

Pemodelan dan Simulasi Kebangkrutan Perusahaan Asuransi dengan Waktu Kedatangan Klaim Berdistribusi Pareto

Laode Muhammad Ali Al-Qomar¹, Deni Saepudin², Aniq Atiqi Rohmawati³

^{1,2,3}Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Bandung

¹alialqomar@students.telkomuniversity.ac.id, ²denisaepudin@telkomuniversity.ac.id,

³aniqatiqi@telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Dalam Tugas Akhir ini dibahas tentang pemodelan dan simulasi peluang kebangkrutan perusahaan asuransi, saat menanggung klaim dari pelanggan. Frekuensi klaim diasumsikan berdistribusi Poisson dan ukuran klaim diasumsikan berdistribusi Pareto. Perusahaan asuransi memiliki dana untuk membayar klaim yang diperoleh dari akumulasi cadangan dana awal, dan pendapatan perusahaan asuransi dari pembayaran premi oleh pelanggan asuransi. Jika cadangan dana perusahaan asuransi pada waktu ke- t lebih kecil atau sama dengan 0, maka perusahaan asuransi mengalami kebangkrutan. Oleh karena itu akan dianalisis nilai premi tepat yang harus dibayar oleh pelanggan asuransi. Semakin besar jumlah premi yang dibayar, maka semakin besar cadangan dana perusahaan asuransi pada waktu ke- t untuk menanggung klaim berikutnya. Dalam hal menghitung cadangan dana perusahaan asuransi, maka dilakukan simulasi dengan asumsi cadangan dana sebesar Rp 10.000.000.000 dan rate premi sebesar Rp 3000 sampai Rp 4100. Berdasarkan hasil pengujian, maka analisis yang diperoleh yaitu dengan premi Rp.4100, maka peluang bangkrut perusahaan asuransi adalah 0 dengan rata-rata cadangan dana akhir yaitu Rp.67.668.738.046. Sedangkan dengan menggunakan distribusi Eksponensial hasil diperoleh jika premi Rp.3900 per hari, maka peluang bangkrutnya 0, tetapi nilai rata-rata cadangan dana akhirnya masih lebih kecil dibandingkan dengan distribusi Pareto, dengan keuntungan perusahaan asuransi yaitu Rp28.842.181.773 dengan perbandingan nilai premi yang sama.

Kata kunci : Peluang Kebangkrutan, Distribusi Pareto, Distribusi Poisson, Premi

Abstract

In this final project discussed about modeling and simulation of bankruptcy opportunity of insurance company, when bear the claim from customer. The claim frequency is assumed to be Poisson distributed and the claim size is assumed to be Pareto distributed. The insurer has the funds to pay claims earned from the accumulated reserves of the initial fund, and the insurance company's income from premium payments by insurance customers. If the insurance company's fund reserves at time t is less or equal to 0, then the insurance company went bankrupt. Therefore it will be analyzed the exact premium value to be paid by insurance customers. The larger the premium paid, the greater the insurance company's reserve at the time t to bear the next claim. In terms of calculating the insurance company's fund reserves, a simulation is performed with the assumption of a fund reserve of Rp 10,000,000,000 and premium rate of Rp 3000 to Rp 4100. Based on the test results, the analysis obtained is a premium of Rp.4100, then the chance of bankruptcy insurance company is 0 with an average reserve fund of Rp.67.668.738.046. While using Exponential distribution of the results obtained if the premium Rp.3900 per day, then the chances of bankruptcy 0, but the average value of fund reserves ultimately still smaller than the Pareto distribution, with insurance company profit is Rp28.842.181.773 with the ratio of premium value the same one.

Keywords: Bankruptcy Probability, Pareto Distribution, Poisson Distribution, Premiums.

