

ANALISIS PENGARUH KESTABILAN LYAPUNOV PADA SISTEM KONTROL KECEPATAN PUTAR MOTOR DC

ANALYSIS OF LYAPUNOV STABILITY IN DC MOTOR ANGULAR VELOCITY CONTROL SYSTEM

Fani Putri Utami¹, Dudi Darmawan², Reza Fauzi Iskandar³

^{1,2,3}Prodi S1 Teknik Fisika, Fakultas Teknik Elektro, Universitas Telkom

¹faniputriutami95@gmail.com, ²dudidw@gmail.com, ³rezafauzii@gmail.com

Abstrak

Pada sistem kecepatan putar motor dc, salah satu masalah ketidakstabilan sistem yaitu adanya lonjakan respon yang mengakibatkan sistem tidak stabil. Ketidakstabilan tersebut akan mengakibatkan respon sistem menjadi lambat. Oleh karena itu diperlukan suatu sistem pengendali yang dapat membuat sistem lebih stabil. Pada penelitian ini dilakukan analisis pengaruh kestabilan Lyapunov pada sistem kontrol kecepatan putar motor dc. Sistem pengendali yang digunakan pada penelitian ini yaitu sistem pengendali PID dengan metode *tuning* kontrol Lyapunov. Didalam metode *tuning* Lyapunov terdapat 4 proses yaitu pemodelan sistem, fungsi transfer, desain PID-Lyapunov, dan analisis kestabilan Lyapunov. Dari hasil design PID-Lyapunov didapatkan nilai K_p , K_i , dan K_d . Nilai K_p yang didapatkan yaitu 0.87. Rentang nilai K_i yang didapatkan yaitu 0-0.047. Sedangkan nilai K_d yang didapatkan yaitu 0.035. Dengan metode *tuning* Lyapunov diperoleh ratio osilasi sebesar 22.12%. Dari hasil rasio osilasi tersebut, maka metode *tuning* Lyapunov menghasilkan respon sistem yang lebih stabil.

Kata Kunci : kontrol PID, kestabilan Lyapunov, sistem kontrol kecepatan putar motor dc.

Abstract

Speed of rotation in dc motor has a significant problem that is spurt response that make the system not stable. Instability of system will make it slow. Therefore we need a control system that can make the system more stable. In this research, analysis of Lyapunov stability in dc motor angular velocity control system. The control system used in this research is PID control system with Lyapunov tuning method. In Lyapunov tuning method there are 4 processes: system modeling, transfer function, PID-Lyapunov design, and analysis of Lyapunov stability. From result of design of PID-Lyapunov got value of K_p , K_i , and K_d . The value of K_p obtained is 0.87. The range of K_i values obtained is 0-0.047. While the value of K_d obtained is 0.035. Lyapunov tuning method obtained oscillation ratio of 22.12%. From the results of the oscillation ratio, the Lyapunov tuning method produces a more stable system response.

Keywords : PID control, Lyapunov stability, dc motor angular velocity control system.

1. Pendahuluan

Sistem kontrol merupakan suatu proses untuk mengendalikan suatu sistem dengan memanipulasi sinyal kesalahan sehingga nilai dari respon sistem sama dengan set point. Salah satu aplikasi dari sistem kontrol adalah pada pengendalian kecepatan putar motor dc. Pada sistem kecepatan putar motor dc, salah satu masalah ketidakstabilan sistem yaitu adanya lonjakan respon yang mengakibatkan sistem tidak stabil [1] [2]. Ketidakstabilan ini akan mengakibatkan respon sistem menjadi lambat. Oleh karena itu diperlukan suatu sistem pengendali yang dapat membuat sistem lebih stabil.

Dalam teori stabilitas, salah satu tipe kestabilan adalah kestabilan asimtotik. Kestabilan asimtotik yaitu pada saat waktu (t) menjadi tak berhingga maka semua state pada sistem tersebut sudah menuju ke titik kesetimbangan, namun apabila ada gangguan yang mengakibatkan pergeseran, dengan berjalannya waktu semua state pada sistem akan bergerak kembali menuju kesetimbangan [3].

Didalam tugas akhir analisis pengaruh kestabilan Lyapunov pada sistem kontrol kecepatan putar motor dc, tipe kestabilan yang akan digunakan yaitu kestabilan asimtotik dengan metoda *tuning* kontrol Lyapunov. Kelebihan dari metoda Lyapunov dibandingkan dengan metoda lainnya adalah pada proses *tuning* nilai P , I , dan D tidak hanya melakukan pendekatan terhadap fungsi transfer tetapi dilakukan pula analisis kestabilan Lyapunov [4]. Selain itu, metoda Lyapunov juga dapat digunakan untuk menentukan desain kontrol pada sistem non linier. Dengan menggunakan analisis kestabilan Lyapunov, sifat non linier dari sistem tidak akan diabaikan dan akan dianggap sebagai ketidakpastian [5]. Apabila didapatkan satu fungsi kandidat yang memenuhi syarat maka sistem itu dapat dikatakan stabil secara asimtotik. Diharapkan dengan analisis kestabilan Lyapunov sistem akan stabil secara asimtotik, nilai error kecil, dan respon tunak yang cepat.

