PREDIKSI HARGA EMAS DI INDONESIA BERDASARKAN NILAI TUKAR DOLLAR TERHADAP RUPIAH DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI DAN RANTAI MARKOV MULTIVARIAT

GOLD PRICE PREDICTION IN INDONESIA BASED DOLLAR EXCHANGE RATE AGAINST RUPIAH USING REGRESSION AND MULTIVARIATE MARKOV CHAIN

Budi Ihsan Daulay[1] Pembimbing 1: Rian Febrian Umbara,S.Si.M.Si. [2] Pembimbing 2 : Aniq Atiqi Rohmawati, S.Si.M.Si.[3]
[1]Prodi S1 Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom [2]Prodi S1 Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom [3]Prodi S1 Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom
[1]budiihsan9@gmail.com [2]rianum123@gmail.com [3]aniqmuchibbin@gmail.com

Abstrak
Penelitian ini menggunakan metode gabungan regresi dan rantai markov multivariat. Regresi digunakan untuk mengestimasi parameter model, sedangkan rantai markov multivariat digunakan untuk menentukan pergerakan naik atau turunnya harga emas dan peluang. Pergerakan harga emas di pengaruhi permintaan pasar, semakin banyak permintaan akan emas maka harga emas akan naik begitu juga sebaliknya. Selain permintaan akan emas, emas juga dipengaruhi oleh nilai tukar dollar. Nilai tukar dollar memiliki hubungan negatif terhadap harga emas, jika nilai tukar dollar menurun, maka harga emas akan naik. Karena dibutuhkan lebih banyak dollar untuk membeli emas [7]. Sebaliknya jika nilai tukar dollar naik, maka harga emas turun.Tujuan dari penelitian ini adalah dapat membentuk model regresi dan rantai markov multivariat untuk prediksi harga emas di Indonesia berdasarkan nilai tukar dollar terhadap rupiah dan mendapatkan akurasi model regresi dan rantai markov multivariat untuk prediksi harga emas. Hasil prediksi harga emas menggunakan model regresi dan rantai markov multivariat mempunyai *mean absolute percentage error* (MAPE) sebesar 10,0738%.
Kata kunci: Harga Emas, Nilai Tukar, Model Regresi, Rantai Markov Multivariat.
Abstract
This study uses a combination of regression and multivariate Markov chain. Regression was used to estimate parameters of the model, while the multivariate Markov chain is used to determine the movement of the rise or fall of gold prices and opportunities. The price movement of gold is influenced market demand, more demand for gold then the price of gold will rise and vice versa. In addition to demand for gold, gold is also affected by the exchange rate of the dollar. Dollar exchange rate has a negative correlation to the gold price, if the exchange rate of the dollar declines, the price of gold will rise. Because it takes more dollars to buy gold [7]. Conversely, if the exchange rate of the dollar rises, the price of gold turun.Tujuan of this study was able to establish regression models and multivariate Markov chain to prediction of the gold price in Indonesia is based on the exchange rate of the dollar against the rupiah and gain accuracy of regression models and multivariate Markov chains to the gold price forecast , The results of the gold price predictions using regression models and multivariate Markov chain has a mean absolute percentage error (MAPE) of 10.0738%.
Keyword: *Gold Price, Exchange Rate, Regression Model, Multivariate Markov Chain.*

1. PENDAHULUAN

Emas adalah logam mulia yang mempunyai nilai jual yang sangat tinggi. Emas juga merupakan salah satu jenis investasi yang sangat menjanjikan untuk dijadikan investasi. Dikarenakan dengan investasi emas investor dapat menghasilkan keuntungan yang cukup besar. Disisi lain juga tingkat liquiditas atau mudah diuangkan sangat tinggi dibandingkan investasi lain seperti properti. Naik turunnya harga emas dipengaruhi oleh nilai tukar dollar, apabila dollar menguat maka harga emas akan naik begitu sebaliknya. Sebenarnya bukan harga emasnya yang naik atau turun, akan tetapi naik turunnya harga emas merupakan refleksi dari seberapa banyak uang dollar yang dikeluarkan untuk membeli emas akibat menguat atau melemahnya dollar. Selain dipengaruhi oleh nilai tukar dollar, harga emas juga dipengaruhi oleh peningkatan *supply* didalam mekanisme pasar yang sebenarnya.

Supply yang dimaksud adalah jika permintaan akan emas tinggi dikalangan masyarakat, maka harga emas juga akan naik. Jadi untuk menentukan harga emas agar investor dapat menghasilkan keuntungan seperti yang diharapkan dibutuhkan peramalan atau prediksi. Untuk melakukan prediksi atau peramalan ada beberapa metode yang digunakan, salah satu metode yang sudah pernah digunakan adalah metode *genetic fuzzy system* . Model *genetic fuzzy system* pada literatur lain digunakan untuk mendapatkan parameter terbaik. Selain metode *genetic fuzzy system*, metode algoritma genetika juga sudah banyak digunakan dalam penelitian, seperti prediksi harga emas. Tetapi algoritma genetika ini mempunyai kekurangan, antara lain diperlukan percobaan dengan kombinasi inputan, Pc (peluang penyilangan), Pm (peluang permutasi), ukuran populasi dan generasi lebih banyak untuk mendapatkan hasil yang lebih baik [6]. Untuk ukuran populasi dan generasi yang sedikit metode ini tidak disarankan.