1. Pendahuluan

Latar Belakang

Dalam hal mengantisipasi resiko pengeluaran biaya yang besar ketika terjadi sakit atau kecelakaan, sebagian masyarakat menggunakan layanan asuransi. Dalam sistem asuransi, pelanggan mempunyai kewajiban untuk membayar premi sesuai polis yang telah disepakati dan pelanggan juga mempunyai hak atas klaim yang diajukan agar dibayar sesuai kesepakatan bersama. Perusahaan asuransi memperoleh pendapatan dari premi yang dibayarkan oleh pelanggan asuransi. Namun, jika dalam suatu perusahaan asuransi, peserta yang mengikuti program asuransi tersebut dalam satu waktu mengajukan klaim secara bersamaan, maka perusahaan tersebut akan mengalami kerugian yang sangat besar atau bisa dikatakan bahwa perusahaan asuransi tersebut mengalami kebangkrutan. Dikatakan mengalami kebangkrutan apabila jumlah dana yang dikeluarkan oleh perusahaan asuransi melebihi cadangan dana yang dimiliki oleh perusahaan asuransi tersebut. Pada Tugas Akhir ini digunakan pendekatan model Ali Deven Sezer (2010) untuk menghitung dana perusahaan pada waktu ke- t . Perbedaan model yang digunakan hanya pada proses pendapatan perusahaan yang diperoleh dari premi dikalikan dengan jumlah

peserta yang mengajukan klaim pada waktu ke- t . Sehingga model yang akan digunakan untuk simulasi peluang kebangkrutan adalah:

$$S_t = S_{(t-1)} + (c \times j) - \sum_{i=1}^{N_t} X_i, \quad (1.1)$$

S_t adalah dana perusahaan pada waktu ke- t , c merupakan premi yang diperoleh secara kontinu dengan laju pertumbuhan konstan per satuan waktu, t yaitu waktu, N_t adalah banyaknya klaim yang terjadi pada selang waktu 0 dan t , X_i yaitu ukuran klaim ke- i . Perusahaan asuransi dinyatakan bangkrut apabila dana perusahaan asuransi pada waktu ke t lebih kecil atau sama dengan nol.

Topik dan Batasannya

Dalam Tugas Akhir ini topik dan batasannya yaitu bagaimana mensimulasikan model peluang kebangkrutan perusahaan asuransi pada waktu ke- t , dengan pemasukan perusahaan yang diperoleh dari premi dan pengeluaran perusahaan yang diperoleh dari akumulasi klaim, dan bagaimana menentukan dan menganalisa nilai premi yang harus dibayar pelanggan untuk meminimumkan peluang kebangkrutan serta bagaimana menentukan dan menganalisa proporsi untung perusahaan asuransi. Batasannya yaitu cadangan dana perusahaan asuransi Rp.10.000.000.000 dan dengan jumlah pelangan asuransi 219917. Serta membandingkan dengan hasil jika ukuran klaim diasumsikan berdistribusi Eksponensial.

Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam Tugas Akhir ini yaitu melakukan simulasi nilai premi yang harus dibayar pelanggan dengan peluang kebangkrutan dan melakukan simulasi dari model peluang kebangkrutan perusahaan asuransi pada waktu ke- t , dengan pemasukan perusahaan yang diperoleh dari premi pelanggan dan pengeluaran perusahaan yang diperoleh dari akumulasi klaim, serta melakukan analisis proporsi untung perusahaan asuransi. Data yang digunakan yaitu data klaim asuransi sebanyak 965480 yang merupakan banyaknya klaim yang masuk selama satu tahun. Kemudian dari data klaim tersebut dapat diambil informasi ukuran klaim (X_i) yang ditanggung oleh perusahaan asuransi, dan banyaknya klaim yang masuk per hari (N_t), sehingga diketahui banyaknya klaim yang harus ditanggung oleh perusahaan selama 365 hari atau selama satu tahun. Serta membandingkan hasil antara ukuran klaim berdistribusi Pareto, dengan hasil jika ukuran klaim diasumsikan berdistribusi Eksponensial.