2. Dasar Teori

2.1 Kontrol PID

Kontrol PID merupakan metode kontrol yang sering digunakan di industri yaitu dalam bidang instrumentasi. Kontrol PID (Proporsional, Integral, Derivatif) terdiri dari tiga jenis kompoen penyusunnya yaitu proporsional, integral, dan derivatif. Ketiga komponen penyusun tersebut dapat digunakan bersamaan ataupun berdiri sendiri sesuai dengan respon yang diinginkan pada suatu plan, dimana masing-masing memiliki kelebihan dan kekurangan [6]. Berikut akan dijelaskan kelebihan dan kekurangan dari kontrol proporsional, integral, dan derivative.

2.1.1 Kontrol Proporsional

Kontrol proporsional menggunakan nilai K_p sebagai nilai penguatan, dimana karakteristik dari controller ini yaitu meningkatkan *overshoot*, mengurangi *error steady state*, tidak menghilangkan *offset* [7]. Kontrol proporsional dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) \quad (2.1)$$

2.1.2 Kontrol Integral

Kontrol integral digunakan untuk menghilangkan nilai *offset* yang biasanya dihasilkan oleh kontrol proportional. Namun pemilihan nilai K_i yang tidak tepat dapat menyebabkan ketidak stabilan sistem. Jika pemilihan nilai K_i terlalu tinggi maka akan menyebabkan nilai keluaran akan berosilasi [6]. Penambahan kontrol integral ini juga akan membuat respon dari sistem menjadi lambat. Oleh sebab itu maka dalam implementasinya kontrol integral dikombinasikan dengan kontrol proportional [7]. Untuk kontrol integral dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$u(t) = K_i \int e(t) dt \quad (2.2)$$

2.1.3 Kontrol Derivatif

Kontrol derivatif memiliki keunggulan yaitu dapat merespon perubahan error aktuator dan dapat menghasilkan koreksi yang signifikan sebelum magnitude dari error aktuatornya menjadi sangat besar. Seakan-akan kontrol derivatif ini mampu memprediksi error yang akan terjadi sebagai efek dari perhitungan error yang sebelumnya. Karena kontrol derivatif ini bekerja berdasarkan laju perubahan error aktuatornya dan bukan pada error aktuator itu sendiri maka kontrol derivative ini tidak dapat berdiri sendiri. Kontrol derivatif biasanya dikombinasikan dengan kontrol proportional atau dengan kontrol proportional dengan integral [6]. Hubungan kontrol derivative dengan sinyal *error* dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.3)$$

Pada pengaplikasiannya masing-masing kontrol baik P,I,D dapat bekerja sendiri-sendiri ataupun bersamaan. Dalam perancangan sistem PID yang harus dilakukan adalah mengatur nilai K_p , K_i , dan K_d supaya tanggapan sinyal output sistem terhadap input tertentu sesuai dengan yang diinginkan [5]. Persamaan untuk kontrol PID adalah sebagai berikut:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.4)$$

2.2 Tuning Kontrol Lyapunov

Dalam kontrol PID terdapat beberapa metode untuk *tuning* kontrol diantaranya *Rootlocus*, *Ziegler-Nichols* dan *Lyapunov*. *Tuning* kontrol lyapunov merupakan salah satu metode untuk penentuan parameter kontroler PID dengan cara memodelkan sistem dan pendekatan pada fungsi transfer. Pada tuning kontrol *lyapunov* beberapa komponen dalam plant sangat diperhatikan serta dibatasi oleh stabilitas dari gangguan dan ketidakpastian. *Tuning* kontrol yang digunakan pada pengontrolan kecepatan putar motor dc dalam tugas akhir yaitu metode *tuning* kontrol *lyapunov*.

2.2.1 Pemodelan Sistem

Dalam kontrol rpm untuk sistem dinamis seperti motor dc, sistem dapat dimodelkan dalam persamaan diferensial orde satu [4].

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$x_2 = -a_1(t)x_1 - a_2(t)x_2 + b(t)u(t) - F(t) \quad (2.5)$$

Dimana X_1 adalah variabel keadaan rpm sebagai output, X_2 adalah variabel kecepatan, U adalah masukan kontrol PID yang akan dirancang, $F(t)$ adalah gangguan dari luar, dan $a_1(t)$, $a_2(t)$, dan $b(t)$ adalah parameter nominal yang diperoleh dari fungsi transfer.