Dalam penelitian ini, penulis menggunakan metode regresi dan rantai markov multivariat. Regresi adalah studi bagaimana variabel *dependen* dipengaruhi oleh satu atau lebih variabel *independen* dengan tujuan untuk mengestimasi atau memprediksi nilai rata-rata variabel *dependen* [5]. Rantai markov multivariat merupakan model yang mampu melibatkan banyak variabel dengan beberapa keadaan atau state. Rantai markov sebagai kovariat pendekatannya didasarkan dengan pengamatan kategori atau diskrit. Analisis rantai markov multivariat adalah salah satu analisis statistika yang digunakan untuk menganalisis banyak data yang terdiri dari banyak peubah bebas [1].

Pentingnya penelitian ini digunakan untuk membentuk model dengan konsep gabungan model regresi dengan rantai markov multivariat untuk menentukan prediksi harga emas di Indonesia berdasarkan nilai tukar dollar terhadap rupiah serta mendapatkan akurasi prediksi yang baik.

2. DASAR TEORI

2.1. Emas

Emas adalah logam mulia yang mempunyai nilai jual atau nilai ekonomi yang sangat tinggi dan merupakan barang yang istimewa. Emas juga bisa dijadikan perhiasan, dimana perhiasaan itu bisa dibentuk sebagai gelang, cincin, kalung, dan lainnya. Di masa sekarang ini emas bukan hanya menunjukkan sebagai perhiasan saja melainkan juga sangat menarik untuk di investasikan.

2.2. Harga Emas Dunia

Harga emas dunia ini mengacu pada pasar internasional yang menjadi rujukan pasar emas global dalam menentukan patokan harga pasar emas hampir setiap negara termasuk Indonesia [3].

2.3. Nilai Tukar atau Kurs

Nilai tukar atau kurs adalah harga mata uang suatu negara relatif terhadap mata uang negara lain. Karena nilai tukar mata uang ini mencakup dua mata uang, maka nilai tukarnya ditentukan oleh sisi penawaran dan permintaan dari kedua mata uang tersebut.

2.4. Model Regresi

Model Regresi adalah alat statistik untuk melihat atau menyelidi hubungan antara dua variabel. Dalam ilmu statistika, model regresi digunakan untuk menganalis hubungan antara dua atau lebih variabel dan model ini salah satu teknik dalam ilmu statistika untuk membangun persamaan bidang serta bisa dilakukan untuk melakukan peramalan atau prediksi. Model regresi pertama kali dikembangkan dan digunakan pada tahun 1877 oleh Sir Prancis Galton. Untuk model prediksi, digunakan prediktor terbaik untuk kesalahan perkiraan. Model yang dipakai adalah model regresi yang terdiri dari lebih satu variabel tidak bebas yang dikenal dengan model regresi berganda [8]. Model dibawah ini merupakan bentuk umum model regresi dengan sejumlah k variabel bebas dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + e_i$$

Dengan Y_i adalah variabel terikat *(dependen)*, X_{1i}, X_{2i} dan X_{ki} adalah variabel bebas *(independen)*, e_i adalah variabel gangguan. Simbol i menunjukkan observasi ke-i untuk data. $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_k$ adalah konstanta dalam model regresi berganda yang disebut koefisien regresi.

2.5. Rantai Markov

Rantai markov dikenalkan oleh tokoh yang bernama Andrei A.Markov ahli matematika dari Rusia yang lahir pada tahun 1856 (Ching dan Ng, 2006). Analisis markov menghasilkan suatu informasi probabilistik yang dapat digunakan untuk membantu pengambilan keputusan, jadi analisis ini bukan optimasi melainkan suatu teknik deskriptif. Analisis markov adalah salah satu bentuk khusus dari model probabilistik yang lebih umum yang disebut dengan proses stokastik [6]. Rantai markov adalah suatu model teoritis yang menjelaskan keadaan sebuah sistem pada suatu tahap tertentu. Model rantai markov dapat memperkirakan perubahan-perubahan pada waktu yang akan datang dalam variabel-variabel pada yang lalu.

Jika $0 < t_1 < t_2 < t_3 < ... < t_k < t$ (k = 1,2,...) menyatakan titik dalam waktu, maka himpunan peubah acak $\{X_{tk}\}$ disebut proses markov jika memenuhi sifat berikut :

$$P\{X_{tk} = x_k \mid X_{tk-1} = x_{k-1}, x_{tk-2} = x_{k-2}, \dots, \quad X_{t0} = x_0\} = P\{Xtk = x_k \mid X_{tk-1} = x_{k-1}\}$$

Hillier dan Liebermen (1995) mengatakan nilai dari peubah X pada saat t pada proses ini dinamakan dengan state.

Untuk menerapkan analisis rantai markov kedalam suatu kasus penelitian, ada beberapa syarat yang harus dipenuhi :

1. Jumlah probabilitas transisi untuk untuk suatu keadaan awal dari sistem sama dengan 1 (satu).
2. Probabilitas-probabilitas tersebut berlaku untuk semua partisipan dalam sistem,
3. Probabilitas transisi konstan sepanjang waktu,
4. Kondisi merupakan kondisi yang independent sepanjang waktu [4].