2. Studi Terkait

Percobaan Poisson adalah banyaknya hasil selama selang waktu atau daerah tertentu yang menghasilkan peubah acak X yang bernilai numerik. Panjang selang waktu boleh semenit, sehari, sebulan, atau bahkan setahun. Banyaknya hasil X pada suatu percobaan Poisson disebut suatu peubah acak Poisson dan distribusi peluangnya disebut distribusi Poisson. Proses Poisson adalah proses menghitung (*counting process*) untuk kejadian yang terjadi hingga suatu waktu. Proses Poisson sering disebut juga dengan proses lompatan (*jump process*) karena keadaan akan berpindah ke yang lebih tinggi setiap kali kejadian terjadi. Suatu peubah acak X dikatakan sebagai peubah acak Poisson dengan parameter λ jika, untuk $\lambda > 0$, memiliki fungsi peluang :

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}; k = 0, 1, \dots \quad (2.1)$$

X_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots$, dan $\lambda = \text{mean poisson}$. Jika $N_{(t)}$ adalah banyaknya klaim yang terjadi dalam interval waktu $[0, t]$, $N_{(t)}$ diasumsikan sebagai peubah acak diskrit sebanyak $N_{(t)}$ yang saling bebas dan identik, sehingga menurut definisi proses menghitung $N_{(t)}$ adalah *counting process*. Proses menghitung $N_{(t)}$ harus memenuhi :

1. $N_{(t)} \geq 0$
2. $N_{(t)}$ bernilai bilangan bulat (*integer*)
3. Jika $t_1 \leq t_2$ maka $N_{t(1)} \leq N_{t(2)}$
4. Untuk $t_1 \leq t_2$ maka $N_{t(2)} - N_{t(1)}$ sama dengan banyaknya peristiwa yang terjadi pada interval $(t_1, t_2]$

Untuk ukuran klaim asuransi diasumsikan berdistribusi Pareto, dimana Probability Density Function (PDF) Pareto yaitu :

$$f(x) = \frac{\alpha/\beta}{(1+x/\beta)^{1+\alpha}}, x > 0 \quad (2.2)$$

Dimana α merupakan parameter bentuk dan β merupakan parameter skala. Mean Pareto yaitu:

$$E(X) = \frac{\beta}{\alpha-1} \quad (2.3)$$

Polis asuransi adalah surat perjanjian antara pihak yang menjadi peserta asuransi dengan perusahaan asuransi. Unsur-unsur yang harus ada dalam polis adalah:

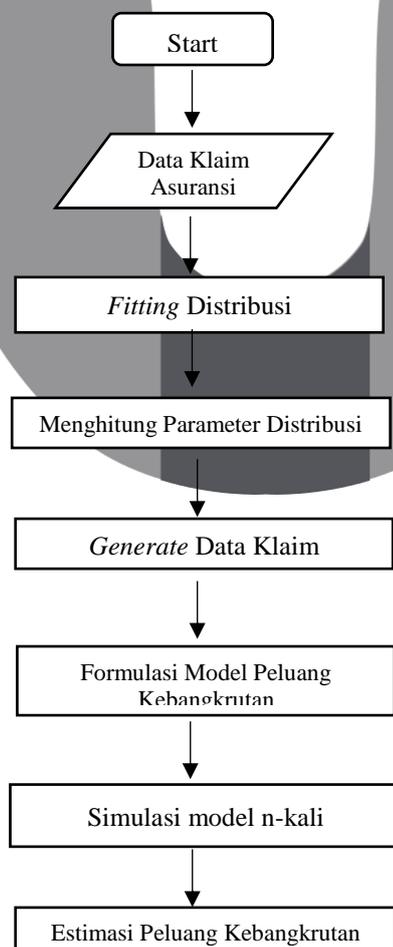
1. Deklarasi, memuat data yang berkaitan dengan peserta seperti nama, alamat, jenis dan lokasi objek asuransi, tanggal dan jangka waktu penutupan, perhitungan dan besarnya premi serta informasi lain yang diperlukan.
2. Perjanjian asuransi, memuat pernyataan perusahaan asuransi menyatakan kesanggupannya mengganti kerugian atas objek asuransi apabila terjadi kerusakan.
3. Persyaratan polis, memuat kondisi objek, batas waktu pembayaran premi, permintaan pembatalan polis, prosedur pengajuan klaim, asuransi ganda, subrogasi.