2.2.2 Kontrol PID dengan Lyapunov

Untuk mengatur output dari plant ke referensi x_R , tipe standar dari kontrol PID menjadi:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \int e(t)dt + K_d \cdot \dot{e}(t) \quad (2.6)$$

Dimana $e(t)$ adalah error dan $\dot{e}(t)$ adalah turunan atau laju error. Keduanya didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} e(t) &= x_R - x_1 \\ \dot{e}(t) &= -\dot{x}_1 = -x_2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

X_R didefinisikan sebagai nilai setpoint yang diinginkan untuk output rpm. Jika kontrol PID bekerja dengan keuntungan yang stabil, nilai steady state untuk integral dalam kontrol PID dapat diperoleh:

$$\begin{aligned} U &= K_i \int_0^t e(t) \\ \int_0^t e(t) &= \frac{a_1(t_s)x_1 + F(t_s)}{b(t_s)K_i} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dimana t_s adalah waktu saat sistem mencapai keadaan tunak. Nilai steady state untuk integral nantinya akan dipakai untuk analisis stabilitas selanjutnya. Dengan kontrol PID, loop tertutup untuk sistem pengendalian rpm yaitu:

$$\dot{x}_2 = -a_1(t)x_1 - a_2(t)x_2 + b(t)U - F(t)$$

$$\dot{x}_2 = -a_1(t)x_1 - a_2(t)x_2 + b(t)(K_p(x_R - x_1) + K_i \int_0^t (x_R - x_1) + K_d(-x_2)) - F(t)$$

$$\dot{x}_2 = -(a_1^0(t) - b^0(t)(K_p + K_i t))x_1 - (a_2^0(t) + b^0(t)K_d)x_2 + b^0(t)x_R(K_p + K_i t) - F(t) \quad (2.9)$$

Output dari fungsi transfer dengan referensi dan jumlah gangguan dapat diperoleh sebagai:

$$x_1 = \frac{b^0(K_p s + K_i)}{\Lambda(s)} x_R(s) - \frac{1}{\Lambda(s)} D(s) \quad (2.10)$$

$\Lambda(s)$ merupakan persamaan karakteristik dari sistem close loop. $\Lambda(s)$ diperoleh sebagai berikut:

$$\Lambda(s) = s^3 + (a_2^0 + b^0 K_p)s^2 + (a_1^0 + b^0 K_p)s + b^0 K_i \quad (2.11)$$

Secara umum, PID sistem kecepatan putar dirancang dengan menggunakan fungsi transfer dari motor dc. Dimana sistem kontrol yang dipakai yaitu sistem *close loop*. Gangguan yang terdapat dalam sistem dapat berpengaruh pada *output*. Untuk meminimalisir *output* yang tidak sesuai maka dapat dilakukan dengan menganalisis kestabilan sistem kontrol PID pada motor dc dengan *Lyapunov*.

2.2.3 Analisis Kestabilan Lyapunov

Untuk menganalisis stabilitas sistem kontrol PID pada motor dc, pertama fungsi lyapunov dapat dilihat pada persamaan berikut :

$$V = \frac{1}{2} X^T \cdot X \quad (2.12)$$

$$X^T = [e_0 \quad e \quad \dot{e}] \quad \text{dan} \quad X = \begin{bmatrix} e_0 \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix}$$

Dimana e_0 didefinisikan sebagai error dari integral dengan kondisi steady state, dengan persamaannya sebagai berikut :

$$e_0 = I_s - \int_0^t e(t) dt \quad (2.13)$$

Turunan terhadap waktu dari persamaan (2.12) dengan menyatukan persamaan (2.5), (2.6), dan (2.7) :

$$\dot{V} = -e_0 \dot{e} + e \dot{e} + \dot{e} \ddot{e}$$

$$\dot{V} = -e_0 \dot{e} - (a_1^0 - 1 + b^0 K_p) \dot{e} e - (a_2^0 + b^0 K_d) \dot{e} \dot{e} + b^0 K_i e_0 \dot{e} - b^0 K_i I_s \dot{e} + (a_1^0 x_R + D) \dot{e}$$

$$\dot{V} = -X^T \cdot Q \cdot X + D \quad (2.14)$$

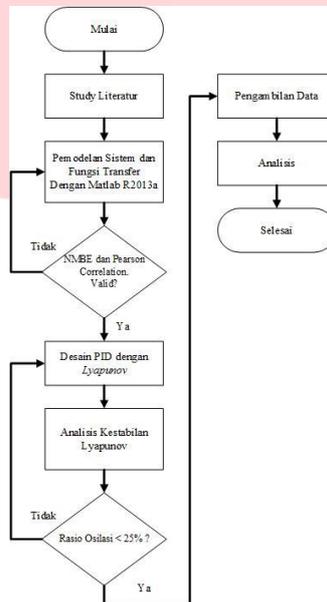
Proses terpenting dalam aplikasi fungsi Lyapunov untuk menganalisis kestabilan sistem kecepatan putar adalah penentuan daerah kestabilan. Daerah kestabilan adalah daerah tempat kedudukan variabel keadaan yang menjangka sistem dalam kondisi stabil. Daerah kestabilan fungsi Lyapunov dinyatakan dalam persamaan:

$$\dot{V}(x) < 0 \quad (2.15)$$

Persamaan (2.15) menyatakan bahwa suatu titik dalam ruang keadaan dinyatakan stabil apabila nilai fungsi lyapunov lebih kecil dari nol.