2.6. Rantai Markov Multivariat

Rantai markov multivariat sebagai kovariat pendekatannya didasarkan dengan pengamatan kategori atau diskrit. Analisis rantai markov multivariat adalah satu analisis statistika yang digunakan untuk menganalisis banyak data yang terdiri banyak peubah bebas.

2.7. Orde Pertama Rantai Markov Multivariat

Orde pertama rantai markov multivariat digunakan untuk beberapa kategori. Dengan asumsi bahwa ada s kategori dan masing-masing memiliki m kondisi *(state)* dan distribusi keadaan ke-j dengan urutan waktu t = r + 1 tergantung pada probabilitas semua keadaan pada waktu t = r. Dalam orde pertama rantai markov multivariat yang diusulkan, hubungan berikut dapat diasumsikan :

$$x_{r+1}^{(j)} = \sum_{k=1}^{s} \lambda_{jk} P^{(jk)} x_r^{(k)}, \text{ untuk } j = 1,2,...,s \text{ dan } r = 0,1,...,s$$

dengan $\lambda_{jk} \geq 0$, $1 \leq j, k \leq s$ dan $\sum_{k=1}^{s} \lambda_{jk} = 1$ untuk j = 1,2,...,s.

$$P^{jk} = \text{Peluang transisi dari j ke k}$$

2.8. Rantai Markov Multivariat Orde Tinggi

Dalam rantai markov multivariat orde tinggi, diasumsikan bahwa distribusi probabilitas keadaan ke-j pada waktu t = r + 1 tergantung distribusi semua keadaan (termasuk dirinya sendiri) pada waktu t = r, r-1,..., R-n+1.Hubungan berikut dapat diasumsikan : $x_{r+1}^{(j)} = \sum_{k=1}^{s}\sum_{h=1}^{n} \lambda_{jk}^{(h)} P_h^{(jk)} x_{r-h+1}^{(k)}$, untuk j = 1,2,...,s, r = n-1,... dengan inisialisai

$x_0^{(k)}, x_1^{(k)}, \dots, x_{n-1}^{(k)}$ (k = 1,2,...s).

2.9. Rantai Markov Multivariat Sebagai Regressor : Estimasi Model

Pada bagian ini dijelaskan cara untuk memprediksi parameter yang difenisikan pada persamaan:

$$Y = X\beta + Z\delta + \varepsilon$$

ψ = (β,δ) dan parameter yang terkait dengan rantai markov multivariat yang dilambangkan dengan η. Misalkan ɵ = (ψ,η) adalah vektor parameter lengkap, B dan D ruang parameter dari ψ = (β,δ) masing-masing. Mengingat dari struktur model, ψ dan η adalah bebas variasi (dilihat Engle et al.(1983). Karena (ψ,η) ϵ B x D, ψ dan η tidak terbatas pada cross, maka untuk setiap nilai spesifik diterima di B untuk ψ, η dapat mengambil nilai di D. Dalam keadaan ini distribusi bersyarat dari $y_t \mid S_t, \mathcal{F}_{t-1}$ tergantung pada ψ saja dan distribusi bersyarat dari $S_t \mid \mathcal{F}_{t-1}$ tergantung pada η saja. Sehingga dapat dituliskan :

$$f(y_1,\ldots,y_n;S_1,\ldots,S_n;\theta) = \prod_{t=1}^{n} f(y_t,S_t \mid \mathcal{F}_{t-1};\theta)$$

$$= \prod_{t=1}^{n} f(y_t \mid S_t,\mathcal{F}_{t-1};\psi) \prod_{t=1}^{n} P(S_t \mid \mathcal{F}_{t-1};\eta)$$

Untuk peluangnya $P(S_t \mid \mathcal{F}_{t-1};\eta) = P(S_{1t},\ldots,S_{st} \mid \mathcal{F}_{t-1};\eta)$ maka dapat ditulis :

$$P(S_{1t},\ldots,S_{st} \mid \mathcal{F}_{t-1};\eta) = P(S_{1t},\ldots,S_{st} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1};\eta)$$

$$= \prod_{j=1}^{s} P(S_{jt} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1};\eta)$$

$$= \prod_{j=1}^{s} P(S_{jt} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1};\eta_j) \qquad \textbf{(1)}$$

Pada persamaan **(1)** η diuraikan menjadi $\eta = (\eta_1,\ldots,\eta_s)$, dengan η_j parameter yang terkait dengan distribusi bersyarat $S_{jt} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1}$. Seperti sebelumnya dengan ψ dan η, parameter vektor $\eta_1,\ldots,\eta_s$ bebas variasi.[2] Dengan demikian diperoleh

$$f(y_1,\ldots,y_n;S_1,\ldots,S_n;\theta) = \prod_{t=1}^{n} f(y_t \mid S_t,\mathcal{F}_{t-1};\psi) \prod_{t=1}^{n}\prod_{j=1}^{s} P(S_{jt} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1};\eta_j)$$

$$= \prod_{t=1}^{n} f(y_t \mid S_t,\mathcal{F}_{t-1};\psi) \prod_{t=1}^{n} P(S_{1t} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1};\eta_1)$$

$$\cdots \prod_{t=1}^{n} P(S_{st} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1};\eta_s)$$

dan log likehood

$$\log f(y_1,\ldots,y_n;S_1,\ldots,S_n;\theta) = \sum_{t=1}^{n} \log f(y_t \mid S_t,\mathcal{F}_{t-1};\psi)$$

$$+ \sum_{t=1}^{n} \log P(S_{1t} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1};\eta_1)$$

$$+ \cdots + \sum_{t=1}^{n} \log P(S_{st} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1};\eta_s) \qquad \textbf{(2)}$$