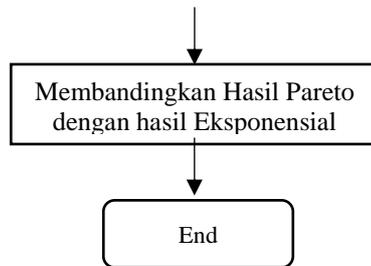
3. Sistem yang Dibangun

Pada bagian ini, perancangan sistem pada simulasi peluang kebangkrutan perusahaan asuransi yaitu yang pertama, akan digunakan data klaim asuransi untuk mengetahui hasil fitting distribusi pada data klaim tersebut. Fitting distribusi atau uji kesesuaian distribusi pada data klaim asuransi, yaitu terhadap ukuran klaim dan terhadap banyaknya klaim yang terjadi pada selang waktu 0 sampai t (N_t). Tujuan fitting distribusi ini adalah untuk menentukan apakah ukuran klaim dan banyaknya klaim yang masuk per hari sesuai dengan indikator yang diperoleh dari suatu distribusi yang telah diasumsikan sebelumnya.

Dari hasil fitting distribusi, selanjutnya akan dihitung parameter sesuai dengan asumsi distribusi Pareto pada ukuran klaim, dan distribusi Poisson pada banyaknya klaim yang masuk per hari (N_t). Setelah itu dilakukan generate ukuran klaim yang berdistribusi Pareto dan frekuensi klaim yang berdistribusi Poisson sesuai dengan parameter yang telah diketahui. Kemudian akan dilakukan simulasi model n-kali terhadap model peluang kebangkrutan yang telah dibuat.

Setelah dilakukan simulasi n-kali akan diestimasi peluang kebangkrutan perusahaan asuransi dari berdasarkan model yang telah dibuat. Serta membandingkan dengan hasil jika ukuran klaim diasumsikan berdistribusi Eksponensial.





Gambar 3. 1 Flowchart Simulasi Peluang Kebangkrutan

4. Evaluasi

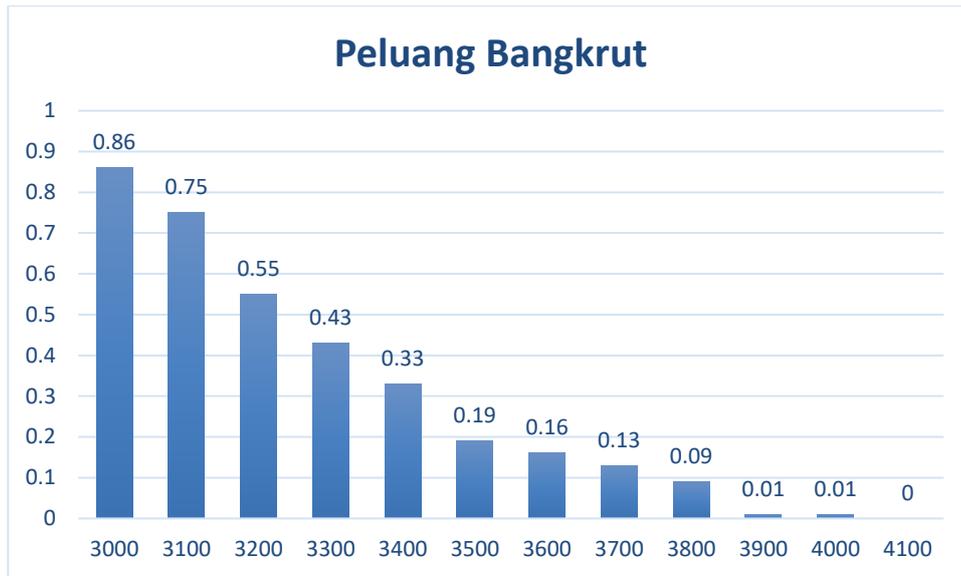
4.1 Hasil Pengujian

Data yang digunakan untuk simulasi peluang kebangkrutan adalah data perusahaan asuransi Z pada bulan Januari sampai bulan Desember 2014 yang berisi data klaim asuransi, cadangan dana awal perusahaan, dan *rate* premi yang akan dibayar oleh pelanggan. Data klaim asuransi sebanyak 965480 merupakan banyaknya klaim yang masuk selama satu tahun. Kemudian dari data klaim tersebut dapat diambil informasi ukuran klaim (X_i) yang ditanggung oleh perusahaan dan banyaknya klaim yang masuk per hari (N_t), sehingga diketahui banyaknya klaim yang harus ditanggung oleh perusahaan selama 365 hari atau selama satu tahun. Berikut ini, hasil pengujian yang diperoleh dengan cadangan dana Rp.10.000.000.000.

