

**PENENTUAN HARGA OPSI CALL EROPA  
DENGAN MENGGUNAKAN TRANSFORMASI *FAST FOURIER*  
(STUDI KASUS SAHAM FIREEYE.INC)**

Andri Saputra<sup>1</sup>, Rian Febrian Umbara<sup>2</sup>, Irma Palupi<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Program Studi Ilmu Komputasi Universitas Telkom, Bandung

<sup>1</sup>[andrisskom@gmail.com](mailto:andrisskom@gmail.com), <sup>2</sup>[rianuml23@gmail.com](mailto:rianuml23@gmail.com), <sup>3</sup>[irma.palupi@gmail.com](mailto:irma.palupi@gmail.com)

**Abstrak**

Algoritma Transformasi *Fast Fourier* merupakan salah satu kemajuan yang paling mendasar dalam bidang komputasi ilmiah. Dalam bidang financial, misalnya dalam menentukan harga opsi, beberapa kajian berhasil menerapkan Transformasi *Fourier*.

Dalam Tugas Akhir ini, akan digambarkan sebuah pendekatan untuk menghitung harga opsi yang dirancang agar dapat memanfaatkan kekuatan komputasi Transformasi *Fast Fourier*, yang selanjutnya akan dibandingkan dengan perhitungan menggunakan *Black-Scholes*. Model harga saham yang digunakan adalah *Variance Gamma* yang akan dikembangkan dengan menerapkan Transformasi *Fourier*, kemudian menggunakan Transformasi *Fast Fourier* untuk menentukan harga opsi.

Dari hasil pengujian, waktu proses penentuan harga opsi dengan menggunakan Transformasi *Fast Fourier* terbukti lebih cepat dibandingkan dengan menggunakan *Black-Scholes*. Sedangkan untuk harga opsi yang diperoleh, metode Transformasi *Fast Fourier* memiliki selisih yang kecil dengan metode *Black-Scholes*.

**Kata kunci :** Opsi, Transformasi *Fast Fourier*, Transformasi *Fourier*, *Variance Gamma*, *Black-Scholes*

**Abstract**

*Fast Fourier transform algorithm is one of the most fundamental advances in scientific computing. In the financial, for example in determining the price of the option, several studies successfully applied the Fourier Transform.*

*In this Final Project, we will describe an approach to calculate the price of the option that is designed to harness the computing power of the Fast Fourier Transform, which will be compared with calculations using the Black-Scholes. Stock pricing model used is the Variance Gamma which will be developed by applying the Fourier Transform, then using Fast Fourier Transform to determine the price of the option.*

*From the test results, the process time using the Fast Fourier Transform proved to be faster than using the Black-Scholes. As for the option price obtained, Fast Fourier Transform method has little difference with the Black-Scholes method.*

**Keywords:** Options, *Fast Fourier Transform*, *Fourier Transform*, *Variance Gamma*, *Black-Scholes*.

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Instrumen keuangan derivatif bisa diartikan sebagai instrumen keuangan yang nilainya tergantung dari nilai aset yang menjadi dasarnya. Salah satu produk keuangan derivatif adalah opsi, karena sangat bergantung terhadap nilai aset dasarnya. Salah satu aset dasar yang digunakan dalam opsi adalah saham.

Saham dapat didefinisikan sebagai tanda penyertaan modal seseorang atau pihak (badan usaha) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Dengan menyertakan modal tersebut, maka pihak tersebut memiliki klaim atas pendapatan perusahaan, klaim atas aset perusahaan, dan berhak hadir dalam Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS) [2].

Opsi adalah kontrak resmi yang memberikan hak (tanpa adanya kewajiban) untuk membeli atau menjual sebuah asset pada harga tertentu dalam jangka waktu tertentu. Opsi pertama kali secara resmi diperdagangkan melalui *Chicago Board Exchange* (CBOE) pada tahun 1973 [2].

Salah satu model yang digunakan untuk menentukan harga opsi adalah (Black & Scholes, 1973). Black-Scholes berhasil menyelesaikan persamaan differensial mereka sebagai persamaan eksak untuk menentukan harga opsi call dan put eropa. Pada penelitian (Carr & Madan, 1999), penentuan harga opsi dikembangkan dengan Transformasi *Fourier*, yang berhasil memanfaatkan kekuatan komputasi dari Transformasi *Fast Fourier*.