Dekomposisi ini menunjukkan bahwa parameter dapat di perkirakan secara terpisah, dengan memaksimalkan berbagai ekspresi di persamaan sebelumnya, tanpa menghilangkan konsistensi dan efisiensi. Karena itu, ψ = (β,δ) diperkirakan atau diestimasi. Untuk contoh, menggunakan persamaan $y_t = x_t\beta + z_t\delta + \varepsilon_t$ dan η_j $(j = 1,\ldots,s)$ diestimasi mengambil setiap distribusi bersyarat $S_{jt} \mid S_{1t-1},\ldots,S_{st-1}$, yang akan di jelaskan di bagian berikutnya (lihat contoh persamaan **(4)**).

2.10. Estimasi Parameter Rantai Markov Multivariat

Tujuan dari estimasi ini adalah untuk mengestimasi atau memperkirakan parameter η_j dengan menggunakan maksimum likehood **(2)**. Seperti terbukti dalam bagian sebelumnya, persamaan : $\sum_{t=1}^{n} \log P(S_{jt} \mid S_{t-1}, \dots, S_{t-s}; \eta_j)$

bisa dimaksimalkan secara independen dari suku-suku yang lain yang terkandung dalam fungsi log-likelihood dari persamaan **(2)**. Misalkan $P_j(i_0 \mid i_1, \dots, i_s) \equiv P(S_{jt} = i_0 \mid S_{t-1} = i_1, \dots, S_{t-s} = i_s)$ dengan $j \in \{1,2,\dots,s\}$ dan $i_1, \dots, i_s \in \{1,2,\dots,m\}$. Hal ini diketahui bahwa memodelkan peluang probabilitas ini ketika s dan m relatif besar dan ukuran sampelnya kecil atau moderat adalah tidak layak karena jumlah parameter adalah m^s (m-1). Untuk mengatasi masalah ini Raftery (1985) mengusulkan hipotesis yang menyederhanakan pemodelan rantai markov orde tinggi (HOMC) [2]. Nicolau mengusulkan sebuah persamaan sebagai alternatif, yaitu model MTD-probit :

$$P_j(i_0 \mid i_1, \dots, i_s) = P_j^{\Phi}(i_0 \mid i_1, \dots, i_s) \equiv \frac{\Phi(\eta_{j0} + \eta_{j1} P_{j1}(i_0 \mid i_1) + \dots, \eta_{js} P_{js}(i_0 \mid i_s))}{\sum_{k=1}^{m} \Phi(\eta_{j0} + \eta_{j1} P_{j1}(k \mid i_1) + \dots, \eta_{js} P_{js}(k \mid i_s))} \quad \mathbf{(3)}$$

dengan $\eta_{ji} \in$ R (j=1,...,s;i=1,...,m) dan Φ fungsi distribusi normal standar. Jika S_{jt} adalah variabel *dependen*, maka likelihoodnya adalah

$$\log L = \sum_{i_1 i_2 \dots i_s i_0} n_{i_1 i_2 \dots i_s i_0} \log\left(P_j^{\Phi}(i_0 \mid i_1, \dots, i_s)\right) \quad \mathbf{(4)}$$

dan estimasi maximum likelihood didefenisikan sebagai

$$\hat{\eta}_j = \arg\max_{\eta_{j1}, \dots, \eta_{js}} \log L \quad \mathbf{(5)}$$

Parameter $P_{jk}(i_0 \mid i_k), k = 1, \dots, s$ bisa di estimasi terlebih dahulu, melalui estimator yang konsisten $\hat{P}_{jk}(i_0 \mid i_k) = \frac{n_{i_k i_0}}{\sum_{i_0=1}^{m} n_{i_k i_0}}$ dengan $n_{i_k i_0}$ adalah jumlah transisi dari $S_{k,t-1} = i_1$ ke $S_{jt} = i_0$. Prosedur ini menyederhanakan prosedur estimasi dan tidak mengubah konsistensi MLE $\hat{\eta}_j$ estimator, karena $\hat{P}_{jk}$ adalah estimator yang konsisten dari P_{jk}

3. METODE

Prediksi harga emas berdasarkan nilai tukar dollar terhadap rupiah menggunakan model regresi dan rantai markov multivariat. Model regresi digunakan untuk menaksir parameter β dan δ dengan bantuan software minitab 17, rantai markov multivariat untuk menentukan state atau keadaan, menaksir parameter η_j dan pembentukan peluang $P(S_{jt+1} = i_0 \mid S_{1t}, \dots, S_{st})$. Setelah parameter η_j diperoleh kemudian dihitung peluang $P(S_{jt+1} = i_0 \mid S_{1t}, \dots, S_{st})$. Setelah semua paramater parameter diperoleh lalu dilakukan prediksi dengan model yang sudah dibentuk $S_{1,t+1} = 8.081.261 + 563{,}9 S_{2,t+1} - 2.804 P(S_{1,t+1} = 1 \mid S_{1t} = i_1, S_{2t} = i_2) + 637.142 P(S_{2,t+1} = 1 \mid S_{1t} = i_1, S_{2t} = i_2)$.