3. Metodologi

Penelitian tugas akhir ini terdiri dari empat proses utama, yaitu pemodelan sistem, fungsi transfer, desain PID dengan *Lyapunov*, dan analisis kestabilan *Lyapunov*. Langkah-langkah dalam penelitian tugas akhir dapat dilihat pada gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram alir penelitian

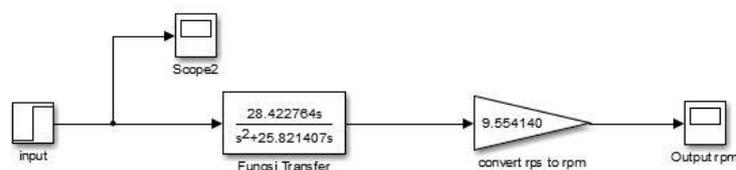
Langkah penelitian yang dilakukan adalah :

1. Studi literatur dilakukan dengan pencarian dan pengkajian teori yang terkait dengan kestabilan Lyapunov, mengumpulkan data dan spesifikasi dari motor dc, pencarian dan pengkajian teori terkait sistem kontrol pada motor dc, serta pencarian dan pengkajian teori terkait kendali PID dengan Lyapunov. Teori-teori didapatkan melalui jurnal, buku, dan internet.
2. Pemodelan sistem dilakukan dengan memodelkan sistem pada alat yang telah ada untuk mendapatkan fungsi transfer. Fungsi transfer dilakukan untuk mengetahui relasi antara masukan terhadap keluaran dari sistem. Fungsi transfer didapatkan dari aktuator motor dc dan beban.
3. Dalam langkah ini dilakukan desain PID untuk mendapatkan nilai K_p , K_i , dan K_d dengan metode tuning Lyapunov.
4. Setelah desain PID selesai dirancang maka akan dilakukan analisis kestabilan lyapunov. Untuk menganalisis kestabilan diperlukan penentuan daerah kestabilan, dimana daerah kestabilan lyapunov yaitu $V(x) < 0$.
5. Pengambilan data pada alat dengan nilai K_p , K_i dan K_d yang telah sesuai.
6. Dilakukan analisis terhadap hasil pengambilan data.

4. Pembahasan

4.1 Hasil Pemodelan Sistem

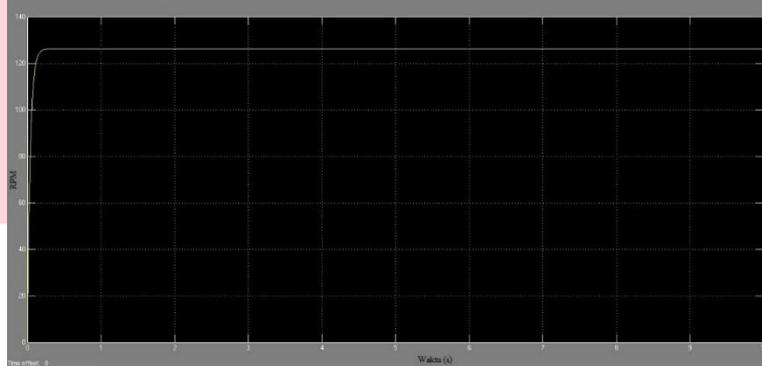
Sistem kecepatan putar yang telah ada perlu dilakukan pemodelan sistem dengan menggunakan software Simulink Matlab R2013. Blok sistem pemodelan kecepatan putar ditunjukkan pada gambar 4.1.



Gambar 4.1 Blok sistem pemodelan kecepatan putar.

Ketika blok sistem selesai didesain, kemudian simulasi dilakukan dengan memasukkan parameter-parameter yang sesuai yaitu torsi, konstanta torsi, massa beban, momen inersi, dan konstanta tegangan. Simulasi dilakukan dengan memvariasikan tegangan *input* sesuai dengan eksperimen. Dari hasil simulasi maka dapat diketahui nilai $a_1(t)$, $a_2(t)$, dan $b(t)$, grafik dari respon rpm terhadap waktu, dan data *output* rpm dari simulasi.

Data *output* rpm dari simulasi kemudian dibandingkan dengan data *output* rpm dari eksperimen. Dari dua data yang dibandingkan tersebut terdapat error sebesar 4.364%. Gambar 4.2 menunjukkan grafik dari respon rpm terhadap waktu dengan tegangan input 12 Volt menunjukkan bahwa sistem merupakan orde satu.

Gambar 4.2 Grafik dari respon rpm terhadap waktu dengan tegangan *input* 12 Volt.

4.2 Hasil Fungsi Transfer

Dari hasil pemodelan sistem maka didapatkan fungsi transfer dari aktuator motor dc dan beban. Fungsi transfer yang didapatkan sama dengan yang telah dibahas pada bab sebelumnya. Berikut fungsi transfer yang didapatkan dari hasil pemodelan sistem.

