

PENGGUNAAN ALGORITMA BOOTSTRAP UNTUK PENENTU SELANG KADAR EMAS DAN PERAK PADA LOKASI PENGGALIAN DENGAN METODE *SIMPLE KRIGING*

Siti Rahmah Madusari¹, Sri Suryani,S.Si.,M.Si.², Rian Febrian Umbara,S.Si.,M.Si.³

^{1,3}Prodi Ilmu Komputasi Telkom University, Bandung

²Divisi RISTI-Telkom, Bandung

¹sr.madusari@gmail.com, ²srisuryani@telkomuniversity.ac.id, ³rianum123@gmail.com

Abstrak

Salah satu tahap yang sangat penting pada pertambangan adalah eksplorasi. Tugas akhir ini menggunakan komputasi untuk membantu eksplorasi dengan melakukan estimasi kadar pada lokasi titik yang belum diketahui. Tujuan tugas akhir ini adalah untuk mengestimasi nilai selang batas bawah dan batas akhir kadar emas dan perak dengan menggunakan algoritma bootstrap dan mensimulasikan sebaran estimasinya pada titik-titik lokasi yang belum diketahui. Estimasi dilakukan dengan menggunakan metode Simple Kriging dan Algoritma Bootstrap untuk mendapatkan selang kadar estimasi. Simple kriging menggunakan nilai kovariogram dalam pencarian nilai korelasi data spasial. Nilai kovariogram teoritis yang valid diuji dengan menggunakan validasi silang, lalu diubah menjadi data independen yaitu dengan metode dekomposisi cholesky yang digunakan pada algoritma bootstrap. Data yang telah dipanggil oleh algoritma bootstrap kemudian ditransformasi kembali menjadi bentuk data semula dan diproses dengan metode simple kriging untuk mendapatkan nilai estimasi. Dari proses pemanggilan data hingga pencarian hasil estimasi diulangi sebanyak B kali pengulangan dan dicari selang konfidensi dengan tingkat kepercayaan 95%. Pada tugas akhir ini didapatkan sebaran nilai estimasi kadar untuk batas bawah adalah 4,03040-4,09727 gr/ton untuk data emas dan 190,042-190,103 gr/ton untuk data perak, sebaran batas atasnya adalah 4,22531-4,27059 gr/ton untuk data emas dan 190,219-190,262 gr/ton untuk data perak.

Kata kunci : data spasial, kovariogram, validasi silang, *simple kriging*, dekomposisi cholesky, algoritma bootstrap

Abstract

One very important step in mining is exploration. This thesis uses computing to help exploration to estimate the grade value at the unknown location. The purpose of this thesis is to estimate the interval of lower limit and upper limit of gold and silver grade by using bootstrap algorithm and simulate the distribution of value estimation at unknown location. Simple Kriging is used to calculate the estimation and Bootstrap algorithm is used to calculate the interval of estimation. Simple Kriging uses covariogram to calculate the correlation of spatial data. Cross validation is used to find the best model of covariogram to be used in simple kriging equations. Values of valid covariogram model are transformed into independent data by Cholesky Decomposition method, and bootstrap algorithm will summon the data randomly. The summoned data will be transformed back into its original shape and it is processed by simple kriging to find estimated values at the unknown point. From summoning data until search the estimation by simple kriging is repeated B times with 95% of confidence value, the repetitions are purposed to get the interval of the estimate values. This thesis estimated the distribution of the estimated value, for the lower limit is 4.03040 to 4.09727 gr / ton of gold grade and 190.042 to 190.103 gr / ton of silver grade, the distribution of the upper limit is 4.22531 to 4, 27059 gr / ton of gold grade and 190.219 to 190.262 for data gr / ton of silver grade.

Keywords: *spatial data, covariogram, cross validation, simple kriging, cholesky decompositon, bootstrap algorithm*

1. Pendahuluan

Pada Tugas Akhir ini, data kadar emas dan perak pada daerah sekitar penambangan yang telah ditambang adalah data yang akan digunakan untuk menaksir nilai kadar pada titik yang belum diketahui. Data titik lokasi yang diketahui untuk kadar emas yang telah diketahui berada pada titik yang sama dengan data kadar perak, dan lokasi yang

akan ditaksir adalah lokasi yang masih belum terekplorasi. Bentuk data yang digunakan adalah bentuk data dependen, yaitu data yang memiliki korelasi antar data.