Tabel 4.1 Hasil Pengujian

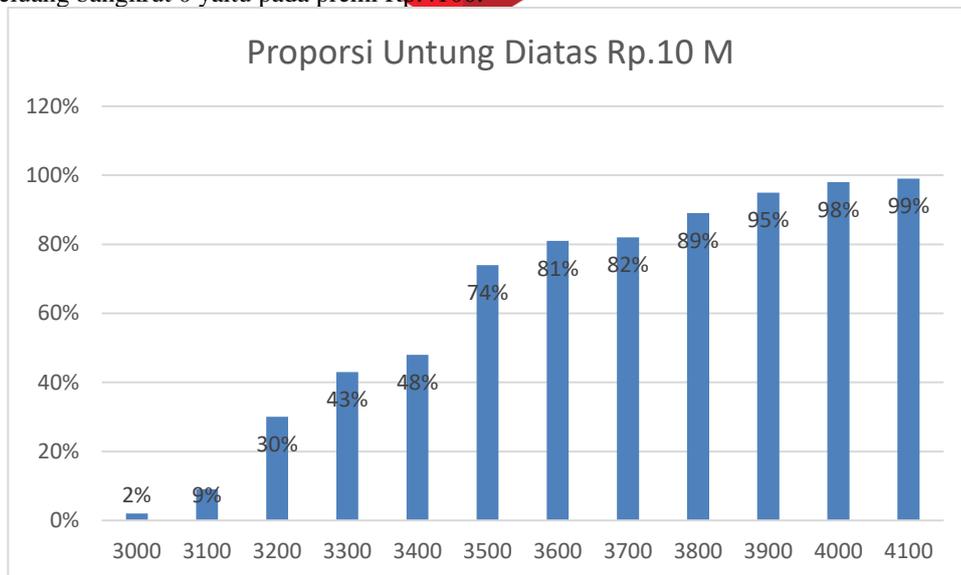
No.	Premi	Peluang Bangkrut	Rata-Rata Hari Pertama Bangkrut	Rata-Rata Cadangan Dana Akhir	Proporsi Untung	Jumlah Cadangan Dana Akhir di bawah Rp.0
1	3000	86%	153	-Rp29.169.552.350	2%	86
2	3100	75%	208	-Rp12.600.966.954	9%	75
3	3200	55%	251	-Rp3.478.205.651	30%	55
4	3300	43%	291	Rp4.548.764.849	43%	43
5	3400	33%	296	Rp4.953.980.118	48%	33
6	3500	19%	329	Rp17.598.616.276	74%	19
7	3600	16%	335	Rp22.261.523.373	81%	16
8	3700	13%	338	Rp28.191.020.994	82%	13
9	3800	9%	344	Rp36.530.862.863	89%	9
10	3900	1%	363	Rp48.216.995.822	95%	1
11	4000	1%	364	Rp61.072.622.172	98%	1
12	4100	0%	366	Rp67.668.738.046	99%	0

Berdasarkan Tabel 4.1, dengan simulasi nilai premi Rp.4100 maka peluang bangkrut perusahaan asuransi yaitu 0, dengan rata-rata cadangan dana akhir yaitu Rp67.668.738.046 serta proporsi untung yaitu 99%.



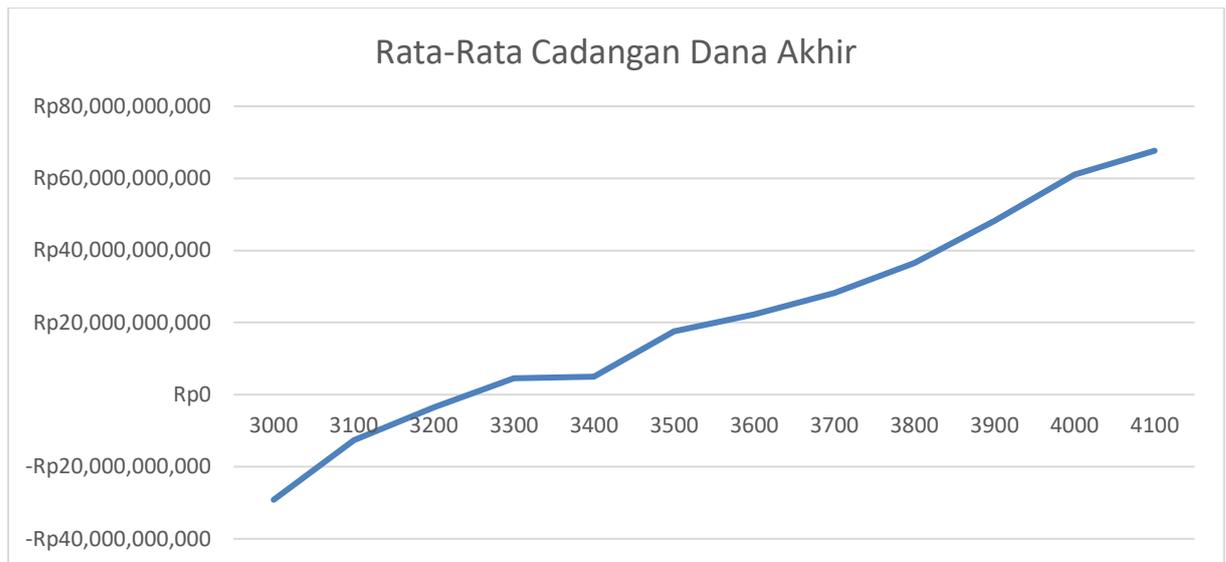
Gambar 4.1 Plot Peluang Bangkrut

Berdasarkan Gambar 4.1, dengan premi Rp.3600 maka peluang bangkrut perusahaan asuransi yaitu 0,86. Sedangkan, peluang bangkrut 0 yaitu pada premi Rp.4100.



Gambar 4.2 Plot Proporsi Untung Diatas Rp.10 M

Berdasarkan gambar 4.2, proporsi untung diatas Rp.10 M yaitu pada premi Rp.3000 sebesar 2%, sedangkan pada premi Rp.4100 sebesar 99%.



Gambar 4.3 Plot Rata-Rata Cadangan Dana Akhir

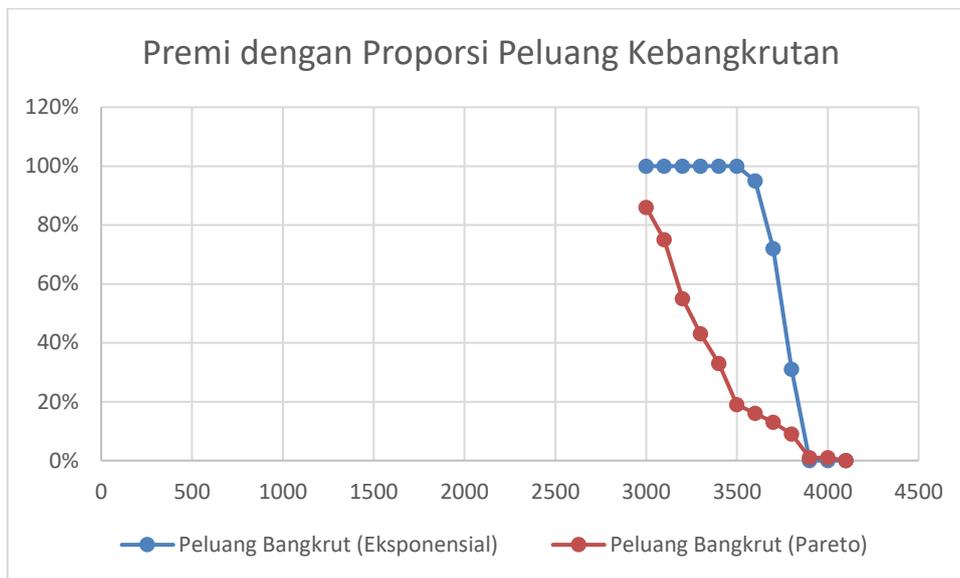
Berdasarkan gambar 4.3, rata-rata cadangan dana akhir perusahaan asuransi yaitu pada premi Rp.3000 sebesar -Rp29.169.552.350, sedangkan pada premi Rp.4100 yaitu sebesar Rp67.668.738.046.

Perbandingan hasil pareto dengan hasil jika ukuran klaim diasumsikan berdistribusi Eksponensial yaitu :

Tabel 4.2 Analisis Premi Dan Proporsi Peluang

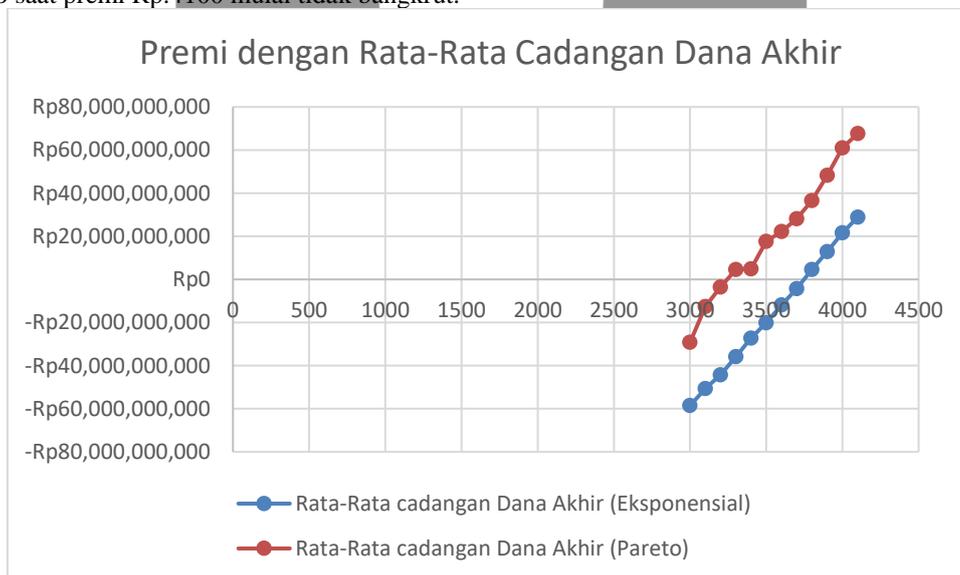
No.	Premi	Peluang Bangkrut (Eksponensial)	Peluang Bangkrut (Pareto)	Rata-Rata Cadangan Dana Akhir (Eksponensial)	Rata-Rata Cadangan Dana Akhir (Pareto)
1	3000	100%	86%	-Rp58.511.950.051	-Rp29.169.552.350
2	3100	100%	75%	-Rp50.681.637.490	-Rp12.600.966.954
3	3200	100%	55%	-Rp44.221.107.724	-Rp3.478.205.651
4	3300	100%	43%	-Rp35.857.410.190	Rp4.548.764.849
5	3400	100%	33%	-Rp27.259.670.296	Rp4.953.980.118
6	3500	100%	19%	-Rp20.182.715.688	Rp17.598.616.276
7	3600	95%	16%	-Rp11.814.556.517	Rp22.261.523.373
8	3700	72%	13%	-Rp4.237.651.449	Rp28.191.020.994
9	3800	31%	9%	Rp4.540.035.391	Rp36.530.862.863
10	3900	0%	1%	Rp12.917.941.333	Rp48.216.995.822
11	4000	0%	1%	Rp21.587.587.203	Rp61.072.622.172
12	4100	0%	0%	Rp28.842.181.773	Rp67.668.738.046

Berdasarkan tabel 4.2, maka dianalisis premi dan proporsi peluang kebangkrutan perusahaan asuransi. Pada premi Rp.3000 peluang kebangkrutan Eksponensial yaitu sebesar 100% sedangkan pada Pareto yaitu sebesar 86%. Peluang bangkrut 0 pada Eksponensial yaitu pada premi Rp.3900, sedangkan pada Pareto di premi 4100.



Gambar 4.4 Plot Premi dengan Proporsi Peluang Kebangkrutan

Berdasarkan gambar 4.4, plot premi dengan proporsi peluang kebangkrutan perusahaan asuransi yaitu peluang bangkrut Eksponensial lebih besar dibandingkan dengan Pareto pada premi Rp.3000. Kemudian dapat dilihat pada Eksponensial pembayaran premi sebesar Rp.3900, peluang bangkrutnya yaitu sebesar 0, sedangkan pada Pareto saat premi Rp.4100 mulai tidak bangkrut.



Gambar 4.5 Plot Premi dengan Rata-Rata Cadangan Dana Akhir

Berdasarkan Gambar 4.5, plot premi dengan rata-rata cadangan dana akhir yaitu hasil dari Pareto dengan premi Rp.4100 cadangan dana perusahaan asuransi yaitu Rp67.668.738.046, masih lebih besar dibandingkan dengan hasil Eksponensial yaitu sebesar Rp28.842.181.773.

4.2 Analisis Hasil Pengujian

Berdasarkan hasil pengujian, maka hasil analisis yang diperoleh dengan Pareto yaitu dengan premi Rp.4100, maka peluang bangkrut perusahaan asuransi adalah 0, dengan rata-rata cadangan dana perusahaan asuransi akhir yaitu Rp67.668.738.046. Sedangkan dengan menggunakan distribusi Eksponensial, hasil di peroleh jika premi Rp.3900 maka peluang bangkrutnya 0, tetapi nilai rata-rata cadangan dana akhirnya masih lebih kecil

di bandingkan dengan distribusi Pareto, dengan keuntungan perusahaan asuransi yaitu Rp28.842.181.773 saat preminya Rp.4100.

5. Kesimpulan

Dengan melakukan analisis proporsi peluang kebangkrutan, dapat ditentukan nilai premi yang tepat agar perusahaan asuransi tidak bangkrut. Dengan asumsi ukuran klaim dengan distribusi Pareto, hasil yg di peroleh yaitu keuntungan cadangan perusahaan asuransi masih lebih besar, jika di bandingkan dengan asumsi ukuran klaim berdistribusi Eksponensial, dan secara umum, peluang kebangkrutan Pareto lebih kecil di bandingkan Eksponensial.

Daftar Pustaka

- [1] Sezer, A.D., 2010. Modeling of an insurance system and its large deviations analysis. *Journal of computational and applied mathematics*, 235(3), pp.535-546.
- [2] Heilpern, S., 2014. Ruin measures for a compound Poisson risk model with dependence based on the Spearman copula and the exponential claim sizes. *Insurance: Mathematics and Economics*, 59, pp.251-257.
- [3] Zuharioh, F., 2015. Perhitungan Premi dengan Asumsi Waktu Antar Klaim Berdistribusi Eksponensial. *Matematika dan Statistika serta Aplikasinya*, 2(1).
- [4] Buchori, A., Shodiqin, A. and Istikaanah, N., Peluang Kebangkrutan Perusahaan Asuransi dimana Waktu Antar Kedatangan Klaim Menyebar Eksponensial.
- [5] Bølviken, E., 2014. *Computation and Modelling in Insurance and Finance*. Cambridge University Press.
- [6] Burren, D., 2013. Insurance demand and welfare-maximizing risk capital—Some hints for the regulator in the case of exponential preferences and exponential claims. *Insurance: Mathematics and Economics*, 53(3), pp.551-568.
- [7] Walpole, R.E. and Myers, R.H., 1995. Ilmu peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan. *Bandung: Penerbit ITB*.
- [8] Soemitra, A., 2017. Bank dan lembaga keuangan syariah. Jakarta : Prenada Media Group.