Kirchhoff's Voltage Law :

$$R_a I_a(t) + L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + V_b(t) = E_a(t)$$

$$V_b = K_b s \theta_m(s)$$

Torsi yang dihasilkan oleh motor berbanding lurus dengan arus.

$$T_m(s) = K_t I_a(s)$$

Sehingga,

$$R_a \frac{T_m(s)}{K_t} + L_a s \frac{T_m(s)}{K_t} + K_b s \theta_m(s) = E_a(s)$$

$$\left\{ \left(\frac{R_a + L_a s}{K_t} \right) (J_m s^2) + K_b s \right\} \theta_m(s) = E_a(s)$$

Dimana $L_a \ll \ll \ll$

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{\frac{K_t}{R_a} J_m}{s \left(s + \frac{K_b K_t}{R_a J_m} \right)}$$

$$\frac{\omega_m(s)}{E_a(s)} = \frac{\frac{K_t}{R_a} J_m s}{s \left(s + \frac{K_b K_t}{R_a J_m} \right)}$$

$$\frac{\omega_m(s)}{E_a(s)} = \frac{28.422764s}{s^2 + 25.821407s}$$

Dalam fungsi transfer diatas terdapat beberapa parameter penyusun yaitu torsi, konstanta torsi, massa beban, momen inersi, dan konstanta tegangan. Torsi dan kecepatan sudut yang terukur ketika alat diberi tegangan 12V adalah 4.726 Nm dan 126.2 rpm. Dari nilai kecepatan sudut dan torsi maka didapatkan nilai

$$K_b = \frac{e_a}{\omega_m} = 0.9084763 \text{ dan nilai } \frac{K_t}{R_a} = \frac{T_{stall}}{e_a} = 0.3933 \frac{Nm}{V}.$$

Massa beban yang terukur sebesar 1.280 kilogram, dari nilai massa beban maka akan didapatkan nilai momen inersia. Untuk mengetahui nilai momen inersia J_m maka digunakan persamaan berikut:

$$J_m = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 1.280(0.15)^2 = 0.0138375 \text{kgm}^2$$

Fungsi transfer yang telah didapatkan perlu dilakukan proses validasi. Untuk menentukan fungsi transfer tersebut dapat direalisasikan atau tidak, terdapat dua parameter yang berpengaruh yaitu *Normalized Mean Bias Error* (NMBE) dan *Pearson Correlation*.

Parameter yang pertama adalah menentukan nilai *Normalized Mean Bias Error* (NMBE). *Normalized Mean Bias Error* ini merupakan perhitungan untuk mengetahui rata-rata kesalahan antara data simulasi dengan data eksperimen. Dari NMBE ini didapatkan nilai error antara data simulasi dengan eksperimen sebesar 1.65%.

Parameter yang kedua yaitu menentukan nilai *Pearson Correlation*. *Pearson Correlation* digunakan untuk mengetahui tingkat korelasi antara data simulasi dengan data eksperimen. Dari *Pearson Correlation* ini didapatkan nilai tingkat korelasi antara data simulasi dengan eksperimen sebesar 2.50. Dua parameter diatas telah terpenuhi dimana nilai NMBE yang didapatkan kurang dari 5% dan nilai *Pearson Correlation* yang didapatkan lebih dari nol, maka fungsi transfer diatas sudah tervalidasi dan dapat direalisasikan dalam tahap selanjutnya.

4.3 Hasil Desain PID-Lyapunov

Setelah didapatkan data dari pemodelan dan fungsi transfer, kemudian dilakukan desain PID dengan metode lyapunov. Dari desain PID dengan metode lyapunov didapatkan nilai K_p , K_i , dan K_d . Nilai K_p , K_i , dan K_d didapatkan melalui perhitungan determinan dari nilai eigen dan matrik Q_i . Adapun perhitungan dari determinan nilai eigen dan matrik Q_i :

- Untuk Q_1

$$\det|\lambda - Q_1| = 0$$

$$\lambda^3 - (a_2^0 + b^0 K_d) \lambda^2 - \left[\frac{(b^0 K_i)^2}{4} + \frac{(a_1^0 - 1 + b^0 K_p)^2}{4} - 2 \right] \lambda + (b^0 K_i) \frac{(a_1^0 - 1 + b^0 K_p)}{4} - 2(a_2^0 + b^0 K_d) = 0 \quad (4.1)$$

- Untuk Q_2

$$\det|\lambda - Q_2| = 0$$

$$\lambda^3 - (a_2^0 + b^0 K_d) \lambda^2 - \left[-4(b^0 K_i)^2 + (a_1^0 - 1 + b^0 K_p)^2 + 1 \right] \frac{1}{4} \lambda + \frac{(a_2^0 + b^0 K_d)}{4} = 0 \quad (4.2)$$

- Untuk Q_3

$$\det|\lambda - Q_3| = 0$$

$$\lambda^3 - (a_2^0 + b^0 K_d) \lambda^2 + \left[(b^0 K_i)^2 + (a_1^0 - 1 + b^0 K_p)^2 + 2 \right] \lambda - 2(b^0 K_i)(a_1^0 - 1 + b^0 K_p) - 2(a_2^0 + b^0 K_d) = 0 \quad (4.3)$$

Dari hasil perhitungan determinan nilai eigen dan matrik Q_i , maka didapatkan persamaan matematis yaitu persamaan 4.1, 4.2, dan 4.3. Persamaan matematis 4.1, 4.2, dan 4.3 kemudian dieliminasi sehingga didapatkan perhitungan untuk nilai K_p , K_i , dan K_d . Berikut persamaan matematis untuk menghitung nilai K_p , K_i , dan K_d :

$$K_p = \frac{1 - a_1^0}{b^0}$$

$$K_i = \sqrt{\frac{9}{(b^0)^2}}$$

$$K_d = \frac{-a_2^0}{b^0}$$

Nilai $a_1(t) = 25.821407$, $a_2(t) = 1$, dan $b(t) = 28.422764$ didapatkan dari hasil pemodelan sistem. Nilai K_p yang didapatkan dari desain PID-Lyapunov yaitu 0.87. Rentang nilai K_i yang didapatkan yaitu 0 - 0.047. Sedangkan nilai K_d yang didapatkan yaitu 0.035.