Korelasi antar data yang dimiliki oleh masing-masing data akan digunakan untuk melakukan penelitian pada Tugas Akhir ini. Nilai korelasi yang digunakan adalah nilai kovariogram yang akan diproses oleh metode kriging. Terdapat berbagai

macam metode kriging, yaitu simple kriging, ordinary kriging, dan universal kriging. Namun simple kriging adalah metode yang menggunakan nilai kovariogram sebagai nilai korelasi data. Simple kriging adalah metode untuk mengestimasi nilai kadar pada titik yang belum diketahui dengan asumsi mean dari populasi yang sudah diketahui dan nilainya konstan. Sebagai penguat estimasi kadar emas dan perak dengan metode simple kriging, digunakan pula algoritma bootstrap sebagai penentu selang kadar emas dan perak pada lokasi yang diestimasi. Algoritma bootstrap adalah algoritma yang memanggil data secara random dan berulang-ulang dengan batasan tertentu. Pada setiap pemanggilan tersebut akan dilakukan estimasi dengan simple kriging, sehingga akan didapatkan nilai interval atau selang dari semua hasil estimasi atas pemanggilan data. Nilai terakhir yang akan didapatkan adalah nilai estimasi batas bawah dan batas akhir kadar emas dan perak yaitu sebagai selang nilai estimasi kadar.

2. Landasan Teori

2.1 Data Spasial

Data spasial adalah data yang berorientasi geografis

dan memiliki sistem koordinat tertentu sebagai referensinya. Data Spasial adalah suatu hasil pengukuran yang memuat informasi mengenai lokasi dari pengukuran[5]. Data spasial mempunyai dua

bagian penting yang menjadi pembeda dengan data lainnya, yaitu informasi lokasi (spasial) dan informasi deskriptif (attribute). Data spasial digunakan dalam berbagai hal yang luas, seperti aplikasi ekonomi, sosial, dan lingkungan. Misalnya pengelolaan lingkungan, sumberdaya pertanian, pertambangan, dan lainnya. Data spasial merupakan salah satu data yang dependen atau berkorelasi, yaitu dipengaruhi dengan faktor-faktor lainnya. Misalkan s_i , dimana $i = 1, \dots, n$ adalah suatu lokasi berkoordinat (x_i, y_i) . Maka $Z(s_i)$ adalah data nilai kandungan Z di lokasi s_i .

2.2 Kovariogram

Salah satu fungsi yang dapat mengamati korelasi spasial antar data sampel adalah fungsi kovariansi atau kovariogram, $C(h)$ [16].

2.2.1 Kovariogram Eksperimental

Kovariogram diestimasi dengan menggunakan kovariogram eksperimental. Kovariogram ini dinyatakan sebagai berikut [2]:

$$\hat{C}(h) = \frac{1}{2n(n-1)} \sum_{i \neq j} (Z(s_i) - \bar{Z})(Z(s_j) - \bar{Z}) + h^2 - \bar{h}^2 \quad (2.1)$$

dimana:

s_i : lokasi titik sampel

yang sama

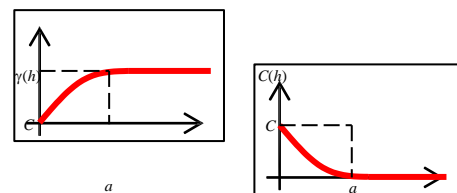
m : rata-rata data sampel

Kovariogram anisotropi, yang bergantung dengan jarak dan arah. Untuk mengetahui adanya anisotropi, semivariogram harus dihitung dalam empat vektor arah, yaitu vektor Utara-Selatan, Timur-Barat, Barat Daya-Timur Laut, dan Barat Laut-Tenggara. Inputan parameter akan mempengaruhi ketepatan hasil penghitungan semivariogram eksperimental.

2.2.2 Kovariogram Teoritis

Hasil perhitungan kovariogram eksperimental tidak dapat langsung digunakan dalam melakukan penaksiran, melainkan harus dimodelkan terlebih dahulu menjadi sebuah fungsi[1]. Fungsi yang dapat digunakan sebagai model dari hasil perhitungan kovariogram adalah fungsi yang memenuhi kondisi definit positif. Parameter-parameter yang digunakan untuk mendeskripsikan kovariogram adalah:

- Range (a)
Jarak (lag distance) maksimum dimana masih terdapat korelasi spasial antar variabel ter regional.
- Sill (C)
Nilai variogram ketika mencapai kondisi konstan. Nilai dari sill pada umumnya mendekati nilai varians dari populasi ($sill \cong Var[Z(s)]$).



Gambar 2.1 Contoh Variogram dan Kovariogram
Berikut ini adalah beberapa fungsi yang dapat digunakan sebagai model semivariogram, diantaranya adalah:

1. Model Spherical

$$C(h) = \begin{cases} C \left(T - \frac{3h}{2a} + \frac{h^3}{2a^3} \right) & |h| < a \\ 0 & |h| \geq a \end{cases} \quad (2.2)$$

2. Model Eksponensial

$$C(h) = \begin{cases} C \left(\exp \left(-\frac{|h|}{a} \right) \right) & |h| > 0 \\ 0 & |h| < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

dimana:

C = sill

h = jarak (lag)

a = range

2.3 Validasi Silang

Ide dasar dari validasi silang adalah menggunakan nilai-nilai residual terbaku untuk menentukan apakah model kovariogram yang dipilih sudah valid.

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji Q_1

dan Q_2 . Nilai taksiran yang digunakan dalam validasi silang adalah dengan menggunakan data

$Z(s_i)$: nilai kadar pada lokasi s_i

X_{i+h} : nilai kadar pada lokasi $i+h$
 h : jarak antara dua lokasi data
 $N(h)$: banyaknya pasangan berbeda dengan jarak

asli. Dimana dalam mencari nilai taksirannya dinyatakan dengan:

$$\hat{Z}(X_i) = \frac{1}{N(h)} \sum_{j=1}^{N(h)} X_{i+h_j} - \bar{X} \quad k=2, \dots, n;$$

(2.4)

Q_1 menyatakan rata-rata dari residual terbaku atau dapat dinyatakan sebagai berikut[16]:

$$Q_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \quad (2.5)$$

Dan Q_2 menyatakan rata-rata dari kuadrat residual terbaku atau dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Q_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (2.6)$$

e_i adalah residual baku yang dinyatakan:

$$e_i = \frac{e_i}{\sigma} \quad (2.7)$$

dimana $e_i = Z_i \sigma - \hat{Z}_i$
(2.8)

σ^2 = Variansi Residual

Hipotesis pengujian stasioneritas:

H_0 = Model kovariogram valid

H_1 = Model kovariogram tidak valid

Aturan keputusan hipotesis adalah sebagai berikut:

- H_0 apabila:

$$1. |Q_1| < \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (2.9)$$

$$2. Q_2 < Q_1 < Q_3 \quad (2.10)$$

- H_1 apabila:

$$1. |Q_1| \geq \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (2.11)$$

$$2. Q_2 > \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ atau } Q_3 > Q_2 \quad (2.12)$$

L dan U dari table persentil 0.025 dan 0.975 dari Distribusi χ^2 .

2.4 Simple Kriging

Kriging diambil dari pakar geostatistika yang berasal dari Afrika Selatan bernama Danie Krige. Teknik kriging dapat meminimalisir varians yang eror, karena dalam prediksinya kriging menggunakan pembobotan nilai-nilai titik dengan bantuan fungsi variogram[2]. Simple Kriging (SK) mengasumsikan

bahwa m (mean atau rata-rata) diketahui dan konstan

sepanjang daerah estimasi[2]. Prediksi SK, \hat{Z}_0 didefinisikan:

$$\hat{Z}_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i$$

$$\hat{Z}_0 - Z_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i (Z_i - Z_0)$$

$$Z_0 = [Z_1 \dots Z_n]^T \quad (2.19)$$

$$Z_0 = [Z_1 \dots Z_n]^T$$

Untuk memperoleh bobot SK, invers dari matriks data kovarians dikalikan dengan data vektor untuk prediksi kovarians lokasi:

$$\lambda = Z_0^{-1} Z_0 \quad (2.20)$$

Terakhir, varians SK adalah transpose dari vektor data untuk prediksi kovarians lokasi, dikalikan

dengan bobot SK:

$$\sigma^2 = \lambda^T C \lambda \quad (2.21)$$

$$\sigma^2 = \lambda^T C \lambda$$

2.5 Dekomposisi Cholesky

Pada Tugas Akhir ini, matriks kovariogram teoritis yang didapatkan sebelumnya akan diubah menjadi data independen untuk dilakukan didalam algoritma

bootstrap. Metode cholesky menghasilkan matriks segitiga bawah yang digunakan untuk mendapatkan data independen.

Misal C adalah matriks kovarians (yang berisi nilai

kovariogram teoritis yang telah dipilih) yang merupakan matriks simetris (n x n) dan bernilai definit positif, maka C dapat didekomposisi dengan tepat sebagai hasil matriks:

$$C = L L^T \quad (2.22)$$

Dimana L merupakan faktor cholesky dan matriks segitiga bawah dengan diagonal utama bernilai positif. Matriks dari persamaan di atas adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & & C_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \\ C_{n1} & C_{n2} & & C_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & & & \\ L_{21} & L_{22} & & \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11}^T & & & \\ L_{21}^T & L_{22}^T & & \\ L_{31}^T & L_{32}^T & L_{33}^T & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & & & \\ & C_{22} & & \\ & & C_{33} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1n} & & & \\ & C_{2n} & & \\ & & C_{3n} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i [Z_i - \mu] \quad (2.13)$$

dimana m konstan disepanjang daerah estimasi. Sistem SK dirumuskan menjadi:

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i [Z_i - \mu] = T, \dots \quad (2.14)$$

Varians SK (atau minimum error varians) dirumuskan dengan:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^m \lambda_i T^2 \quad (2.15)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^m \lambda_i$$

Dengan menggunakan notasi matriks, sistem SK dituliskan menjadi:

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = T \quad (2.16)$$

dimana $\sum_{i=1}^m$ adalah matriks kovarians $n \times n$:

$$\sum_{i=1}^m = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^m = [\quad \quad \quad] \quad (2.17)$$

λ_i adalah bobot SK dan $\sum_{i=1}^m$ adalah kovarians observasi untuk lokasi prediksi:

$$\lambda_i = [\quad] \quad (2.18)$$

$$T$$

untuk mendapatkan nilai pada matriks L adalah sebagai berikut:

$$L_{ij} = \sqrt{\sigma_{ij}^2 - \sum_{k=1}^j \sigma_{ik}^2} \quad (2.24)$$

dan L_{ij} didapatkan dengan cara:

$$L_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^2 - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik}^2}{L_{ij}} \quad (2.25)$$

Dimana $j=1,2,\dots,k-1$.

2.6 Algoritma Bootstrap

Bootstrapping adalah suatu metode untuk menjabarkan estimasi yang kuat dari standar eror dan interval/selang konfidensi. *Bootstrapping* sangat berguna sebagai alternatif untuk estimasi parameter ketika peneliti merasa ragu dapat memenuhi asumsi pada data mereka[7]. Menurut Neter John Et Al (1996) tujuan dari bootstrap adalah memperbaiki ukuran sampel untuk mengevaluasi kebenaran dalam situasi yang tidak standar[10].

Berikut adalah persamaan untuk mencari standar error[11]:

$$\hat{\sigma}_e = \left(\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_{\square\square} - \hat{\theta}_{\square\square})^2 \right)^{1/2} \quad (2.26)$$

dimana:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{\square\square} &= \text{estimasi bootstrap pada sampling ke-} b \\ &: b=1, \dots, B \\ \hat{\theta}_{\square\square} &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_{\square\square}^b \end{aligned} \quad (2.27)$$

2.6.1 Transformasi Data

Dengan bantuan metode dekomposisi cholesky matriks L didapatkan. Untuk mengubah data sampel (Z) yang merupakan data berkorelasi menjadi data tak berkorelasi (U) atau disebut transformasi data, dapat dinyatakan dengan persamaan[18]:

$$\vec{Z} = \vec{L} \vec{U} \quad \vec{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

\vec{U} adalah variabel independen dengan mean nol dan matriks kovariansi satu.

2.6.2 Quasibootstrap

Dalam bootstrap, mentransformasikan kembali sampel bootstrap \vec{Z}^* ke bentuk data asli yang disebut sampel quasibootstrap (\vec{Z}^*), yaitu dengan persamaan sebagai berikut:

$$\vec{Z}^* = \vec{Z} + \vec{U}^* \quad (2.29)$$

dimana: $\vec{U}^* = \begin{bmatrix} U_1^* \\ U_2^* \\ \vdots \\ U_n^* \end{bmatrix}$ dan $\vec{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}$

Jika pada data asli dilakukan transformasi pemusatan, maka sampel quasibootstrap-nya harus ditambah dengan mean dari kadar, yaitu:

$$\vec{Z}^* = \vec{Z} + \vec{U}^* + \vec{m} \quad (2.30)$$

2.6.3 Selang Konfidensi Bootstrap

Selang konfidensi bootstrap didasari dari metode selang normal standar dan dikembangkan dengan algoritma bootstrap[6].

Selang konfidensi normal standar:

$$[\hat{\theta}_{\square\square\text{wh}}, \hat{\theta}_{\square\square}] \quad (2.31)$$

Hal ini menyatakan:

$$\hat{\theta}_{\square\square\text{wh}} = \hat{\theta} - z_{\alpha/2} \cdot \hat{\sigma}_e \quad (2.32)$$

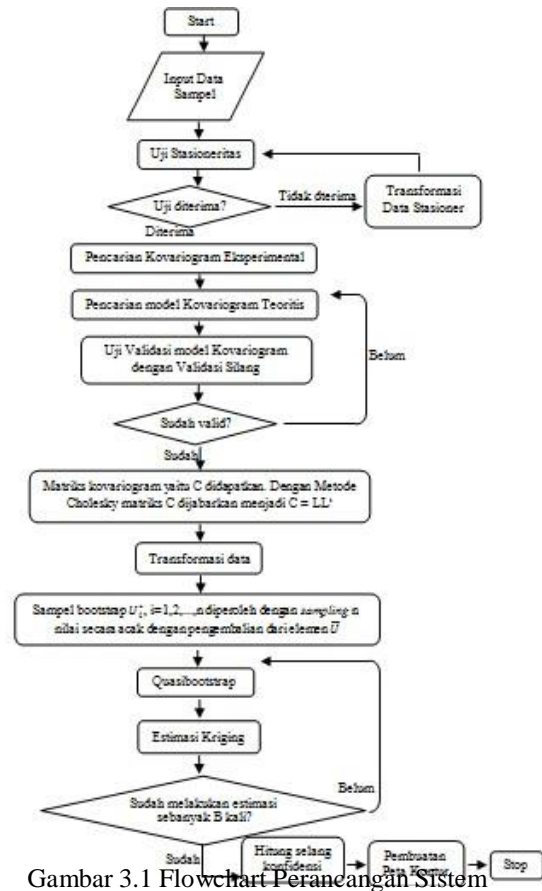
$$\hat{\theta}_{\square\square} = \hat{\theta} + z_{\alpha/2} \cdot \hat{\sigma}_e \quad (2.33)$$

Dimana:

$\hat{\theta}$ = hasil estimasi simple kriging tanpa bootstrap

$z_{\alpha/2}$ = nilai tabel distribusi normal dengan konfidensi 95% ($\alpha=0.05$)

3. Perancangan Sistem



Gambar 3.1 Flowchart Perancangan Sistem

4. Hasil dan Implementasi

4.1 Data Sampel

Data sampel yang digunakan pada Tugas Akhir kali ini adalah data milik PT. Aneka Tambang (ANTAM), Pongkor Kabupaten Bogor. Data ini merupakan data yang terdapat di blok III vein B tambang Gudang Handak L 500. Data terdiri dari 15 titik koordinat X dan Y, letak penggalian emas dan perak, beserta masing-masing kadar yang terkandung didalamnya. Data sampel tersebut telah dimasukkan kedalam tabel sebagai berikut:

Tabel 4.1 Data Sampel

x	y	Kadar	
		Au(gr/ton)	Ag(gr/ton)
11428	9522	4.083666	190.0893
11420	9520	4.197484	190.1953
11439	9526	4.151658	190.1623
11425	9534	4.070711	190.0693
11408	9517	4.063246	190.0593
11405	9529	4.122474	190.1244
11452	9528	4.083666	190.0864
11445	9502	4.154919	190.1494
11434	9549	4.118322	190.1144
11412	9493	4.238747	190.2483
11462	9530	4.202485	190.2063

Perancangan sistem algoritma bootstrap untuk data spasial dan sistemasi metode simple kriging digambarkan dengan flowchart.

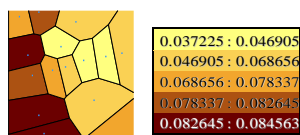
11412	9555	4.170294	190.1693
11400	9552	4.282843	190.2793
11415	9482	4.063246	190.0792
11462	9481	4.252982	190.2495

4.2 Uji Stasioneritas Data Sampel

Uji Stasioneritas dilakukan dengan menggunakan peta voronoi berdasarkan nilai standar deviasi data kadar terhadap titik koordinat masing-masing sampel. Berikut hasil peta voronoi kedua sampel:



Gambar 4.1 Peta Voronoi Data Emas

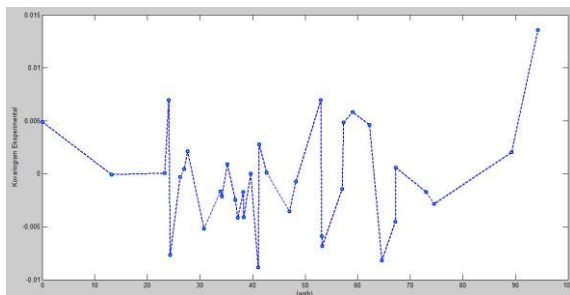


Gambar 4.2 Peta Voronoi Data Perak

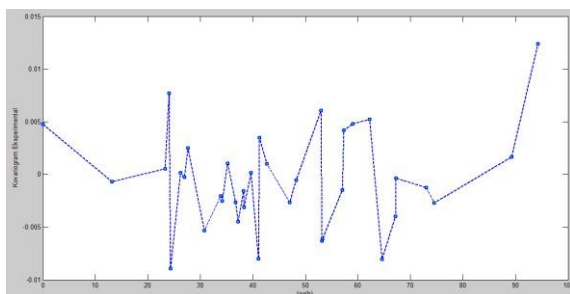
Dari hasil peta voronoi kedua data, didapatkan warna pada peta tidak membentuk pola dan tidak menghasilkan gradiasi warna. Maka kedua data sampel dapat dikatakan stasioner.

4.3 Perhitungan Kovariogram Eksperimental

Kovariogram masing-masing data dihitung dan dibentuk sebuah grafik sebagai berikut:



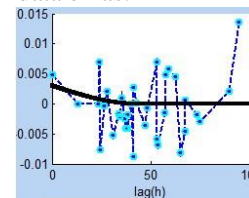
Gambar 4.3 Kovariogram Eksperimental Data Emas



Gambar 4.4 Kovariogram Eksperimental Data Perak

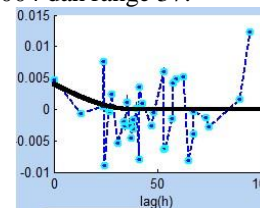
4.4 Fitting Kovariogram Teoritis

Dari hasil memasukkan nilai sill dan range secara berulang dan validasi silang, maka didapatkan parameter model, nilai sill dan range yang valid. Didapatkan model Spherical dengan sill 0,003 dan range 42 untuk data emas.



Gambar 4.5 Kovariogram Teoritis Data Emas Terbaik

Sedangkan untuk data perak adalah model spherical dengan sill 0,004 dan range 37.



Gambar 4.6 Kovariogram Teoritis Data Perak Terbaik

Parameter terbaik tersebut didapatkan berdasarkan nilai koefisien korelasi data kadar sampel dan data kadar estimasi sampel yang paling besar.

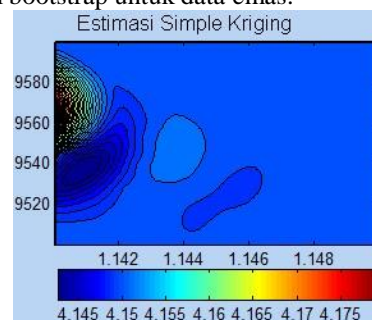
4.5 Estimasi Selang Kadar

Estimasi selang kadar dilakukan sebanyak B kali, yaitu dengan B=1000 dan dengan tingkat kepercayaan 95%. Hasil estimasi selang kadar emas dan perak direpresentasikan dengan peta kontur. Kontur dibuat dengan grid r x r, yaitu r sesuai dengan inputan user. Titik koordinat pada kontur yang akan diestimasi pada pengujian kali ini adalah:

- Koordinat X terkecil : 11400
- Koordinat X terbesar : 11500
- Koordinat Y terkecil : 9500
- Koordinat Y terbesar : 9600

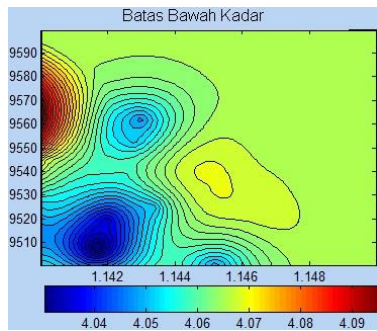
4.5.1 Emas

Berikut adalah hasil kontur estimasi simple kriging sebelum bootstrap untuk data emas:

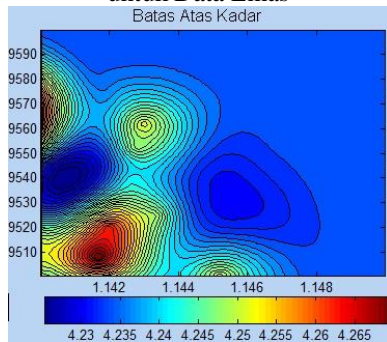


Gambar 4.7 Kontur Estimasi Kadar dengan Simple Kriging untuk Data Emas

Hasil estimasi dengan menggunakan bootstrap didapatkan batas bawah dan batas atas kadar untuk data emas:



Gambar 4.8 Kontur Estimasi Batas Bawah Kadar untuk Data Emas

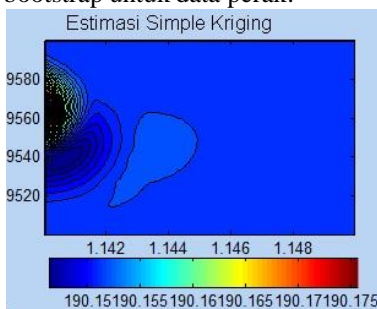


Gambar 4.9 Kontur Estimasi Batas Atas Kadar untuk Data Emas

Terdapat 10.000 titik yang diestimasi menggunakan simple kriging dan bootstrap. Hasil estimasi pada titik-titik tersebut dapat dilihat pada lampiran. Dengan melihat hasil kontur, diketahui bahwa dengan menggunakan bootstrap dapat menemukan nilai estimasi baru yang merupakan rentang estimasi pada setiap titik. Untuk batas bawah, nilai estimasi kadar emas didapatkan lebih kecil dibanding estimasi SK sebelumnya, kadar yang terbesar pada batas bawah adalah 4,09 gr/ton, sedangkan pada estimasi SK nilai estimasi kadar terkecil adalah sebesar 4,145 gr/ton. Pada batas atas, nilai estimasi kadar emas didapatkan lebih besar, dimana nilai estimasi kadar terkecil pada batas atas masih lebih besar dibanding nilai terbesar pada estimasi SK, yaitu sebesar 4,23 gr/ton, sedangkan pada SK nilai estimasi terbesarnya adalah 4,175 gr/ton.

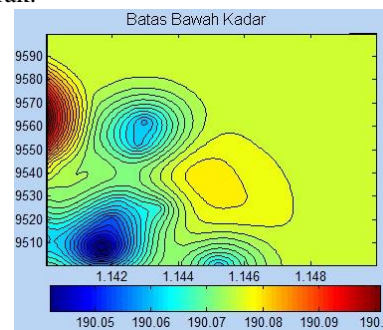
4.5.2 Perak

Berikut adalah hasil kontur estimasi simple kriging sebelum bootstrap untuk data perak:

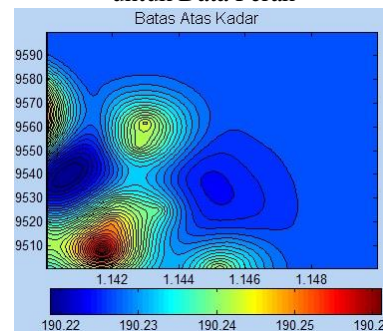


Gambar 4.10 Kontur Estimasi Kadar dengan Simple Kriging untuk Data Perak

Hasil estimasi dengan menggunakan bootstrap didapatkan batas bawah dan batas atas kadar untuk data perak:



Gambar 4.11 Kontur Estimasi Batas Bawah Kadar untuk Data Perak



Gambar 4.12 Kontur Estimasi Batas Atas Kadar untuk Data Perak

Sama seperti estimasi untuk data emas, terdapat 10.000 titik yang diestimasi, dan hasil estimasi pada titik-titik tersebut dapat dilihat pada lampiran. Seperti taksiran emas pula, penggunaan algoritma bootstrap pada taksiran kadar perak dapat menemukan nilai estimasi baru dengan menghasilkan taksiran nilai batas bawah dan batas atas kadar perak. Nilai terbesar pada estimasi batas bawah kadar perak masih lebih kecil dibanding nilai terkecil pada estimasi SK, yaitu sebesar 190,1 gr/ton dimana nilai estimasi terkecil pada SK adalah sebesar 190,15 gr/ton. Dan nilai estimasi batas atas terkecil masih lebih besar dibanding nilai estimasi terbesar pada SK, yaitu 190,22 gr/ton dan 190,175 gr/ton untuk nilai terbesar pada estimasi SK.

4.6 Analisa Penggunaan Bootstrap

Dengan menggunakan Bootstrap, didapatkan hasil estimasi kadar baru yang berupa batas bawah dan batas atas yaitu merupakan selang dari estimasi kadar emas dan perak. Hal ini dapat menjadi alasan bahwa penggunaan bootstrap lebih mengakuratkan pengestimasian dan mempermudah user dalam menggambarkan nilai rentang estimasi yang didapatkan. Namun dalam penggunaan bootstrap, hasil yang didapatkan dapat berbeda di tiap running program estimasi karena bootstrap memanggil sampel data secara random untuk tiap iterasi estimasinya. Walaupun berbeda, nilai estimasi bootstrap tidak akan jauh berbeda dari hasil simple kriging yang didapat sebelumnya.

5. Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

1. Dengan menggunakan metode simple kriging, didapatkan estimasi kadar terkecil yaitu 4,14278 gr/ton pada koordinat (11436,5 ; 9508,5) untuk kadar emas dan 190,146 pada koordinat (11439,5 ; 9507,5) untuk kadar perak. Sedangkan untuk estimasi nilai kadar terbesar adalah sebesar 4,18084 gr/ton pada koordinat (11465,5 ; 9500,5) untuk kadar emas dan 190,177 pada koordinat (11464,5 ; 9500,5) untuk kadar perak.
2. Algoritma Bootstrap dapat diterapkan dalam mencari selang estimasi kadar dengan menggunakan metode simple kriging, yaitu berupa nilai estimasi batas bawah dan batas atas. Selang kadar estimasi bootstrap menggunakan nilai konfidensi sebesar 95%, yang berarti kemungkinan nilai estimasi kadar berada tepat diantara batas bawah dan batas atas kadar sebesar 95 %.
3. Didapatkan dengan menggunakan Algoritma Bootstrap nilai estimasi terbesar pada batas bawah dan batas atas terkecil untuk kadar emas dan perak adalah sebagai berikut:
Estimasi batas bawah terbesar:
 - Emas: 4,09727 gr/ton (11464,5 ; 9500,5)
 - Perak: 190,103 gr/ton (11463,5 ; 9500,5)
 Estimasi batas atas terkecil:
 - Emas: 4,22531 gr/ton (11439,5 ; 9507,5)
 - Perak: 190,219 gr/ton (11439,5 ; 9506,5)
4. Estimasi dengan algoritma bootstrap menghasilkan nilai estimasi batas bawah dan batas atas kadar emas dan perak. Dengan didapatkannya nilai selang tersebut maka tiap titik koordinat lokasi masing-masing memiliki sebaran estimasi kadarnya dan dapat mempermudah user dalam membayangkan nilai kadar yang mungkin ada pada tiap koordinat. Dengan menggunakan bootstrap, sebaran data yang dihasilkan pun berbeda. Kontur estimasi nilai selang kadar dengan bootstrap didapatkan lebih banyak nilai yang bervariasi pada tiap titik lokasi koordinat dibanding nilai estimasi dengan metode simple kriging saja, sehingga kontur hasil bootstrap lebih memiliki variasi warna yang lebih banyak.

5.2 Saran

Untuk pengembangan dalam memperbaiki tugas akhir ini maka dapat disarankan untuk:

1. Dalam pencarian kovariogram teoritis, inputan parameter akan lebih baik apabila dapat menyesuaikan data tanpa perlu percobaan inputan secara berulang-ulang.
2. Proses pengulangan bootstrap yang semakin banyak akan semakin memperkuat hasil estimasi,

namun membutuhkan pula waktu eksekusi yang semakin lama. Untuk mempermudah proses eksekusi, diperlukan spesifikasi komputer yang lebih canggih.

Daftar Pustaka:

- [1] Wibisono, Iif Yusuf. "Penaksiran Volume Reservoir Minyak Bumi dengan Simple Kriging pada Lapangan Minyak Jatibarang". Depok: Universitas Indonesia. 2006.
- [2] Lloyd, Christopher D.. "Local Models for Spatial Analysis" New York: Queen's University Belfast. 2007.
- [3] Article of *Greenstone Economic Development Corporation*. Canada. 2014.
- [4] Darijanto, Totok. "Diktat Kuliah TA-414 Geostatistik". Bandung: Institut Teknologi Bandung. 2002.
- [5] Cressie, N.A.C. "Statistics for Spatial Data". New York. 1991.
- [6] Sollow, A. R.. "Bootstrapping Correlated Data". Journal of The International Association of Mathematical Geology 17. 1985.
- [7] Widhiarso, Wahyu. "Berkenalan dengan Bootstrap". Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada. 2012.
- [8] <http://vibiznews.com/>. 2014.
- [9] <http://www.antaranews.com/>. 2013.
- [10] Sutyana, Ester. "Analisis Perbandingan Model Regresi Linier Berganda dengan Metode Bootstrap Pairs dan Bootstrap Residual dengan R-Language". Jakarta: Universitas Bina Nusantara. 2006.
- [11] Suprihatin, Bambang, Guritno, Suryo, Haryatmi, Sri. "Estimasi Parameter Bootstrap pada Proses AR(1)". Prosiding Seminar Nasional Statistika Universitas Diponegoro 2011. ISBN: 978-979-097-142-4.
- [12] <http://www.bangazul.com/pengertian-dan-jenis-pertambangan>. Diakses: 14 Juni 2014.
- [13] <http://id.wikipedia.org/wiki/Emas>. Diakses: 11 Januari 2015.
- [14] <http://id.wikipedia.org/wiki/Perak>. Diakses: 11 Januari 2015.
- [15] <http://logammulia.com>. Diakses: 13 Januari 2015.
- [16] Kitanidis, P. K. "Introduction to Geostatistics: Applications in Hydrogeology" Cambridge University Press. 1997.
- [17] Sujantoko. "Metode Eliminasi dan Dekomposisi". Ocean Engineering, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [18] Astutik, Suci. "Penentuan Selang Prediksi Kadar Nikel dengan Metode Bootstrap". Bandung: Institut Teknologi Bandung. 2003.