4. PEMBAHASAN

Dalam penelitian tugas akhir ini penulis menggunakan dua data, yaitu: data harga emas dan nilai tukar dollar pada tahun 2010 – 2014. Nilai harga emas dinotasikan "S_1" dan Nilai tukar dollar dinotasikan "S_2". Dalam pergerakan harga emas dan nilai tukar dollar masing-masing mempunyai dua kondisi atau *state*, yaitu: nilai harga emas naik dan nilai harga emas turun, nilai tukar dollar naik dan nilai tukar turun.

4.1 Rantai Markov Multivariat

$$S_{1t} = \begin{cases} 1, \text{Pergerakan harga emas naik} \\ 2, \text{Pergerakan harga emas turun} \end{cases}$$

$$S_{2t} = \begin{cases} 1, \text{Pergerakan harga nilai tukar dollar naik} \\ 2, \text{Pergerakan harga nilai tukar dollar turun} \end{cases}$$

Setelah pergerakan harga emas dan nilai tukar diperoleh. Kemudian dilakukan pembentukan data fungsi indikator berdasarkan data pergerakan harga emas dan pergerakan nilai tukar dollar dengan merujuk ke persamaan berikut :

[illegible] $= \ell_{\{S_{[illegible]} = [illegible]\}}$ **(6)**

Z_{11} = fungsi indikator pergerakan harga emas pada saat naik
Z_{12} = fungsi indikator pergerakan harga emas pada saat turun
Z_{21} = fungsi indikator pergerakan harga nilai tukar pada saat naik
Z_{22} = fungsi indikator pergerakan harga nilai tukar pada saat turun

Cara membentuk fungsi indikatornya merujuk ke persamaan **(6)** sebagai berikut :

$$Z_{ijt} = \ell_{\{S_{it}=j\}}$$

ℓ adalah fungsi indikator nilainya 1 atau 0 jika $S_{it} \begin{cases} = j & 1 \\ \neq j & 0 \end{cases}$

$$Z_{11t} = \ell\{S_{1t} = 1\} = \begin{cases} 0 \text{ Jika } S_{1t}=2 \\ 1 \text{ Jika } S_{1t}=1 \end{cases}$$
$$Z_{12t} = \ell\{S_{1t} = 2\} = \begin{cases} 0 \text{ Jika } S_{1t}=1 \\ 1 \text{ Jika } S_{1t}=2 \end{cases}$$
$$Z_{21t} = \ell\{S_{2t} = 1\} = \begin{cases} 0 \text{ Jika } S_{2t}=2 \\ 1 \text{ Jika } S_{2t}=1 \end{cases}$$
$$Z_{22t} = \ell\{S_{2t} = 2\} = \begin{cases} 0 \text{ Jika } S_{2t}=1 \\ 1 \text{ Jika } S_{2t}=2 \end{cases}$$

Jadi data pergerakan harga emas, data pergerakan nilai tukar dollar, dan data fungsi indikator sudah diperoleh. Dengan hasil sebagai berikut :

Periode (Minggu)	S_1	S_2	Z_{11}	Z_{12}	Z_{21}	Z_{22}
1	2	2	0	1	0	1
2	2	1	0	1	1	0
3	2	1	0	1	1	0
4	1	1	1	0	1	0
5	2	1	0	1	1	0
6	1	2	1	0	0	1
7	2	2	0	1	0	1
8	1	2	1	0	0	1
9	2	2	0	1	0	1
10	2	2	0	1	0	1
11	2	2	0	1	0	1
12	1	2	1	0	0	1
13	1	2	1	0	0	1
14	2	2	0	1	0	1
15	1	2	1	0	0	1
16	1	1	1	0	1	0
17	1	1	1	0	1	0
18	1	2	1	0	0	1
19	1	1	1	0	1	0
20	2	2	0	1	0	1
21	1	1	1	0	1	0
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
225	1	1	1	0	1	0
226	2	2	0	1	0	1

Periode (Minggu)	S_1	S_2	Z_{11}	Z_{12}	Z_{21}	Z_{22}
228	1	1	1	0	1	0
229	2	1	0	1	1	0
230	2	1	0	1	1	0
231	2	1	0	1	1	0
232	2	1	0	1	1	0
233	1	1	1	0	1	0
234	1	1	1	0	1	0
235	1	2	1	0	0	1
236	2	2	0	1	0	1
237	2	1	0	1	1	0
238	2	1	0	1	1	0
239	1	1	1	0	1	0
240	1	2	1	0	0	1
241	1	1	1	0	1	0
242	1	1	1	0	1	0
243	1	1	1	0	1	0

Tabel 1 Data Pergerakan Harga Emas dan Nilai Tukar Dollar, serta Fungsi Indikator

4.2 Metode Regresi Linier berganda

Pada regresi linier berganda digunakan untuk mengestimasi atau menentukan nilai parameter $\beta_0, \beta_1, \delta_{11}, \delta_{21}$. Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter tersebut adalah *ordinary least square* (ols) dengan bantuan minitab 17 statistical software. Nilai parameter regresi ini nantinya yang akan digunakan dari model yang sudah dibentuk.