4.4 Hasil Analisis Kestabilan Lyapunov

Dalam analisis kestabilan lyapunov, matriks definite positif Q_i harus merupakan matriks non singular (tidak tunggal). Syarat dari matriks non singular (tidak tunggal) yaitu nilai determinan matriks Q_i untuk $i = 1, 2, \text{ dan } 3$

bernilai $\neq 0$. Dalam pembahasan 4.3 telah dijelaskan bentuk matriks Q_i . Nilai a_1^0 , a_2^0 , dan b^0 diperoleh dari pemodelan sistem dan nilai K_p , K_i , dan K_d yang diperoleh dari desain PID-Lyapunov akan digunakan untuk menghitung determinan matriks Q_i . Hasil dari determinan matriks Q_i untuk Q_1 , Q_2 , dan Q_3 yaitu 1.72259, -2.17966, dan 1.90848. Dari hasil tersebut maka matriks Q_i merupakan matriks non singular (tidak tunggal).

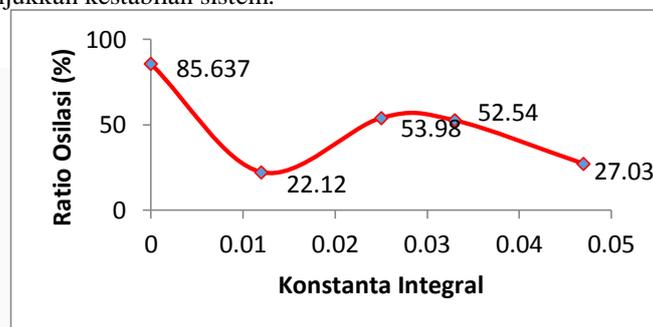
Setelah didapatkan nilai matriks untuk Q_1 , Q_2 , dan Q_3 , kemudian dilakukan analisis kestabilan Lyapunov dengan fungsi Lyapunov untuk menentukan daerah kestabilannya. Untuk pembahasan fungsi Lyapunov telah dijelaskan pada pembahasan sebelumnya yaitu pada bab 3. Daerah kestabilan sistem rpm berada pada rentang batas stabil yaitu -599.79825 sampai dengan -678.84551. Dan untuk daerah tidak stabil berada pada rentang batas 758.94802 sampai dengan 775.302.

4.5 Hasil Pengambilan Data

Pengujian alat dilakukan dengan memberikan *input* nilai K_p , K_i , dan K_d sesuai dengan nilai yang telah didapatkan. Pada pengukuran yang dilakukan, terdapat satu parameter untuk menentukan kestabilan dari suatu sistem kontrol kecepatan putar motor dc yaitu parameter statis. Parameter statis merupakan besar rasio osilasi (osilasi/output rpm rata-rata) yang terjadi ketika nilai setpoint sistem telah tercapai. Semakin kecil rasio osilasinya, maka sistem akan lebih stabil.

4.5.1 Pengambilan Data dengan PID-Lyapunov

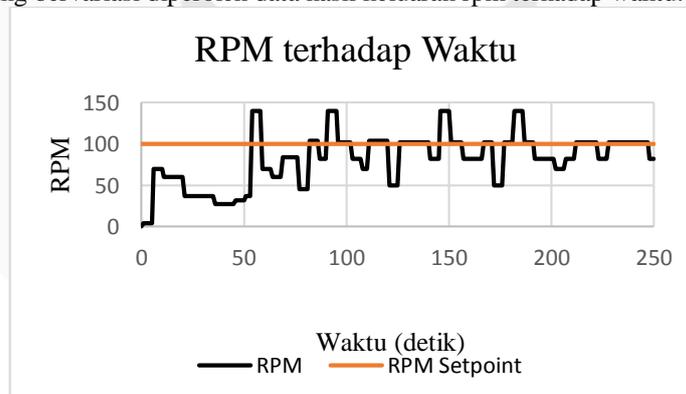
Dari hasil desain PID-Lyapunov didapatkan nilai $K_p=0.87$, $K_i=0 - 0.047$, dan $K_d=0.035$. Nilai K_i yang diperoleh memiliki rentang 0-0.047, sehingga dilakukan pengukuran untuk nilai K_i yang berbeda sesuai dengan rentang K_i yang telah diperoleh. Dari nilai K_p , K_d , dan rentang nilai K_i tersebut diperoleh data hasil keluaran rpm terhadap waktu. Dari data hasil keluaran rpm dengan nilai K_p , K_d , dan K_i yang diberikan dilakukan perhitungan rasio osilasi untuk menunjukkan kestabilan sistem.



