM

### 3.1 Alur Penelitian

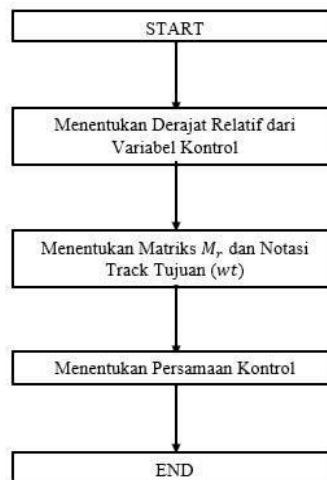
Pada penelitian ini akan dibangun sistem dengan kontrol untuk sebuah pompa piston tunggal terhadap ruang reservoirnya, yang kemudiang model persamaan akan diselesaikan menggunakan metode *Runge-Kutta* orde 4. Berikut adalah alur penelitian membangun kontrol pompa piston tunggal:



Gambar 3.1-1 : Alur Penelitian

Tahap pertama yang dilakukan dalam penelitian ini adalah merekonstruksi model persamaan-persamaan linear, sistem persamaan bisa didapatkan dari gaya-gaya yang bekerja pada pompa piston tunggal (Gambar 2.1-1) dengan menggunakan teori hukum II Newton yaitu,  $\Sigma F = ma$ . Perekonstruksian sistem persamaan linear pompa piston tunggal ini akan dipaparkan pada bab selanjutnya. Rekonstruksi sistem persamaan linear ini akan terbagi menjadi dua, yaitu sistem persamaan yang dibangun tanpa menghiraukan efek redaman dan sistem persamaan yang mempertimbangkan efek redaman. Perbedaan antara kedua sistem persamaan tersebut ada pada pertimbangan *energy losses* yang terjadi pada batang penghubung antara pelampung dengan piston.

Tahap selanjutnya, dari variabel kontrol yang dipilih, yaitu luas permukaan reservoir atas dibangun persamaan kontrol yang ingin digunakan untuk mengoptimalkan energi hasil kerja sistem pompa piston tunggal (dalam penelitian ini kontrol yang digunakan adalah luas permukaan pada reservoir). Berikut adalah alur dari proses pembangunan kontrol:



Gambar 3.1-2 : Alur Pembangunan kontrol

Pembangunan kontrol reservoir ini menggunakan teknik *tracking* persamaan linear. Pembangunan kontrol seperti terdapat pada gambar 3.1-2, diawali dengan menentukan derajat relatif dari variabel yang ingin dikontrol. Setelah mengetahui derajat relatifnya, maka dapat ditentukan matriks  $M_p$  disertai dengan notasi track tujuan  $w(t)$ . Notasi track tujuan tersebut merupakan persamaan fungsi yang berguna sebagai batas pengontrol yang diinginkan, akan dijelaskan lebih lanjut pada bab selanjutnya. Tahap berikutnya setelah menyelesaikan tracking dan memiliki matriks  $M_p$  membangun persamaan kontrol menggunakan rumus persamaan nomor 2.4. Selanjutnya pada tahap akhir menentukan solusi model sistem persamaan linear yang sudah dioptimalkan dengan kontrolnya. Setelah memiliki model persamaan dan persamaan kontrol yang telah dibangun sebelumnya, kemudian persamaan-persamaan tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode *Runge-Kutta* orde 4. Persamaan yang diselesaikan menggunakan *Runge-Kutta* sudah dioptimalkan dengan fungsi kontrol reservoir yang telah dibangun, sehingga dapat dilihat perbedaan model sistem persamaan sebelum dan sesudah dikontrol.

#### 4. IMPLEMENTASI HASIL

##### 4.1 Sistem Pompa Piston Tunggal

Berdasarkan pada gaya-gaya yang bekerja pada model pompa piston (Gambar 2.1-1), kita dapat membangun persamaan model untuk pompa piston tunggal dengan memanfaatkan hukum Newton II, yaitu  $\Sigma F = ma$ . Kemudian hubungan antar gaya yang bekerja pada masing-masing bagian pompa piston (pelampung dan piston) tersebut membentuk persamaan.

Dari pompa piston tunggal yang dimodelkan (Gambar 2.1-1), persamaan yang dihasilkan adalah sebagai berikut [8] :

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_1 - F_2 - m_1 g \tag{4.1}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = F_2 - F_3 - m_2 g \tag{4.2}$$

Keterangan:

- $x_1$  = Posisi Pelampung (buoy)
- $\dot{x}_1$  = Kecepatan Piston
- $x_2$  = Posisi Piston
- $\dot{x}_2$  = Kecepatan Piston
  
- $F_1$  = Tekanan pada Reservoir bagian atas
- $F_2$  = Tekanan pada Reservoir bagian bawah

dengan  $M$  merupakan matriks dan  $F$  merupakan matriks vektor gaya yang bekerja pada saat pompa piston tunggal melakukan *upstroke* :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2\mu}{L} & 0 & \frac{2\mu}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\mu}{L} & 0 & -\frac{2\mu}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \frac{A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho \frac{A}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

serta berikut merupakan matriks  $M$  dan vektor gaya  $F$  yang bekerja pada saat *downstroke* :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2\mu}{L} & 0 & \frac{2\mu}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2\mu}{L} & 0 & -\frac{2\mu}{L} & -\frac{2\mu}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2\mu}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Matriks (4.3) sampai (4.5) adalah model sistem dari pompa piston tunggal yang menjadi referensi pada [3], persamaan yang didapat dari matriks diatas dianggap belum optimal karena belum mempertimbangkan hilangnya energi pada *rod* (faktor redaman) saat gerakan *upstroke* dan *downstroke* [8] untuk dimasukkan kedalam persamaan [3]. Berikut perumusannya :

Variabel  $\mu$  ini adalah variabel yang digunakan untuk mengurangi efek dari gesekan yang terjadi antara batang penghubung pelampung dengan piston yang menyebabkan kehilangan energi. (4.6)

Dengan dipertimbangkan (4.6), matriks  $M$  dan vektor gaya  $F$  untuk *upstroke* menjadi :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2\mu}{L} & -\frac{2\mu}{L} & \frac{2\mu}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\mu}{L} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{2\mu}{L} & \frac{2\mu}{L} & -\frac{2\mu}{L} & \rho \frac{A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho \frac{A}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

serta matriks  $M$  dan vektor gaya  $F$  untuk *downstroke* menjadi :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2\mu}{L} & -\frac{2\mu}{L} & \frac{2\mu}{L} & \frac{2\mu}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2\mu}{L} & \frac{2\mu}{L} & -\frac{2\mu}{L} & -\frac{2\mu}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2\mu}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Matriks-matriks (4.7), (4.8), (4.9) merupakan matriks model dinamis yang baru yang telah ditambahkan  $\mu$  yang menyatakan gaya gesek yang terjadi pada *rod* yang menghubungkan pelampung dengan piston sehingga terjadi kehilangan energi pada saat menggerakkan piston [3].

Pada pelampung terdapat gaya *buoyancy* ( $F_b$ ) yaitu gaya dorong keatas yang diberikan oleh air saat sebuah objek berada dalam fluida [9]. Pada penelitian pustaka [3] terdapat 3 kondisi yang diberikan untuk posisi pelampung yaitu diatas permukaan air, terapung, dan tenggelam, didasarkan pada 3 kondisi tersebut dibuat juga 3 ekspresi untuk perhitungan posisi pelampungnya [3] yaitu:

$$\begin{cases}
 \ddot{x}_2 = 0, & x_2 - x_1 \leq -\frac{1}{2}H \\
 \ddot{x}_2 = (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_1 - \frac{1}{2}g) \cdot \frac{H}{2}, & -\frac{1}{2}H < x_2 - x_1 \leq \frac{1}{2}H \\
 \ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 + g, & x_2 - x_1 > \frac{1}{2}H
 \end{cases} \quad (4.10)$$

dan  $m_2$  merupakan yang terdapat pada piston, namun  $m_2$  dibagi lagi menjadi 2 persamaan yang ubagi berdasarkan pergerakan piston, yaitu :

$$m_2 = \begin{cases}
 m_2 + m_2 + m_2, & \text{piston bergerak ke atas} \\
 m_2 + m_2, & \text{piston bergerak ke bawah}
 \end{cases} \quad (4.11)$$

dimana  $m_2$  merupakan massa fluida yang dirumuskan sebagai berikut :

$$m_2 = \rho \left( V_2 + \frac{m_2}{\rho_0} \right) \quad (4.12)$$

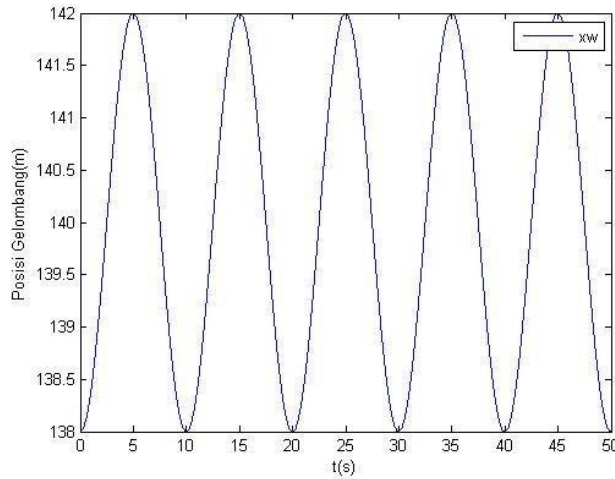
Berikut tabel rangkuman parameter-parameter variabel dan nilainya yang digunakan dalam persamaan pada penelitian ini:

Tabel 4.1-1: Tabel parameter dan nilai variabel

Variabel	Symbol	Nilai	Satuan
Gravity constant	$g$	9.81	$\frac{m}{s^2}$
Free water density	$\rho$	1000	$\frac{k}{m^3}$
Sea water density	$\rho_{sw}$	1030	$\frac{k}{m^3}$
Free water viscosity	$\mu$	1.002	$\frac{Pa \cdot s}{m^2}$
Steel density	$\rho_{steel}$	7850	$\frac{k}{m^3}$
Steel young's modulus	$E_{steel}$	$210 \cdot 10^9$	$\frac{Pa}{m^2}$
Rod damping ratio	$\zeta$	0.01	-
Rod radius	$r_{rod}$	0.04	$m$
Rod length	$L_{rod}$	140	$m$
Mass of the buoy	$m_b$	1000	$k$
Mass of the piston	$m_p$	500	$k$
Mass of the rod	$m_r$	$5.52 \cdot 10^3$	$k$
Surface of the buoy	$A_b$	49	$m^2$
Height of the buoy	$H_b$	2	$m$
Height of the piston	$H_p$	0.1	$m$
Radius of the piston	$r_p$	0.132	$m$
Separation piston-cylinder	$\delta$	$10^{-5}$	$m$
Length of the cylinder	$L_c$	100	$m$
Volume of the Up. Res.	$V_{ur}$	1000	$m^3$
Area of the Up. Res.	$A_{ur}$	49	$m^2$
Volume of the Low. Res.	$V_{lr}$	1000	$m^3$
Area of the Low. Res.	$A_{lr}$	49	$m^2$

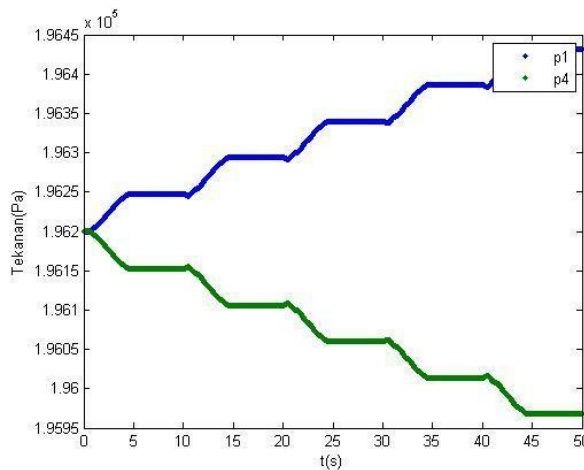
## 4.2 Simulasi

Berikut (Gambar 4.2-1) sampai (Gambar 4.2-2) merupakan grafik dari sistem persamaan linear model pompa piston dengan redaman sebelum dikontrol menggunakan variabel yang diinginkan. Simulasi dijalankan selama 50 detik dengan pembagian kondisi upstroke dan downstroke masing-masing setiap 5 detik. Jadi, pada waktu 0 sampai 5 detik merupakan kondisi upstroke dilanjutkan dengan kondisi downstroke sampai detik ke-10, dan berulang sampai ke detik 50. :



Gambar 4.2-1 : Grafik posisi gelombang.

Grafik Gambar 4.2-1 menunjukkan posisi ketinggian dari gelombang terhadap waktu. Terlihat dari grafik yang memiliki ketinggian maksimum 142 m dari titik awal 138 m, ini berarti ketinggian maksimum dari gelombang yang diasumsikan adalah benar 4 m. Titik awal 138 m tersebut merupakan asumsi jarak dari piston ke pelampung, yang memberitahukan posisi pelampung diatas permukaan laut dengan kondisi piston dibagian paling bawah silinder pada sistem.



Gambar 4.2-2 : Grafik tekanan p1 dan p4.

Grafik Gambar 4.2-2 merupakan hasil simulasi yang memberikan informasi perubahan tekanan yang terjadi dalam sistem pompa piston tunggal per waktu. Keadaan awal tekanan yang ada pada sistem adalah 196,2 kPa. Pada simulasi dengan waktu 50 detik tekanan yang dicapai oleh p1 adalah 196,45 kPa, sedangkan nilai pada p4 mencapai 195,95 kPa. Pada kondisi ini tekanan di p1 akan terus naik dan tekanan di p4 akan terus menurun, maka dibutuhkan kondisi kontrol untuk mengendalikan tingkat tekanan agar tidak naik dan turun secara terus menerus.

Tekanan yang dihasilkan oleh pompa piston tersebut akan diubah menjadi energi dengan menggunakan persamaan:

$$E = \rho \cdot g \cdot V \cdot h \tag{4.13}$$

sedangkan  $h$  diperoleh dengan persamaan:

$$h = \frac{E}{\rho \cdot g \cdot V} \tag{4.14}$$

Keterangan:

$E$ : Energi

$\rho$  : rho

$g$ : Gravitasi

$V$ : Volume yang terpompa

- $L$  : Panjang cylinder
- $P_0$  : Tekanan pada reservoir atas
- $t_0$  : Detik saat akan menuju gerakan upstroke
- $T$  : Periode
- $A$  : Luas permukaan Reservoir

Dengan menggunakan persamaan diatas, maka diperoleh jumlah energi total selama 600 detik pada sistem tersebut adalah sebesar 15.755.213

### 4.3 Kontrol Tekanan Sistem Pompa Piston Tunggal

Setelah memiliki sistem persamaan linear dari model pompa dengan redaman, selanjutnya dibangun persamaan kontrol yang akan digunakan untuk mengontrol sistem persamaan model diatas, berikut prosesnya:

Pada penelitian variabel yang dijadikan pengontrol adalah luas permukaan reservoir pompa bagian atas). Membangunan persamaan kontrol tersebut menggunakan metode tracking persamaan linear, sebagai berikut :

$$h = \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \frac{L}{g} \frac{dv}{dt}$$

Kontrol yang akan dibangun adalah dengan :

$$-\frac{1}{\rho g} \frac{d^2 P}{dt^2} - \frac{L}{g} \frac{d^3 P}{dt^3} + \frac{1}{g} \frac{dP}{dt} + \frac{P}{g} = \frac{1}{g} \frac{d^2 w}{dt^2} + \frac{1}{g} \frac{dw}{dt} + \frac{w}{g} \quad (4.15)$$

dan :

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{\rho g} & -\frac{L}{g} & \frac{1}{g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \dot{P} \\ \ddot{P} \\ \dddot{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{g} & \frac{1}{g} & \frac{w}{g} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \\ \ddot{w} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

dengan  $h$  dan  $w$  (variabel kontrol) :

$$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{g} \ 0] \text{ dan } \frac{1}{g}$$

Pada pembangunan persamaan kontrol ini terdapat notasi track tujuan atau  $w(t)$ . Notasi track tujuan ini berfungsi untuk mengontrol output dari sistem agar tidak melebihi nilai maksimal yang ditentukan untuk sistem tersebut. Pada penelitian ini digunakan fungsi logistik sebagai notasi track tujuan, berikut adalah fungsi logistiknya:

$$w = \frac{k}{(\frac{k}{P_0} - 1)e^{-kt} + 1} \quad (4.17)$$

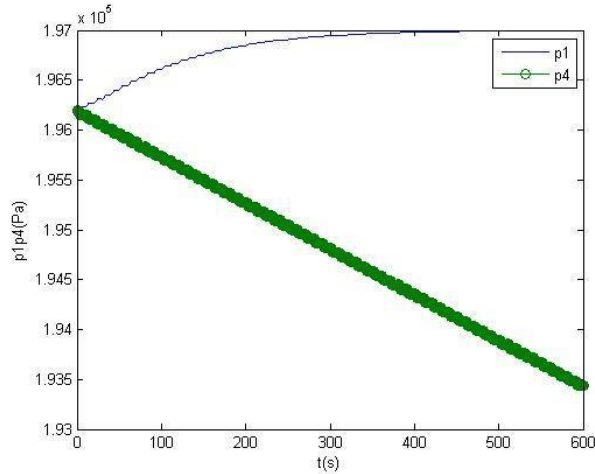
- Keterangan :
- $k$  = Nilai tekanan maksimal yang diinginkan
  - $P_0$  = Tekanan awal
  - $k$  = laju kenaikan
  - $t$  = Waktu

Sehingga fungsi kontrol untuk sistem persamaan diatas adalah

$$\leftrightarrow P = - \left( \frac{1}{\rho g} \frac{d^2 w}{dt^2} + \frac{1}{g} \frac{dw}{dt} + \frac{w}{g} \right) + 0 - \frac{k \left( \frac{1}{196200} k a - 1 \right) \cdot \frac{1}{g}}{\left( \frac{1}{196200} \cdot k - 1 \right) \cdot \frac{1}{g} + 1} - \frac{196200}{\left( \frac{1}{196200} \cdot k a - 1 \right) \cdot \frac{1}{g} + 1}$$



4.4 Simulasi dengan Kontrol



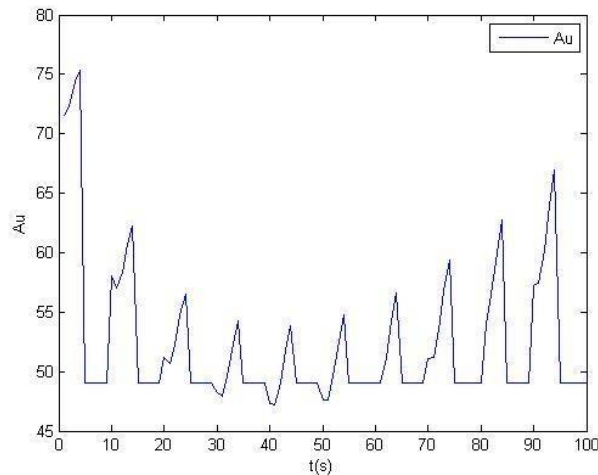
Gambar 4.4-1 : Grafik Tekanan p1 dan p4 dengan kontrol

Grafik Gambar 4.4-1 merupakan kondisi tekanan terhadap waktu dengan perlakuan persamaan kontrol, dan dengan nilai notasi track tujuan 197.000 Pa, serta tingkat kelajuan 0,01. Kondisi ini semua berlaku untuk seluruh grafik hasil simulasi dengan kontrol. Pada grafik ini dapat dilihat tekanan p1 sudah terkontrol pada nilai maksimum yang diinginkan, yang telah ditentukan sebelumnya dalam notasi track tujuan. Pada simulasi dengan waktu 600 detik ini nilai tekanan p1 yang dicapai pada detik ke-600 adalah 197.000 Pa. Menggunakan persamaan (4.13) dihitung energi yang dihasilkan pada sistem terkontrol ini, dan didapat energi yang dihasilkan dalam 600 detik adalah senilai 5.500.175



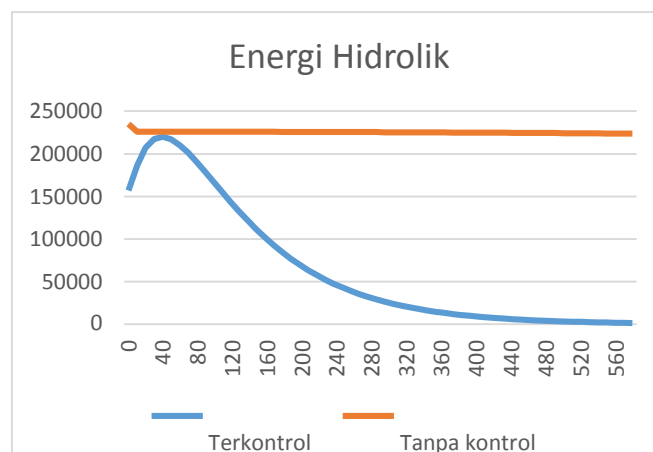
Gambar 4.4-2 : Grafik perbandingan tekanan

Grafik Gambar 4.4-2 merupakan grafik perbandingan hasil tekanan antara sistem yang telah dikontrol dan sistem yang belum dikontrol. Dapat dilihat nilai tekanan pada sistem yang belum dikontrol bergerak naik secara terus menerus selama 600 detik. Sedangkan untuk nilai tekanan pada sistem yang terkontrol akan mengikuti fungsi logistik yang digunakan dalam persamaan kontrol, dan akan konstan pada nilai maksimum yang ditentukan yaitu 197.000 Pa.



Gambar 4.4-3 : Grafik Variabel kontrol (Au)

Grafik Gambar 4.4-3 menunjukkan nilai dari variabel yang kita kontrol (Au) terhadap waktu. Kondisi tanpa kontrol (luas permukaan reservoir atas) sebesar 49. Pada grafik diatas dapat kita lihat nilai dari Au yang telah kita kontrol berada pada interval 47 sampai 75 dan dengan rata-rata 52. Perhitungan nilai variabel ini juga diberi asumsi, yaitu pada saat downstroke nilai-nya dikembalikan ke kondisi seperti sebelum tanpa kontrol.



Gambar 4.4-4 : Grafik Energi

Grafik Gambar 4.4-4 menunjukkan jumlah energi hidrolik yang dihasilkan dari masing-masing simulasi tanpa kontrol dan yang telah terkontrol. Pada grafik dari simulasi tanpa kontrol dapat dilihat bahwa energi cenderung stabil dengan total energi sebesar 15.755.213. Pada grafik terkontrol energi meningkat dan mencapai puncaknya terlebih dahulu, lalu kemudian mengalami penurunan secara konsisten sampai mencapai titik tekanan yang telah ditentukan dan akan menjadi konstan dengan nilai total energi sebesar 5.500.175. Terlihat selisih total dari energi yang dihasilkan antara ke-2 simulasi cukup jauh, hal ini disebabkan karena pada simulasi terkontrol kita memberikan batas maksimum untuk tekanan, sehingga kenaikan dari tekanan pada sistem terkendali. Pada simulasi tanpa kontrol kenaikan tekanan terjadi secara cepat dan tidak terbatas, sehingga nilai energi juga terus meningkat.

## 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Dari penelitian yang telah dilakukan diatas, dapat disimpulkan bahwa:

1. Rekonstruksi sistem persamaan dari model pompa piston tunggal dapat dilakukan dengan melihat gaya-gaya yang bekerja pada model pompa piston tersebut.
2. Perancangan kontrol yang telah berhasil dilakukan menggunakan metode Tracking persamaan linear, menghasilkan persamaan kontrol yang baik untuk berbagai variabel kontrol yang dipilih. Ini dapat dilihat dari bentuk grafik tekanan yang dihasilkan sesuai dengan yang batas yang diinginkan.

3. Variabel yang dikontrol memiliki nilai sebesar 49 dan konstan untuk semua waktu, sedangkan setelah dilakukan kontrol menghasilkan nilai dengan interval 47 sampai 75 dengan rata-rata sebesar 52.
4. Energi hidrolik yang dihasilkan pada simulasi tanpa kontrol dengan waktu 600 detik didapat sebesar 15.755.213. Sedangkan pada simulasi dengan kontrol didapat energi hidrolik sebesar 5.500.175. Terjadi perbedaan energi yang cukup besar antara keduanya. Hal ini disebabkan oleh pengontrolan dari tekanan yang dibatasi pada simulasi dengan kontrol sehingga naik-nya jumlah tekanan lebih lambat dengan kelajuan yang ditentukan.

## 5.2 Saran

Selama proses pemodelan sistem pompa tunggal ini, penulis menemukan beberapa saran yang dapat dilakukan untuk penelitian lebih lanjut, yaitu:

1. Nilai dari parameter yang digunakan sebagai referensi sebaiknya beberapa disesuaikan lagi dengan sistem agar hasil yang didapat menjadi lebih baik.
2. Dalam hal pemilihan notasi track tujuan, selanjutnya mungkin bisa lebih beragam lagi kedepannya. Sehingga penggunaan notasi track tujuan yang lain akan memberikan hasil yang lebih baik.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] National Research Council. *America's Climate Choices: Panel on Advancing the Science of Climate Change*. Washington, D.C. : The National Academies Press, 2010.
- [2] Observ'ER. *The state of renewable energies in europe*. Paris : EuroObserv'ER Report, 2013.
- [3] Garcia, Galvan. Bruno. 2014. *Nonlinear Control Design for Wave Energy Converter*.
- [4] Sholikhah, Siti Aminatus. Subchan. Kamiran. *Penerapan Model Predictive Control (MPC) pada Kapal Autopilot dengan Lintasan Tertentu*. Surabaya. 2012.
- [5] Utami, R. P. 2005. "Metode Runge-Kutta untuk Solusi Persamaan Pendulum", Prodi Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang.
- [6] Fazriyah, nurul. 2012. <http://id.scribd.com/doc/95516179/METODE-RUNGE-KUTTA#scribd>. Diakses pada tanggal 25 oktober 2015 jam 20.30 WIB.
- [7] L. Burden, Richard. Faires, J. Douglas. 2010. *Numerical Analysis 9<sup>th</sup> Edition*. Canada: Brooks/Cole.
- [8] Vakis, Antonis I., Prins, Wout A. and Meijer, Harmen. *First steps in the design and construction of the Ocean Grazer*. 2014.
- [9] <http://theory.uwinnipeg.ca/physics/fluids/node10.html>. 1997. Diakses pada tanggal 25 oktober 2015 jam 20.00 WIB.
- [10] Martí Saumell, Josep. *Dynamical modelling, analysis and control design of a distributed sea wave energy storage system MSc Thesis*. 2013.