Setelah dilakukan pengolahan data menggunakan minitab 17 statistical software, maka diperoleh parameter atau koefisien regresi sebagai berikut :

$$\beta_0 = 8.081.261$$
$$\beta_1 = 563{,}9$$
$$\delta_{11} = -2804$$
$$\delta_{21} = 637.142$$

Keterangan :

β_0 = konstanta

β_1 = Koefisien dari data nilai tukar dollar
δ_{11} = koefisien dari data fungsi indikator harga emas pada saat naik
δ_{21} = koefisien dari data fungsi indikator harga nilai tukar pada saat naik

Setelah koefisien regresi didapatkan, selanjutnya mencari atau mengestimasi parameter $\hat{\eta}$ dengan cara $\hat{\eta} =$ [illegible] $\log L$ dengan log L adalah $\log L = \sum_{[illegible]} [illegible] \log(P^{\phi} = ([illegible]_0 | [illegible]_1, \ldots, [illegible]))$ untuk menghitung log L terlebih dahulu harus dideskripsikan peluang $(P^{\phi} = ([illegible]_0 | [illegible]_1, \ldots, [illegible]))$ yang terkandung didalam persamaan log L tersebut. Peluang $(P^{\phi} = ([illegible]_0 | [illegible]_1, \ldots, [illegible])) = \frac{\phi(\eta_{[illegible]} + \eta_{[illegible]} [illegible]([illegible]_0 | [illegible]_1) + \ldots, \eta [illegible] ([illegible]_0 | [illegible]))}{\sum \phi(\eta_{[illegible]} + \eta_{[illegible]} [illegible]([illegible]_1) + \ldots, \eta [illegible]([illegible]))}$. Didalam peluang $(P^{\phi} =$

$(X_0|X_1,\ldots,X_n))$ terdapat peluang $p_{ij}(i_0|i_1)=\frac{n_{i_1 i_0}}{\sum_{i_0=1}^{m} n_{i_1 i_0}}$ dengan $n_{i_1 i_0}$ jumlah transisi dari $X_{n-1}=i_1$ ke $X_n=i_0$.

Berikut hasil peluang dari $p_{ij}(i_0|i_1)=\frac{n_{i_1 i_0}}{\sum_{i_0=1}^{m} n_{i_1 i_0}}$:

$$p_{11}(1|1)=0{,}590551 \quad , p_{22}(1|1)=0{,}695946$$

$$
\begin{aligned}
p_{11}(2|2) &= 0{,}53913 &\quad ,p_{22}(2|2) &= 0{,}510638\\
p_{11}(2|1) &= 0{,}409449 &\quad ,p_{22}(2|1) &= 0{,}304054\\
p_{11}(1|2) &= 0{,}46087 &\quad ,p_{22}(1|2) &= 0{,}489362\\
p_{21}(1|1) &= 0{,}551181 &\quad ,p_{12}(1|1) &= 0{,}52027\\
p_{21}(2|2) &= 0{,}313043 &\quad ,p_{12}(2|2) &= 0{,}457447\\
p_{21}(2|1) &= 0{,}448819 &\quad ,p_{12}(2|1) &= 0{,}47973\\
p_{21}(1|2) &= 0{,}686957 &\quad ,p_{12}(1|2) &= 0{,}542553
\end{aligned}
$$

Jadi untuk mendapatkan nilai parameter $\hat{\eta}$ digunakan metode gradient ascent, dengan memaksimumkan fungsi log L menggunakan tools maple 17 sebagai alat bantu. Berikut hasil parameter $\hat{\eta}$:

$$
\begin{aligned}
\eta_{10} &= 0{,}9999998557\\
\eta_{11} &= 0{,}08000127106\\
\eta_{12} &= 0{,}01000017198
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\eta_{20} &= 0{,}9999997325\\
\eta_{21} &= 0{,}08000219880\\
\eta_{22} &= 0{,}01000152269
\end{aligned}
$$