Gambar 4.3 Grafik K_i terhadap Ratio Osilasi

Gambar 4.3 menunjukkan grafik nilai K_i terhadap ratio osilasi. Grafik ini diperoleh dari hasil perhitungan ratio osilasi untuk setiap data pengukuran dengan nilai K_i yang bervariasi yaitu 0, 0.012, 0.025, 0.033, dan 0.047. Semakin kecil ratio osilasi maka semakin stabil sistem, begitupun sebaliknya semakin besar ratio osilasi maka sistem tersebut semakin jauh dari stabil. Grafik pada gambar 4.3 menunjukkan ratio osilasi terbesar 85.637 % pada saat nilai $K_i = 0$ dan ratio osilasi terkecil yaitu 22.12 % pada saat nilai K_i yang diberikan 0.012. Sehingga nilai K_i yang digunakan untuk sistem kontrol kecepatan putar motor DC adalah 0.012.

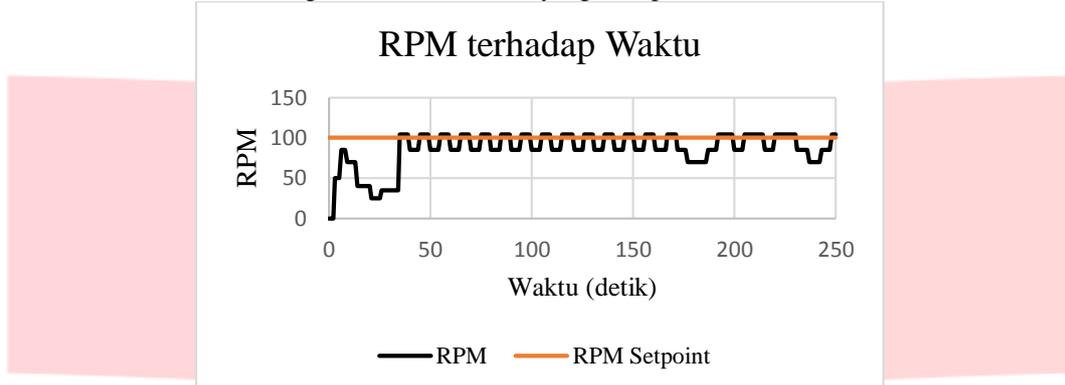
Pengujian alat dilakukan dengan memberikan nilai K_p dan K_d yang sama yaitu 0.87 dan 0.035 dengan memberikan nilai K_i yang bervariasi diperoleh data hasil keluaran rpm terhadap waktu.



Gambar 4.4 Hasil Keluaran RPM dengan PID-Lyapunov ($K_i=0$)

Gambar 4.4 menunjukkan hasil keluaran rpm terhadap waktu dengan nilai $K_p = 0.87$, $K_i = 0$, dan $K_d = 0.035$. Untuk garis yang berwarna hitam pada grafik menunjukkan keluaran rpm dari sistem kontrol kecepatan

putar motor dc sedangkan garis yang berwarna orange menunjukkan setpoint yang ditentukan untuk sistem. Dari gambar 4.4 dapat dilihat grafik respon sistem dari metode tuning Lyapunov dengan nilai $K_i = 0$ menghasilkan rasio osilasi sebesar 85.637%. Dengan hasil rasio osilasi yang cukup besar maka sistem belum stabil.

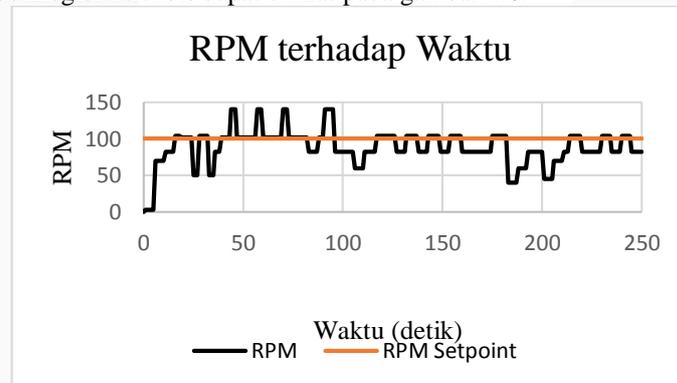


Gambar 4.5 Hasil Keluaran RPM dengan PID-Lyapunov ($K_i=0.012$)

Gambar 4.5 menunjukkan hasil keluaran rpm terhadap waktu dengan nilai $K_p = 0.87$, $K_i = 0.012$, dan $K_d = 0.035$. Untuk garis yang berwarna hitam pada grafik menunjukkan keluaran rpm dari sistem kontrol kecepatan putar motor dc sedangkan garis yang berwarna orange menunjukkan setpoint yang ditentukan untuk sistem. Dari gambar 4.5 dapat dilihat grafik respon sistem dari metode tuning Lyapunov dengan nilai $K_i = 0.012$ menghasilkan rasio osilasi sebesar 22.12%. Dengan hasil rasio osilasi yang cukup kecil maka sistem sudah stabil namun ada sedikit fluktuasi.

4.5.2 Pengambilan Data dengan Ziegler Nichols

Dari metode Ziegler-Nichols didapatkan nilai $K_p = 1.236$, $K_i = 0.11$, dan $K_d = 3.448$. Untuk hasil keluaran rpm dari metode Ziegler-Nichols dapat dilihat pada gambar 4.6.



Gambar 4.6 Hasil Keluaran RPM dengan PID-Ziegler Nichols

Pada gambar 4.6, garis yang berwarna hitam pada grafik menunjukkan keluaran rpm dari sistem kontrol kecepatan putar motor dc sedangkan garis yang berwarna orange menunjukkan setpoint yang ditentukan untuk sistem. Dari gambar 4.3 dapat dilihat grafik respon sistem dari metode tuning Ziegler-Nichols dengan nilai $K_p = 1.236$, $K_i = 0.11$, dan $K_d = 3.448$ menghasilkan rasio osilasi sebesar 65.34%. Dengan hasil rasio osilasi yang cukup besar maka sistem belum stabil.

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan analisa dari penelitian yang telah dilakukan, dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Dengan metode *Lyapunov* didapatkan konstanta PID yaitu nilai $K_p = 0.87$, $K_i = 0$ sampai 0.047, dan $K_d = 0.035$. Nilai PID yang didapatkan kemudian dilakukan analisis kestabilan lyapunov. Dari analisis kestabilan lyapunov didapatkan rentang daerah kestabilan yaitu -599.79825 sampai dengan -678.84551 dan rentang daerah tidak stabil yaitu 758.94802 sampai dengan 775.302.
2. Hasil pengujian yang dilakukan dengan menggunakan nilai $K_p=0.87$, $K_i=0.012$, dan $K_d=0.035$ diperoleh ratio osilasi sebesar 22.12%.
3. Hasil pengujian menggunakan metode Lyapunov dengan nilai $K_p=0.87$, $K_i=0.012$, dan $K_d=0.035$ memiliki ratio osilasi 22.12%, sedangkan menggunakan metode Ziegler Nichols dengan nilai $K_p = 1.236$, $K_i = 0.11$, dan $K_d = 3.448$ memiliki ratio osilasi 65.34%. Sehingga metode Lyapunov menghasilkan respon sistem yang lebih stabil.

4. Hasil rasio osilasi yang didapatkan dari metode tuning Lyapunov tidak mempertimbangkan faktor gangguan (*disturbance*).

6. Daftar Pustaka

- [1] V. N. Febrianto, "Aplikasi Kontrol PID untuk Pengaturan Putaran Motor DC pada Alat Pengerpes Adonan Roti (Screw Conveyor)," *Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Brawijaya*, 2014.
- [2] P. Felix, T. and O. Finaldi, "Sistem Kendali Hybrid PID-Logika Fuzzy pada Pengaturan Kecepatan Motor DC," *Jurusan Teknik Elektro Universitas Kristen Petra*, 2000.
- [3] H. Khalil, "Nonlinear Systems, 3rd ed.," *Prentice Hall, NJ: Upper Saddle River*, 2002.
- [4] J. Hoon Lee, "A New PID Controller with Lyapunov Stability for Regulation Servo System," *Jurnal IKEEE*, vol. 13, no. 1. Dept of Control and Instrumentation Engineering. Gyeongsang National University.
- [5] Nabila, "Desain Kontrol untuk Pengaturan Posisi pada Motor DC Shunt Menggunakan Analisis Kestabilan Positif Real," *Jurusan Teknik Elektro ITS Surabaya*, 2011.
- [6] M. P. Darfyma, "Kendali Kecepatan dan Posisi Automated Guide Vehicle Menggunakan Fuzzy Logic dan PID Control," Bandung:, Universitas Telkom, 2016.
- [7] I. Amanda , "Kendali Kecepatan Mobil Listrik menggunakan Dua Motor Listrik dengan Fuzzy-PID," Bandung, Universitas Telkom, 2012.
- [8] W. A. Fitriansyah and S. , "Analisis Penalaan Kontrol PID pada Simulasi Kendali Kecepatan Putaran Motor DC Berbeban Menggunakan Metode Heuristik," *Jurnal ITENAS*, vol. 1, no. 2, 2013.
- [9] Kontruksi Motor DC, [Online]. Available: <https://okanandaferry.wordpress.com>. [Accessed 10 November 2016].
- [10] A. Rifdatul Hisan, Perancangan dan Realisasi Sistem Manajemen Termal Baterai Lithium ION Menggunakan Metode Pendinginan Semi-Pasif, Bandung: Universitas Telkom, 2016.
- [11] Z. Jamal, "Implementasi Kendali PID Penalaan Ziegler-Nichols Menggunakan Mikrokontroler," *Jurnal Informatika*, vol. 15, pp. 81-88, 2015.
- [12] Ogata, Katsuhiko. 2004. "System Dynamics". New Jersey:Pearson Prentice Hall.