Dalam Tugas Akhir ini akan dijelaskan sebuah pendekatan untuk menentukan harga opsi call eropa dengan menggunakan Transformasi *Fast Fourier*

yang kemudian akan dibandingkan dengan harga opsi yang diperoleh dengan *Black-Scholes*. Pergerakan harga saham dimodelkan dengan proses *Variance Gamma*. Model tersebut akan dikembangkan dengan menerapkan Transformasi *Fourier*. Pendekatan yang dikembangkan diharapkan dapat memanfaatkan kekuatan komputasi Transformasi *Fast Fourier* agar waktu proses perhitungan yang dibutuhkan lebih efisien.

2. Dasar Teori  
2.1 Saham

Saham dapat didefinisikan sebagai tanda

penyertaan modal seseorang atau pihak (badan usaha) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Dengan menyertakan modal tersebut, maka pihak tersebut memiliki klaim atas pendapatan perusahaan, klaim atas asset perusahaan, dan berhak hadir dalam Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS) [2].

Saham termasuk ke dalam jenis aset berisiko. Hal tersebut dikarenakan, harga saham di masa yang akan datang tidak diketahui secara pasti. Pergerakan harga saham sangat dinamis. Harga saham di masa depan  $S(t)$  akan bisa lebih tinggi, tetap, atau lebih rendah dari harga saham sekarang  $S(0)$  [3]. Sehingga salah satu cara yang dapat meminimumkan risiko tersebut adalah dengan menggunakan kontrak opsi saham.

Return saham dapat dihitung dengan persamaan

berikut [3] :

$$R_t = \frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} \tag{1}$$

$R_t$  : return saham pada saat t  
 $S_{t+1}, S_t$  : harga saham saat t+1, dan saat t

Volatilitas saham adalah besarnya jarak antara fluktuasi harga saham, dapat diestimasi dengan persamaan berikut :

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (R_i - \bar{R})^2} \tag{2}$$

L : jumlah data saham  
 $R_i$  : return saham ke-i  
 $\bar{R}$  : rata-rata return saham

2.2 Opsi

Opsi adalah kontrak resmi yang memberikan hak (tanpa adanya kewajiban) untuk membeli atau menjual sebuah asset pada harga tertentu dalam jangka waktu tertentu [2]. Opsi merupakan salah satu instrumen derivatif, karena nilai opsi bergantung pada suatu aset dasar [6].

2. *Exercise date (T)*  
Waktu jatuh tempo sebuah kontrak opsi.
3. *Payoff*  
Nilai opsi jika opsi dilaksanakan atau dieksekusi.
4. *Option Price (C)*  
Harga kontrak opsi, disebut juga premi.

Dalam studi opsi, salah satu model yang bisa digunakan untuk menentukan harga harga opsi adalah *Black-Scholes*.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + (r - \delta) S \frac{\partial C}{\partial S} - C = 0 \tag{3}$$

Persamaan (3) adalah persamaan diferensial *Black-Scholes* [8]. Dari persamaan (3) diperoleh model penentuan harga opsi call eropa dengan *Black-Scholes* [1].

$$C(S,t) = S N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2) \tag{4}$$

dimana

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \tag{5}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \tag{6}$$

keterangan

$C(S,t)$  : harga opsi call eropa  
 $N(x)$  : fungsi distribusi normal  $\sim N(0,1)$

$d_1, d_2$ : parameter dalam formula penentuan harga opsi  
S : harga aset dasar (saham)

K : harga kesepakatan opsi  
T : masa jatuh tempo

$\sigma$  : volatilitas aset saham

2.3 Gerak Brown dan Proses *Variance Gamma*

Gerak Brown Standar atau yang dikenal juga dengan Proses Wiener adalah proses stokastik yang memenuhi tiga kondisi berikut [8]:

1.  $W(0) = 0$
2.  $W(t)$  berdistribusi normal  $\sim N(0, t)$ , dan increment  $W(t) - W(s)$  juga berdistribusi

Ada beberapa istilah yang dikenal di dalam opsi, yaitu :

1. *Strike price (K)*  
Harga kesepakatan untuk transaksi sebuah aset.

- normal  $\sim N(0, \sigma^2)$  ( $0 \leq t < \infty$ ).
3. Stasioner, *independent increment*  
 $X_t - X_s$  independent dengan  
 $X_r - X_q$  ( $0 \leq q \leq r \leq s < t$ )

Proses Variance Gamma  $(\sigma^2, \gamma)$  diperoleh dengan mengevaluasi Gerak Brown (dengan *drift*) dengan *random time change* yang mengikuti proses gamma [6].

Gerak Brown dengan *drift*  $(\mu, \sigma)$  =  $\mu + \sigma W_t$ .  
 Variance Gamma  $(\sigma^2, \gamma)$  =  $(\sigma^2, \gamma, 1, \gamma)$ .

Proses Variance Gamma memiliki tiga parameter, yaitu :

1.  $\sigma^2$  volatilitas dari Gerak Brown
2.  $\gamma$  variansi dari perubahan waktu mengikuti proses gamma.

3. *drift* di dalam Gerak Brown

Perhitungan harga saham untuk model

Variance Gamma adalah :

$$S_t = S_0 \exp\left[\left(\frac{r - \delta}{2} + \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{r - \delta}{\sigma^2} + \frac{1}{2} \right) t + \sigma \sqrt{t} Z\right)\right] \quad (7)$$

Dengan nilai  $\delta = (1/\sigma) \ln(1 - \sigma^2 - 1/2 \sigma^2)$  (8)

2.4 Transformasi Fourier

Transformasi Fourier adalah salah satu bentuk

transformasi, yang mengurai gelombang (fungsi atau sinyal) ke bentuk representasi frekuensi. Transformasi Fourier juga banyak digunakan dalam teori probabilitas dalam konsep fungsi karakteristik dan fungsi pembangkit momen.

Misalkan  $\mathcal{F}_Z(\omega)$  adalah Transformasi Fourier dari suatu variabel acak kontinu X, yang didefinisikan sebagai berikut [7] :

$$\mathcal{F}_Z(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) e^{i\omega x} dx \quad (9)$$

Dan sebaliknya jika ingin mengetahui  $f_X(x)$ , dapat menggunakan invers Transformasi Fourier, yang didefinisikan sebagai berikut [7]:

$$f_X(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_Z(\omega) e^{-i\omega x} d\omega \quad (10)$$

2.5 Transformasi Fast Fourier

Transformasi Fast Fourier adalah sebuah

algoritma untuk melakukan perhitungan DFT dengan lebih cepat. DFT digunakan untuk melakukan analisis frekuensi dari sinyal dalam waktu diskrit.

Berikut ini adalah persamaan untuk menghitung

DFT [7],

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2\pi i k n / N} \quad (11)$$

Invers DFT (IDFT) digunakan untuk menghitung kembali representasi sinyal waktu diskrit  $x_n$  dari sinyal yang dinyatakan dalam domain frekuensi  $X_k$ .

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{2\pi i k n / N} \quad (12)$$

2.6 Menghitung Harga Opsi Call Eropa Dengan Menggunakan Transformasi Fast Fourier

Pada bagian ini akan dijelaskan sebuah analisis untuk menentukan harga opsi dengan Transformasi

saham ST pada saat waktu jatuh tempo T. Fungsi karakteristiknya didefinisikan :

$$\phi_S(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega S} f_S(S) dS \quad (13)$$

Dengan menggunakan invers Transformasi Fourier pada persamaan (13), sehingga diperoleh fungsi kepadatan sebagai berikut :

$$f_S(S) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega S} \phi_S(\omega) d\omega \quad (14)$$

Nilai awal opsi call berhubungan dengan risk-neutral density  $f_S(S)$  adalah :

$$C_0 = \int_0^{\infty} (S - K)^+ f_S(S) dS \quad (15)$$

Nilai  $C_0$  menuju  $S_0$  akibatnya fungsi harga opsi call tidak square integrable. Untuk menghasilkan fungsi yang square integrable, dengan cara mengalikan  $f_S(S)$  dengan  $e^{-\alpha S}$  dimana  $\alpha > 0$ . Maka diperoleh nilai opsi call :

$$C_0 = \int_0^{\infty} (S - K)^+ e^{-\alpha S} f_S(S) dS \quad (16)$$

Untuk nilai  $\alpha$  yang positif, diharapkan  $f_S(S) e^{-\alpha S}$  adalah fungsi square integrable dan  $C_0$  dapat didefinisikan

sebagai berikut :

$$C_0 = \int_0^{\infty} (S - K)^+ e^{-\alpha S} f_S(S) dS \quad (17)$$

Dengan menginverskan persamaan (17) menggunakan Transformasi Fourier, sehingga

diperoleh :

$$C_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha S} \phi_S(\omega)}{\omega} d\omega \quad (18)$$

Kemudian persamaan  $C_0$  diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (15) ke persamaan (17).

$$C_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha S} \phi_S(\omega) - (\alpha + 1) \phi_S(\omega)}{\omega^2 + \alpha - \omega + \omega(2\alpha + 1)} d\omega \quad (19)$$

Jika kita ingin menghitung harga opsi call eropa pada persamaan (19) menggunakan algoritma Transformasi Fast Fourier, kita harus mempunyai harga opsi call eropa yang berkaitan dengan penjumlahan.

Dengan menggunakan aturan Trapezoid pada persamaan (19), dan mengatur selang integrasi  $\omega = (\omega - 1)$ , sehingga diperoleh pendekatan untuk nilai  $C_0$  sebagai berikut :

$$C_0 \approx \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{e^{-\alpha S} \phi_S(\omega_k) - (\alpha + 1) \phi_S(\omega_k)}{\omega_k^2 + \alpha - \omega_k + \omega_k(2\alpha + 1)} \quad (20)$$

Bila k adalah log dar

harga



Dengan  $-b$  hingga  $b$  adalah batas nilai *strike price*  $k$ .

$$f(x) = \frac{1}{2} N \quad (22)$$

Substitusikan persamaan (21) ke persamaan (20), sehingga diperoleh :

$$f(x) \approx \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{\exp(-i n x) - (-i)^n}{n^2} \quad (23)$$

Karena  $n = 2m - 1$  sehingga diperoleh :

$$f(x) \approx \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^N \frac{\exp(-i(2m-1)x) - (-i)^{2m-1}}{(2m-1)^2} \quad (24)$$

Dengan substitusikan  $x = \frac{2\pi}{N}$  ke persamaan (24), sehingga diperoleh :

$$f(x) \approx \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^N \frac{\exp(-i(2m-1)\frac{2\pi}{N}) - (-i)^{2m-1}}{(2m-1)^2} \quad (25)$$

Dengan menerapkan aturan Simpson pada persamaan (25), sehingga diperoleh :

$$f(x) \approx \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^N \frac{\exp(-i(2m-1)\frac{2\pi}{N}) - (-i)^{2m-1}}{(2m-1)^2} \left[ \frac{1}{3} (3 + (-1)^{m-1}) \right] \quad (26)$$

Dimana  $\delta_{m,n}$  adalah fungsi kronecker delta sebagai berikut :

$$\delta_{m,n} = \begin{cases} 1, & m=n \\ 0, & m \neq n \end{cases} \quad (27)$$

Akan tetapi persamaan (26) tersebut belum bisa dihitung karena nilai  $\delta_{m,n}$  belum diketahui. Untuk memperoleh nilai  $\delta_{m,n}$  maka dibutuhkan hilir dari fungsi karakteristik  $\phi(x)$ .

Fungsi karakteristik dari logaritma  $\ln(x)$  diperoleh dari model harga saham *Variance Gamma*, yaitu :

$$\phi(x) = \exp[\ln(x) + (\theta + \frac{1}{2} \sigma^2 x^2) x] \quad (28)$$

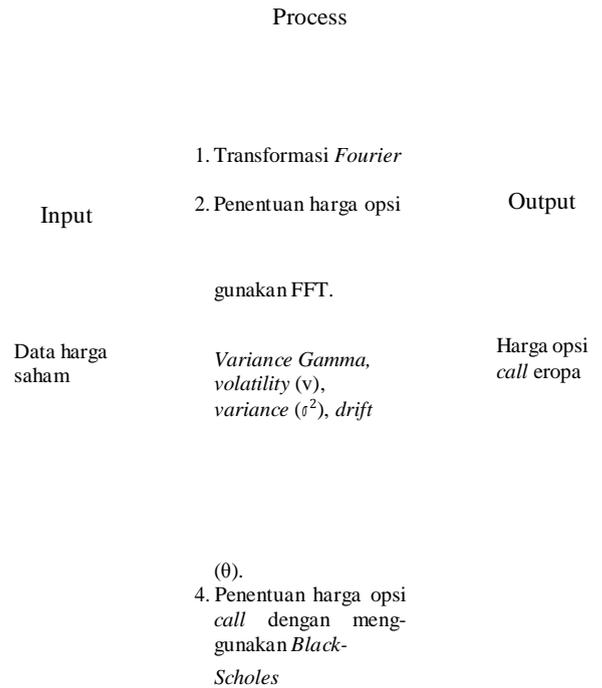
Sebuah pendekatan sederhana untuk mengestimasi parameter *Variance Gamma*  $\sigma^2$  [5].

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{C}(x) - \hat{C}(0)^2}{x^2}$$

### 3. Analisis Penyelesaian Permasalahan

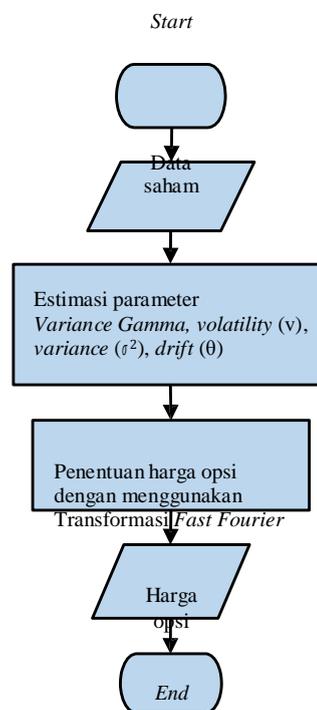
Berikut ini adalah IPO (*Input-Process-Output*)

dari proses penyelesaian masalah.



Gambar 1 Sistem penyelesaian masalah kaidah IPO

#### 3.1 Alur Metode Transformasi *Fast Fourier*



Gambar 2 Flowchart metode FFT

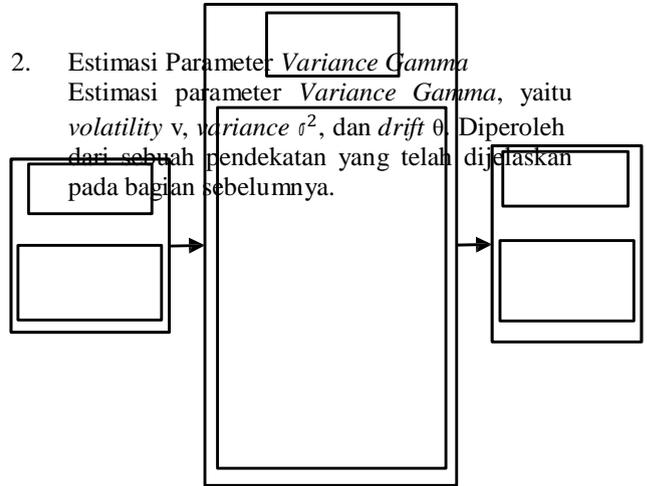
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

(29) 1. Data  
Data yang digunakan adalah harga saham saat penutupan.

(30)

(31) 2. Estimasi Parameter *Variance Gamma*  
Estimasi parameter *Variance Gamma*, yaitu *volatility*  $v$ , *variance*  $\sigma^2$ , dan *drift*  $\theta$ . Diperoleh dari sebuah pendekatan yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya.



3. Penentuan Harga Opsi Call Eropa Dengan Menggunakan Transformasi *Fast Fourier*  
 Persamaan (26) digunakan untuk menghitung harga opsi call eropa dengan menggunakan FFT. N adalah jumlah subselang, diatur dengan

nilai 8192,  $\alpha$  diatur dengan tiga nilai 0.277, 0.339, 0.47, karena pada nilai tersebut selisih antara kedua metode kecil, nilai  $\alpha=0.25$ , waktu jatuh tempo 24 hari. Sedangkan untuk nilai  $\alpha$  diperoleh dari persamaan (19). Dan untuk nilai  $\sigma$  diperoleh dari persamaan

3.2 Alur Metode *Black-Scholes*



Gambar 3 Flowchart metode *Black-Scholes*

1. Data  
 Data yang digunakan adalah harga saham saat penutupan
2. Return Saham  

$$R_i = \frac{S_{t+1} - S_t}{S_t}$$
 $R_i$  : return saham pada saat t  
 $S_{t+1}$ ,  $S_t$ : harga saham saat t+1, dan saat t
3. Estimasi Volatilitas

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (R_i - \bar{R})^2}$$

L : jumlah data saham  
 $R_i$ : return saham ke-i  
 $\bar{R}$  : rata-rata return saham

4. Penentuan Harga Opsi Call Eropa Dengan Menggunakan *Black-Scholes*

$$C = S \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-rt} \cdot N(d_2)$$

dimana

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

keterangan

- $N(x)$ : fungsi distribusi normal  $\sim N(0,1)$   
 $d_1, d_2$ : parameter dalam formula penentuan harga opsi  
 S : harga aset dasar (saham)  
 K : harga kesepatan opsi  
 T : masa jatuh tempo  
 $\sigma$  : volatilitas aset saham

4. Pengujian dan Analisis

4.1 Skenario Pengujian

Skenario pengujian yang akan dilakukan pada Tugas Akhir ini adalah :

1. Pengujian harga opsi call eropa yang menggunakan Transformasi *Fast Fourier* akan menggunakan tiga nilai  $\alpha$  yang berbeda, yaitu 0.277, 0.339, 0.47.
2. Membandingkan harga opsi call eropa yang menggunakan Transformasi *Fast Fourier* terhadap harga opsi yang menggunakan *Black-Scholes* pada *strike price* 39, 39.5, 40, 40.5, 41 yang menggunakan tiga nilai  $\alpha$  berbeda.
3. Membandingkan harga opsi call eropa yang menggunakan Transformasi *Fast Fourier* dan *Black-Scholes* terhadap harga opsi market pada *strike price* 38, 38.5, 39, 39.5, 40, 40.5, 41 yang menggunakan nilai  $\alpha$  0.311.
4. Membandingkan harga opsi call eropa yang menggunakan Transformasi *Fast Fourier* pada *strike price* 39 dan 41 dengan lima nilai  $\alpha$  berbeda, yaitu 0.277, 0.3, 0.339, 0.4, 0.47.
5. Membandingkan waktu proses Transformasi *Fast Fourier* dan *Black-Scholes*.

4.2 Hasil Pengujian

Berikut ini adalah hasil pengujian yang dilakukan untuk menentukan harga opsi call eropa. Pada metode Transformasi *Fast Fourier*, akan menggunakan tiga nilai  $\alpha$  yang berbeda, yaitu 0.277, 0.339, dan 0.47. Satuan mata uang yang digunakan

adalah USD, sedangkan untuk waktu proses adalah detik.

Tabel 1 Daftar nilai parameter

Parameter	Nilai Parameter
$\sigma$	40.54
N	8192
$\delta$	0.25
$\rho$	2.8905
$\theta$	0.0015
$\beta$	-0.0067
$\lambda$	0.015
$\gamma$	0.0379

Tabel 2 Hasil pengujian dengan nilai  $\alpha$  0.277

Strike Price	Ck FFT $\alpha = 0.277$	Ck Black-Scholes	Selisih Ck
39	2.465	2.473	0.008
39.5	2.448	2.003	0.445
40	2.432	1.528	0.904
40.5	2.411	0.929	1.482
41	2.398	0.585	1.813

Hasil pengujian dari masing-masing metode pada Tabel 2 menunjukkan perbedaan yang cukup signifikan pada *strike price* 40, 40.5, dan 41 dengan nilai selisih masing-masing 0.904, 1.482, 1.813. Akan tetapi, pada *strike price* 39 hasil pengujian menggunakan Transformasi *Fast Fourier* dan *Black-Scholes* memiliki selisih yang kecil, yaitu 0.008.

Tabel 3 Hasil pengujian dengan nilai  $\alpha$  0.339

Strike Price	Ck FFT $\alpha = 0.277$	Ck Black-Scholes	Selisih Ck
39	1.549	2.473	0.924
39.5	1.536	2.003	0.468
40	1.523	1.528	0.005
40.5	1.507	0.929	0.578
41	1.497	0.585	0.912

Hasil pengujian dari masing-masing metode pada Tabel 3 menunjukkan perbedaan yang cukup signifikan pada *strike price* 39 dan 41 dengan nilai selisih masing-masing 0.924, 0.912. Akan tetapi, pada *strike price* 40 hasil pengujian menggunakan Transformasi *Fast Fourier* dan *Black-Scholes* memiliki selisih yang kecil, yaitu 0.005.

Tabel 4 Hasil pengujian dengan nilai  $\alpha$  0.47

Strike Price	Ck FFT $\alpha = 0.277$	Ck Black-Scholes	Selisih Ck
39	0.612	2.473	1.861
39.5	0.605	2.003	1.398
40	0.598	1.528	0.929
40.5	0.590	0.929	0.339
41	0.584	0.585	0.001

Hasil pengujian dari masing-masing metode pada Tabel 4 menunjukkan perbedaan yang signifikan pada *strike price* 39, 39.5, 40 dengan nilai selisih masing-masing 1.861, 1.398, 0.929. Akan tetapi, pada *strike price* 41 hasil pengujian menggunakan Transformasi *Fast Fourier* dan *Black-Scholes* memiliki selisih yang kecil, yaitu 0.001.

Berikut ini adalah perbandingan antara harga opsi yang ditentukan dengan menggunakan *Black-Scholes* dan Transformasi *Fast Fourier* terhadap harga opsi *market* yang diperoleh dari Nasdaq dan *Yahoo! Finance*.

Tabel 5 Perbandingan terhadap harga opsi di *market*. Selisih 1 = selisih antara *FFT* terhadap harga *market*, Selisih 2 = selisih antara *Black-Scholes* terhadap harga *market*

Strike Price	CK Market	CK FFT	CK Black-Scholes	Selisih 1	Selisih 2
38	3	1.912	3.396	1.088	0.396
38.5	2.7	1.897	2.938	0.803	0.238
39	2.4	1.883	2.473	0.517	0.073
39.5	2.1	1.868	2.003	0.232	0.097
40	1.85	1.853	1.528	0.003	0.322
40.5	1.6	1.835	0.929	0.235	0.671
41	1.35	1.825	0.585	0.475	0.765

Berdasarkan Tabel 5 pada *strike price* 40, 40.5, 41, harga opsi yang diperoleh dengan metode Transformasi *Fast Fourier* memiliki selisih yang lebih kecil terhadap harga opsi *market* jika dibandingkan dengan selisih harga opsi dengan metode *Black-Scholes* terhadap harga opsi *market*. Sedangkan pada *strike price* 38, 38.5, 39, 39.5 selisih harga opsi metode *Black-Scholes* terhadap harga *market* lebih kecil jika dibandingkan dengan metode Transformasi *Fast Fourier* terhadap harga opsi *market*. Secara keseluruhan harga opsi metode *Black-Scholes* memiliki selisih yang lebih baik terhadap harga *market*, dengan rata-rata selisih 0.366 dibandingkan dengan metode Transformasi *Fast Fourier* yang memiliki rata-rata selisih terhadap harga *market*, yaitu sebesar 0.479. Akan tetapi, jika diperhatikan lebih teliti, pada *strike price* 40, 40.5, 41, yang mendekati  $S_0$  40.54, selisih harga opsi Transformasi *Fast Fourier* terhadap harga *market* semakin mengecil. Hal ini terjadi jika pemilihan nilai  $\alpha$  telah sesuai.

Tabel 6 Perbandingan waktu proses

Nilai Alfa	Waktu FFT	Waktu Black-Scholes	Selisih Waktu
0.277	0.035	4.233	4.198
0.339	0.036	4.271	4.235
0.47	0.038	4.351	4.313
<b>Rata-rata Waktu</b>	<b>0.036</b>	<b>4.285</b>	<b>4.249</b>

Waktu proses dari masing-masing metode pada Tabel 6 menunjukkan perbedaan yang signifikan, rata-rata selisih waktu proses antara metode Transformasi *Fast Fourier* dan metode *Black-Scholes* adalah 4.249 detik.

Dari beberapa pengujian di atas, terlihat bahwa nilai  $\alpha$  berpengaruh terhadap harga opsi. Untuk melihat pengaruh nilai  $\alpha$  terhadap harga opsi, akan dilakukan pengujian dengan lima nilai  $\alpha$  terhadap harga *strike price* 39, dan 41.

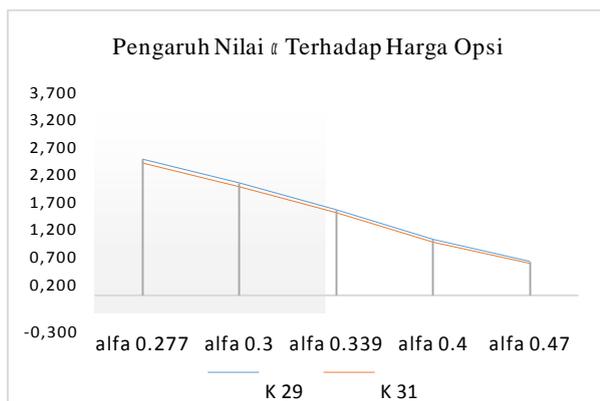
Tabel 7 Hasil pengujian untuk *strike price* 39

$\alpha$	Ck FFT
0.277	2.465
0.3	2.032
0.339	1.549
0.4	1.008
0.47	0.612

Tabel 8 Hasil pengujian untuk *strike price* 41

$\alpha$	Ck FFT
0.277	2.398
0.3	1.971
0.339	1.497
0.4	0.969
0.47	0.584

Dari Tabel 7 Hasil pengujian untuk *strike price* 39, dan Tabel 8 Hasil pengujian untuk *strike price* 41 dengan menggunakan lima nilai  $\alpha$  yang berbeda, dapat disimpulkan bahwa nilai  $\alpha$  sangat berpengaruh terhadap harga opsi. Berikut ini grafik pengaruh nilai  $\alpha$  terhadap harga opsi dengan *strike price* 39 dan *strike price* 41.

Gambar 4 Pengaruh nilai  $\alpha$  terhadap harga opsi pada *strike price* 39 dan *strike price* 41

Berdasarkan pada beberapa hasil pengujian di atas, terlihat bahwa penentuan harga opsi dengan menggunakan Transformasi *Fast Fourier* bergantung pada nilai  $\alpha$ . Hal tersebut dapat dilihat dari tabel di atas, untuk nilai  $\alpha$  0.277 hasil Transformasi *Fast Fourier* yang mendekati *Black-Scholes* hanya terletak pada *strike price* 39, untuk nilai  $\alpha$  0.339 hasil Transformasi *Fast Fourier* yang mendekati *Black-Scholes* hanya terletak pada *strike price* 40, dan untuk nilai  $\alpha$  0.47 hasil Transformasi *Fast Fourier* yang mendekati *Black-Scholes* hanya terletak pada *strike price* 41. Pemilihan nilai  $\alpha$  pada metode Transformasi *Fast Fourier*, akan menghasilkan harga opsi yang sesuai pada *strike price* tertentu. Pada Tabel 5, dengan nilai  $\alpha$  0.311 menghasilkan harga opsi dengan selisih yang kecil terhadap harga *market* pada *strike price* 40. Pada *strike price* 39, 39.5, 40.5, dan 41 selisih harga opsi

terhadap *market* masih kecil, akan tetapi pada *strike price* 38 dan 38.5 selisih harga opsi terhadap *market* semakin besar. Perubahan harga opsi pada metode Transformasi *Fast Fourier* antar selang *strike price*,  $\lambda$ , sangat kecil dan konstan, yaitu 0.015, berbeda dengan harga opsi yang diperoleh dengan metode *Black-Scholes* dan harga *market*. Yang menyebabkan harga opsi yang diperoleh akan memiliki selisih yang kecil terhadap harga *market* atau metode *Black-Scholes* hanya pada beberapa *strike price*. Dan pada pengujian dengan menggunakan lima nilai  $\alpha$  berbeda, dapat disimpulkan bahwa semakin besar nilai  $\alpha$ , harga opsi akan semakin kecil, dan sebaliknya semakin kecil nilai  $\alpha$ , harga opsi akan semakin besar.

Akan tetapi, untuk waktu proses yang tercatat, penentuan harga opsi *call* eropa dengan menggunakan Transformasi *Fast Fourier* lebih cepat dibandingkan dengan menggunakan *Black-Scholes*, dengan rata-rata selisih 4.249 detik.

## 5. Kesimpulan

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pengujian yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Transformasi *Fast Fourier* dapat diterapkan untuk menentukan harga opsi *call* eropa.
2. Pemilihan nilai  $\alpha$  sangat berpengaruh pada hasil opsi *call* eropa dengan menggunakan Transformasi *Fast Fourier*. Jika nilai  $\alpha$  besar maka harga opsinya akan turun, sebaliknya jika nilai  $\alpha$  kecil, harga opsinya akan naik. Pemilihan nilai  $\alpha$  akan menghasilkan harga opsi yang sesuai pada *strike price* tertentu.
3. Rata-rata selisih waktu proses antara Transformasi *Fast Fourier* dan *Black-Scholes*

adalah 4.249 detik. Transformasi *Fast Fourier* menunjukkan catatan waktu proses lebih cepat dibandingkan dengan *Black-Scholes* dalam menentukan harga opsi *call* eropa.

## Daftar Pustaka

- [1] Black, F., & Scholes, M. (May-June 1973). The Pricing of Option and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81, 637-654.
- [2] Bursa Efek Indonesia. (2012). Dipetik April 1, 2015, dari <http://www.idx.co.id/id-id/beranda/produkdanlayanan/saham.aspx>
- [3] Capinski, M., & Zastawniak, T. (2011). *Mathematics for Finance : An Introduction to Financial Engineering*.
- [4] Carr, P., & Madan, D. (1999). Option Valuation Using The Fast Fourier Transform. *Journal of Computational Finance*, 2(4), 61-73.

- [5] Figueroa-Lopez, J., Lancette, S., Lee, K., & Mi, Y. (2011). Estimation of Normal Inverse Gaussian and Variance Gamma Models for High Frequency Financial Data. In J. Wiley, *Handbook for Modelling High-Frequency Data in Finance*.
- [6] Madan, D., Carr, P., & Chang, E. (1998). The Variance Gamma Process And Option Pricing. *Eropean Finance Review*, 2, 79-105.
- [7] Oktavia. (2008). *Penentuan Harga Opsi Call Eropa Menggunakan Transformasi Fast Fourier*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.
- [8] Seydel, R. U. (2012). *Tools for Computational Finance* (5th ed.). Springer.