Dari estimasi $\hat{\eta}$, maka didapat nilai dari masing-masing parameter. Setelah di didapat kan parameter $\hat{\eta}$, kemudian menghitung peluang $P(S_{t+1} = j | s_1, \dots, s_n)$ merujuk dari referensi yang di gunakan peluang $P(S_{t+1} = j | s_1, \dots, s_n)$ sama dengan peluang $p_i(j_0 | j_1, \dots, j_n) \equiv P(S_{it} = j_0 | S_{1,t-1} = j_1, \dots, S_{n,t-1} = j_n)$ sama-sama mempunyai satu lag (ukuran langkah). Dengan demikian peluang yang dihitung adalah $p_i(j_0 | j_1, \dots, j_n) = p_i^{\phi}(j_0 | j_1, \dots, j_n) \equiv \frac{\phi(\eta_{i0} + \eta_{i1} p_{i1}(j_0|j_1) + \dots, \eta_{in} p_{in}(j_0|j_n))}{\sum_{k=1}^{m} \phi(\eta_{i0} + \eta_{i1} p_{i1}(k|j_1) + \dots, \eta_{in} p_{in}(k|j_n))}$. setelah melakukan perhitungan menggunakan maple 17, maka dididapat hasil peluang dari $p_i(j_0 | j_1, \dots, j_n) = p_i^{\phi}(j_0 | j_1, \dots, j_n) \equiv \frac{\phi(\eta_{i0} + \eta_{i1} p_{i1}(j_0|j_1) + \dots, \eta_{in} p_{in}(j_0|j_n))}{\sum_{k=1}^{m} \phi(\eta_{i0} + \eta_{i1} p_{i1}(k|j_1) + \dots, \eta_{in} p_{in}(k|j_n))}$ sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
p_1^{\phi}(1|1,1) &= 0{,}50101\\
p_1^{\phi}(1|1,2) &= 0{,}50104\\
p_1^{\phi}(1|2,1) &= 0{,}49960\\
p_1^{\phi}(1|2,2) &= 0{,}49963\\
p_1^{\phi}(2|1,1) &= 0{,}49899\\
p_1^{\phi}(2|1,2) &= 0{,}49896\\
p_1^{\phi}(2|2,1) &= 0{,}50112\\
p_1^{\phi}(2|2,2) &= 0{,}50037
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p_2^{\phi}(1|1,1) &= 0{,}50147\\
p_2^{\phi}(1|1,2) &= 0{,}50042\\
p_2^{\phi}(1|2,1) &= 0{,}50397\\
p_2^{\phi}(1|2,2) &= 0{,}50183\\
p_2^{\phi}(2|1,1) &= 0{,}49744\\
p_2^{\phi}(2|1,2) &= 0{,}49958\\
p_2^{\phi}(2|2,1) &= 0{,}49603\\
p_2^{\phi}(2|2,2) &= 0{,}49817
\end{aligned}
$$

Tahap selajutnya, setelah mendapatkan semua parameter yang dibutuhkan untuk membangun model. Maka model yang dibentuk dapat digunakan untuk melakukan peramalan atau prediksi. Berikut model yang diperoleh:

$$\hat{S}_{1,t+1} = 8.081.261 + 563{,}9\hat{S}_{2,t+1} - 2.804P(S_{1,t+1} = 1 | S_{1t} = s_1, S_{2t} = s_2) + 637.142P(S_{2,t+1} = 1 | S_{1t} = s_1, S_{2t} = s_2) \tag{7}$$

4.3 Hasil Prediksi dari Penelitian Menggunakan Regresi dan Rantai Markov Multivariat

Hasil Prediksi menggunakan model regresi dan rantai markov multivariat adalah grafik antara data aktual dengan data hasil prediksi dan errornya sebagai berikut :

Tabel 2 Perbandingan Data Aktual dan Data Prediksi serta erornya

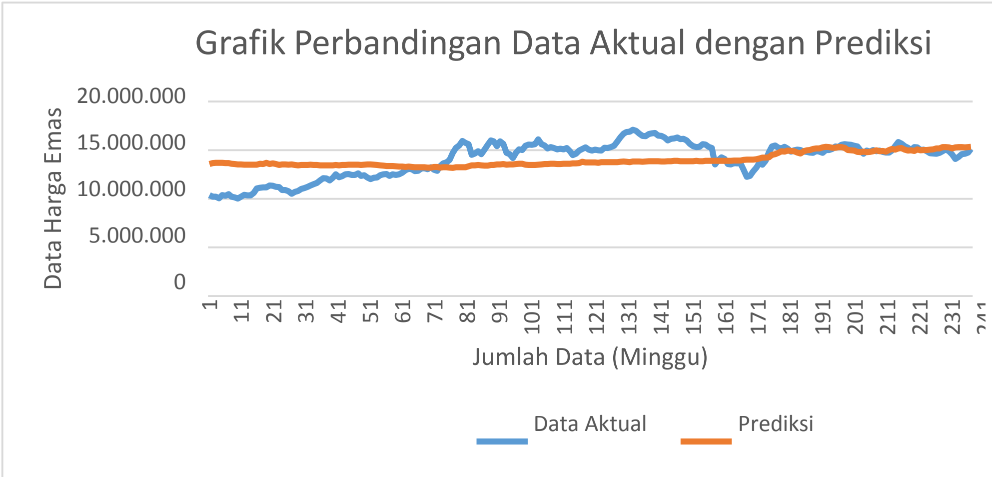
Jumlah Data (Minggu)	Data Aktual (S_1)	Data Prediksi ($\hat{S}_{1,t}$)	$\left\lvert\frac{S_{1,t}-\hat{S}_{1,t}}{S_{1,t}}\right\rvert$
1	10455592,6		
2	10449500,75		
3	10363610,5	13555421,11	0,307982
4	10203614,05	13663759,9	0,33911
5	10215769,8	13697949,65	0,340863
6	10057054,8	13686178,98	0,360854
7	10378705,75	13695065,9	0,319535
8	10310166,3	13655023,94	0,324423
9	10475083,1	13655456,1	0,303613
10	10197650	13612700,37	0,334886
11	10127433,55	13571805,23	0,340103
12	10012152,6	13539848,71	0,352341
13	10220563,05	13539360,66	0,324718
14	10403603,9	13507475,16	0,298346
15	10337533,3	13488543,29	0,304813
16	10347178,85	13489665,88	0,303705
17	10606867,4	13486845,04	0,27152
18	11073274,1	13496334,08	0,218821
19	11117729,75	13594014,4	0,222733
....	....	....	....
....	....	....	....
205	15582220,3	15004604,77	0,037069
206	15530522,95	14980212,78	0,035434
207	15426081,6	14930162,29	0,032148
208	15385198,3	14804049,09	0,037773
209	14962098,7	14786030,14	0,011768
210	14606377,75	14847733,09	0,016524
211	14940909,5	14772681,63	0,01126
212	14837410,3	14821269,86	0,001088
213	15010007,5	14870919,48	0,009266
214	14872893,55	14967054,48	0,006331
215	14961752,2	14890622,01	0,004754
216	14821580,65	14919706,59	0,00662
217	14757811,1	14840799,33	0,005623
218	14755690,3	14997621,15	0,016396
219	14958435,65	15104948,66	0,009795

Jumlah Data (Minggu)	Data Aktual (S_1)	Data Prediksi ($\hat{S}_{1,t}$)	$\left\lvert\frac{S_{1,t} - \hat{S}_{1,t}}{S_{1,t}}\right\rvert$
221	15840771,8	15160628,36	0,042936
222	15661136,85	15209971,83	0,028808
223	15399345,85	15059133,57	0,022093
224	15230054,35	14930693,83	0,019656
225	15015982,75	14982242,83	0,002247
226	15321209,95	14929286,03	0,02558
227	15263635,6	15066240,85	0,012932
228	15019032,05	14976590,76	0,002826
229	15061423,75	15003084,72	0,003873
230	14877498,3	15007502,22	0,008738
231	14682238,3	15041867,98	0,024494
232	14643020,1	15078893,78	0,029767
233	14616081,5	15175502,02	0,038274
234	14700595,4	15185240,28	0,032968
235	14896793,1	15301896,1	0,027194
236	15074081,2	15292060,59	0,014461
237	14891247,1	15266345,03	0,025189
238	14544459,4	15163280,79	0,042547
239	14076973,7	15275715,04	0,085156
240	14297010,4	15293618,24	0,069707
241	14595742,85	15323049,75	0,04983
242	14611748,65	15276616,71	0,045502
243	14758408,65	15314090,27	0,037652
244	15111029,25	15355970,65	0,016209

Tabel 2 Data Perbandingan Antara Data Aktual dengan Prediksi dan Error.

Tabel 2 Data perbandingan antara data aktual dengan prediksi dan diperoleh MAPE sebesar 10,0738%.

Dibawah ini merupakan grafik perbandingan data aktual dengan prediksi:



Gambar 1 Perbandingan Data Aktual dengan Prediksi

Grafik hasil prediksi dari model gabungan regresi dan rantai markov multivariat, didapat perhitungan MAPE sebesar 10,0738%.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan tentang " Prediksi Harga Emas di Indonesia Berdasarkan Nilai Tukar Dollar Terhadap Rupiah dengan Menggunakan Regresi dan Rantai Markov Multivariat, maka dapat di ambil kesimpulan:

1. Dapat diperoleh model yang dibentuk dari gabungan model regresi dan rantai markov multivariat, yaitu:
   $\hat{S}_{1,t+1} = 8.081.261 + 563,9\hat{S}_{2,t+1} - 2.804P(X_{1,t+1} = 1 | X_{1,t} = i_1, X_{2,t} = i_2) + 637.142P(X_{2,t+1} = 1 | X_{1,t} = i_1, X_{2,t} = i_2)$
   dengan i_1, i_2=1,2 yang digunakan untuk memprediksi harga emas berdasarkan nilai tukar dollar terhadap rupiah.
2. Berdasarkan hasil pengujian dengan model regresi linier berganda dan rantai markov multivariat yang dilakukan terhadap data harga emas memiliki *mean absolute percentage error* (MAPE) sebesar 10,0738%.

6. SARAN

Dari hasil pengerjaan metode regresi linier berganda dan rantai markov multivariat jika dibandingkan dengan regresi linear biasa untuk prediksi periode masa yang akan datang. Hasilnya sedikit lebih akurat regresi linear berganda dan rantai markov multivariat. Berdasarkan tingkat kesalahan (MAPE) yaitu : 10,0738% dan 10,1% tetapi tidak terlalu signifikan, Untuk proses pengerjaan nya lebih efisien regresi linier biasa.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Munir, R. (1995). Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan. Bandung: ITB Bandung.

[2] Nicolau, J, D. (2014). Combining Regression Model With a Multivariat Markov. Statistics and Probability Letters, 108-113.

[3] Faizal Noor, Henry. (2014). Investasi, Pengelolaan Keuangan, dan Pengembangan Ekonomi

[4] "Repository Universitas Sumatera Utara : Rantai Markov, " [Online]. Available : repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/14101/1/09E02676.pdf

[5] Ching,W.,dkk, (2008). High-order multivariate markov chain and their applications. Linear algebra and its

applications, 492-507.

[6] Hamonangan, Rizki. Prediksi Harga Emas dengan Metode Genetik Fuzzy system. Telkom University. Bandung.

[7] Yusuf, Muhammad. Pengaruh Inflasi, Kurs Dollar dan Suku Bunga Terhadap Harga Emas Di Indonesia. Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta.