

## Optimasi Kinerja Portofolio berdasarkan LQ45 menggunakan Metode Pengali Lagrange

Rahmi Putri Amalia<sup>1</sup>, Dr. Deni Saepudin, S.Si.,M.Si.<sup>2</sup>, Rian Febrian Umbara, S.Si.,M.Si.<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Bandung

<sup>1</sup>rahmiputria@student.telkomuniversity.ac.id, <sup>2</sup>denisaepudin@telkomuniversity.ac.id,

<sup>3</sup>rianum@telkomuniversity.ac.id

---

### Abstrak

Saham adalah surat berharga yang paling banyak di perdagangan saat ini. Maka dari itu, untuk membuat portofolio, saham merupakan salah satu aset penting yang diperhitungkan. Di Indonesia banyak acuan indeks saham yang dapat digunakan, salah satunya LQ45. Akan tetapi, jika membuat portofolio dengan 45 saham tentu terlalu banyak. Maka, dalam Tugas Akhir ini dibuat portofolio yang membandingkan indeks portofolio dengan metode *mean-variance* dengan indeks portofolio yang di optimasi menggunakan metode Pengali Lagrange yang memuat saham yang lebih sedikit dengan tujuan agar portofolio tersebut kinerjanya mirip dengan kinerja indeks saham LQ45. Hasil dari Tugas Akhir ini membuktikan bahwa kinerja portofolio yang telah di optimasi dengan Pengali Lagrange lebih mendekati kinerja LQ45 bila dibandingkan dengan portofolio *mean-variance*. Akan tetapi, dikarenakan pengambilan saham secara acak dan tidak memperhitungkan faktor apapun membuat kinerja portofolio yang di optimasi tidak begitu maksimal sehingga tidak dapat diprediksi dengan menggunakan berapa saham portofolio tersebut lebih mendekati kinerja portofolio pasar. Alangkah baiknya bila pengambilan saham mempertimbangkan beberapa faktor yang dapat membantu kinerja portofolio yang dibuat lebih mirip dengan kinerja portofolio acuan.

**Kata kunci :** Portofolio, Mean-Variance, Pengali Lagrange, LQ45

---

### Abstract

Stocks are the most traded securities at the moment. Therefore, to create a portfolio, stock is one of the important assets to be taken into account. In Indonesia many reference stock index that can be used, one of them is LQ45. However, if making a portfolio with 45 stocks of course too much. So, in this Final Project created a portfolio that compares the portfolio index with the mean-variance method with an optimized portfolio index using Multiplier Lagrange method that contains fewer stocks with the aim that the portfolio performance is similar to the performance of LQ45 stock index. The result of this Final Project proves that the portfolio performance that has been optimized with Lagrange Multiplier is closer to LQ45 performance when compared with the mean-variance portfolio. However, due to random stock taking and not taking any factor makes the optimized portfolio performance not so maximized that it can not be predicted by using how much stock of the portfolio is closer to the performance of the market portfolio. It would be good if the stock taking consideration of several factors that can help the performance of the portfolio that is made more similar to the performance of the portfolio reference.

**Keywords:** Portfolio, Mean-Variance, Lagrange Multiplier, LQ45

---

## 1. Pendahuluan

### Latar Belakang

Saham adalah satuan nilai atau pembukuan dalam berbagai instrumen finansial yang mengacu pada bagian kepemilikan sebuah perusahaan [1]. Indeks saham merupakan indikator dari rata-rata harga saham yang terdaftar pada sebuah bursa. Di Indonesia terdapat beberapa indeks saham populer yang sering digunakan, salah satunya adalah LQ45. LQ45 merupakan kumpulan dari 45 saham pilihan yang terdapat pada Bursa Efek Indonesia (BEI). Dan dalam kurun waktu sepuluh tahun terakhir harga indeks saham LQ45 mengalami kenaikan sebesar 131.05% [11].

Portofolio adalah kumpulan investasi yang dimiliki oleh seseorang dan dapat terdiri dari berbagai aset. Dalam membuat portofolio saham dapat membuat acuan dengan melihat indeks saham LQ45. Akan tetapi untuk membuat portofolio berdasarkan LQ45 yang menggunakan 45 saham didalamnya kemungkinan akan sulit untuk direalisasikan karena saham yang digunakan terlalu banyak.

Maka dalam tugas akhir ini akan dibuat sebuah portofolio yang menggunakan saham yang lebih sedikit dari saham yang ada pada LQ45 tetapi dengan kinerja yang sama atau mirip dengan kinerja indeks saham LQ45. Untuk membuat kinerja yang sama atau mirip dengan kinerja LQ45, portofolio tersebut nantinya akan di optimasi dengan menggunakan metode Pengali Lagrange. Metode ini sebelumnya pernah diuji coba dengan

menggunakan indeks Bovespa yang merupakan salah satu indeks yang paling merepresentasikan pasar saham di Brasil dan menghasilkan grafik kinerja yang mendekati kinerja indeks Bovespa.

### Topik dan Batasannya

Rumusan masalah yang diangkat pada proposal ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana cara meningkatkan kinerja portofolio sehingga memiliki kinerja yang mirip dengan kinerja LQ45 dengan menggunakan metode Pengali Lagrange?
2. Bagaimana perbandingan kinerja Portofolio *Mean-Variance* dengan kinerja Portofolio yang telah di optimasi?

Batasan masalah dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Data saham yang akan digunakan adalah data *close price* saham mingguan pada saham yang terdaftar dalam LQ45 dan data saham LQ45 sebagai pembandingnya dalam kurun waktu 1 Maret 2013 sampai dengan 31 Maret 2018.
2. Untuk pengoptimalan kinerja portofolio akan digunakan metode Pengali Lagrange.

### Tujuan

Tujuan dari Tugas Akhir ini adalah.

1. Menghasilkan portofolio yang memiliki saham lebih sedikit tetapi kinerjanya mirip dengan kinerja LQ45.
2. Menerapkan metode Pengali Lagrange pada portofolio yang di optimasi sehingga kinerjanya akan lebih baik bila dibandingkan dengan Portofolio *Mean-Variance*.

## 2. Studi Terkait

### 2.1. Saham

Saham adalah surat berharga yang dikeluarkan oleh perusahaan yang dapat diartikan sebagai tanda penyertaan modal seseorang atau pihak tertentu kepada perusahaan tersebut. Jika seseorang memiliki saham atas sebuah perusahaan maka dapat diartikan orang tersebut merupakan salah satu pemilik sebagian perusahaan. Saham menurut Fahmi & Lavianti (2009: 68) adalah:

1. Tanda bukti penyertaan kepemilikan modal atau dana pada suatu perusahaan.
2. Kertas yang tercantum dengan nilai nominal, nama perusahaan dan diikuti dengan hak dan kewajiban yang dijelaskan kepada setiap pemegangnya.
3. Persediaan yang siap untuk dijual.[2]

Bila terdapat sebuah data saham maka dapat diketahui *return* saham, *expected return* saham dan *variance return* saham. Untuk mendapatkan ketiga hal berikut diselesaikan menggunakan persamaan sebagai berikut.

$$K_i = \frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} \quad (1)$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^T K_i}{T} \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^T (K_i - \mu)^2}{T-1} \quad (3)$$

Dengan  $K_i$  adalah *return* saham pada waktu ke- $i$ ,  $S_i$  adalah nilai saham pada waktu ke- $i$ ,  $\mu$  adalah *expected return* saham,  $\sigma^2$  adalah *variance return* saham dan  $T$  adalah jumlah periode waktu.

### 2.2. Portofolio

Portofolio pada dasarnya terkait dengan bagaimana seseorang mengalokasikan sejumlah saham ke berbagai investasi yang menghasilkan keuntungan optimal. Dengan melakukan diversifikasi, investor dapat mengurangi tingkat risiko dan sekaligus mengoptimalkan tingkat pengembalian yang diharapkan [4].

Harry M. Markowitz mengembangkan suatu teori pada dekade 1950-an yang disebut dengan Teori Portofolio Markowitz. Teori Portofolio Markowitz didasarkan atas pendekatan *mean* (rata-rata) dan *variance* (varian), dimana *mean* merupakan pengukuran tingkat *return* dan varian merupakan pengukuran tingkat risiko. Teori Portofolio Markowitz ini disebut juga sebagai *Mean-Varian Model*, yang menekankan pada usaha memaksimalkan *expected return* dan meminimumkan ketidakpastian atau risiko (*variance*) untuk memilih dan menyusun portofolio optimal. [5]

Terdapat tiga aspek penting yang diperlukan dalam pembentukan sebuah portofolio yaitu bobot yang akan digunakan oleh masing-masing saham yang terlibat, *expected return* dan *variance* dari portofolio. Ketiga hal tersebut dapat diselesaikan dengan persamaan sebagai berikut.

$$\bar{w} = \frac{\bar{u} C^{-1}}{\bar{u} C^{-1} \bar{u}^T} \quad (4)$$

$$E(K_v) = \bar{m} \bar{w}^T \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \bar{w} C \bar{w}^T \quad (6)$$

Dengan  $\bar{w}$  adalah vektor dari nilai bobot,  $\bar{u}$  matriks baris 1 sebanyak n data, C adalah matriks kovariansi,  $\bar{m}$  *expected return* saham,  $E(K_v)$  *expected return* portofolio dan  $\sigma^2$  *variance* portofolio.

### 2.3. Index Tracking

Index tracking adalah teknik manajemen portofolio pasif dimana kita mencoba meniru kinerja pasar saham.[10] Masalah pelacakan indeks adalah masalah mereproduksi kinerja indeks pasar saham, namun tanpa membeli semua saham yang membentuk indeks.[3] Metode Index Tracking merupakan metode yang pertama kali ditemukan oleh William Sharpe dengan ide utama mendapatkan kinerja portofolio yang mirip dengan kinerja pasar.[7]

### 2.4. Pengali Lagrange

Pada tugas akhir ini akan dibuat pengoptimalan portofolio dengan menggunakan metode Pengali Lagrange. Berikut merupakan bentuk umum persamaan pengali lagrange[7].

$$\mathcal{L}(w, \lambda) = \varrho(w' \Gamma w - 2w' \tilde{\Sigma} w_B) - \xi(w' r - \mu_B) + \lambda(w' e - 1) \quad (7)$$

Dengan  $w' \Gamma w - 2w' \tilde{\Sigma} w_B$  adalah *variance*,  $w' r - \mu_B$  adalah *expected return* dan  $w' e - 1$  adalah fungsi kendala dari pengali *lagrange*. Berdasarkan bentuk umum diatas, menurut Wanderlei Lima de Paulo pada Jurnal "Enhanced index tracking optimal portfolio selection"[7] di dapatkan persamaan untuk pelacakan bobot portofolio yang optimal sebagai berikut.

$$w^* = w + \sigma_M^2 C^{-1} \left( \beta - \frac{u' C^{-1} \beta}{u' C^{-1} u} u \right) \quad (8)$$

Dengan  $w^*$  adalah bobot saham yang akan digunakan untuk membentuk portofolio yang di optimasi,  $\sigma_M^2$  *variance* dari pasar dan  $\beta$  adalah variabel beta.

### 2.5. Variable Beta

Beta merupakan ukuran relatif saham terhadap pasar dan menunjukkan sensitivitas tingkat *return* suatu saham terhadap tingkat *return* pasar. [7] Berikut persamaan untuk mendapatkan nilai Beta.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (9)$$

Dengan  $\beta_i$  adalah nilai  $\beta$  dari saham i,  $\sigma_{iM}$  nilai kovariansi antara saham i dengan saham pasar dan  $\sigma_M^2$  merupakan variansi saham pasar.

### 2.6. Index of Similarity

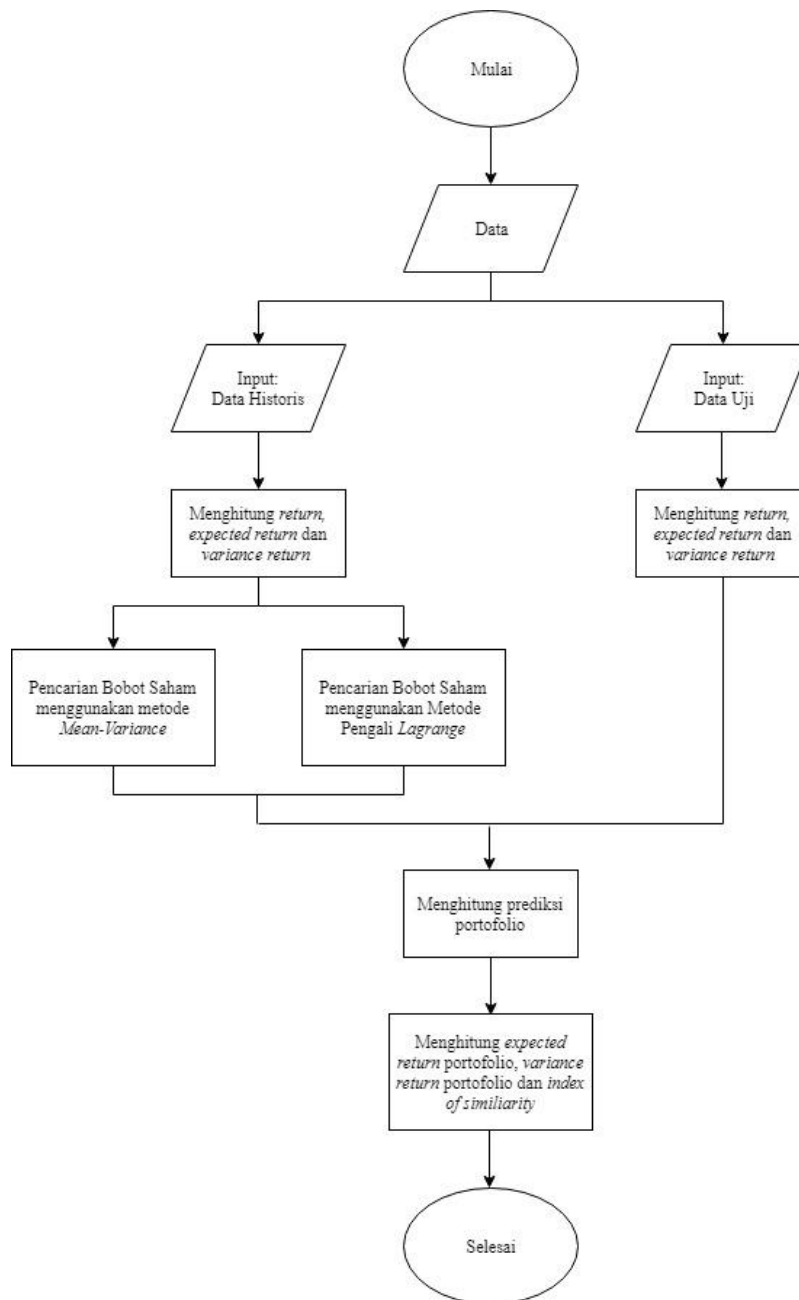
*Index of Similarity* mengukur sejauh mana kemiripan antara kinerja portofolio yang dibentuk dengan kemiripan pasar. [7] Berikut persamaan untuk mencari *index of similarity*.

$$y_i = \frac{P_i}{P_0} \tag{10}$$

$$IS_{PM} = 100 \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |y_{ip} - y_{iM}|}{\sum_{i=1}^n (y_{ip} + y_{iM})} \right\} \tag{11}$$

Dengan  $y_i$  adalah nilai indeks pada waktu ke-i,  $P_i$  nilai pada waktu ke-i,  $IS_{PM}$  index similarity antara portofolio dan pasar,  $y_{ip}$  nilai indeks waktu ke-i portofolio dan  $y_{iM}$  nilai indeks waktu ke-I portofolio pasar.

### 3. Sistem yang Dibangun



Gambar 3.1 Flowchart Sistem

## 1. Data

Data yang digunakan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini adalah data *close price* dari beberapa saham yang tergabung dalam LQ45 dan data saham LQ45 yang akan digunakan untuk perbandingan yang diambil dari situs <https://finance.yahoo.com>. Pemilihan data bersifat acak dan tidak memperhitungkan faktor-faktor lain dalam pembentukan portofolio. Untuk data historis digunakan data mingguan dalam kurun waktu Maret 2013 hingga Juni 2016 dan untuk data uji digunakan data mingguan dalam kurun waktu Juli 2016 hingga Maret 2018.

## 2. Menghitung *return*, *expected return*, *variance return*

Untuk proses pengerjaan yang pertama dapat dicari *return* seperti persamaan (1), *expected return* seperti persamaan (2) dan *variance return* seperti persamaan (3) dari tiap data saham historis maupun uji.

## 3. Pencarian nilai bobot

Proses selanjutnya yaitu mencari bobot saham. Pencarian bobot saham dilakukan menggunakan dua metode yaitu Metode *Mean-Variance* seperti pada persamaan (4) dan Metode Optimasi Pengali Lagrange seperti pada persamaan (8). Pada proses ini dihasilkan nilai bobot untuk masing-masing saham yang akan digunakan dari kedua metode tersebut.

## 4. Prediksi portofolio

Pada tahap ini dicari prediksi dari portofolio menggunakan bobot yang dihasilkan oleh masing-masing metode. Prediksi dilakukan sebanyak dua kali dengan menggunakan dua jenis data yaitu data historis dan data uji.

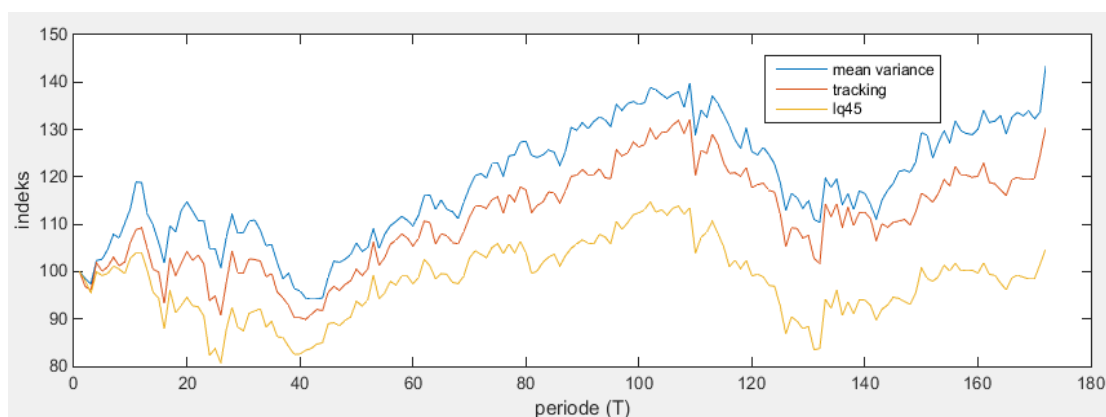
## 5. Menghitung *expected return* portofolio, *variance return* portofolio dan *index of similarity*

Pada tahap ini dilakukan pencarian *expected return* portofolio, *variance* portofolio dan *index of similarity* untuk membandingkan metode manakah yang menghasilkan kinerja yang lebih mirip dengan kinerja portofolio.

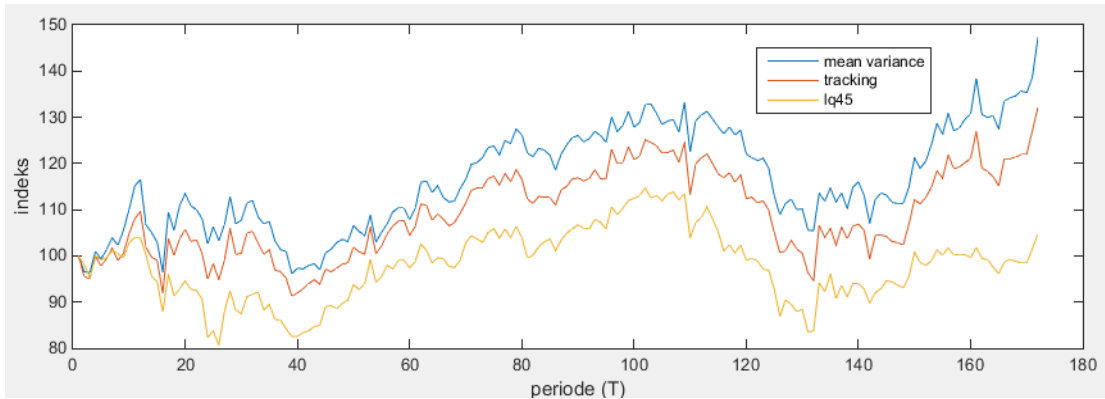
## 4. Evaluasi

### 4.1 Hasil Pengujian

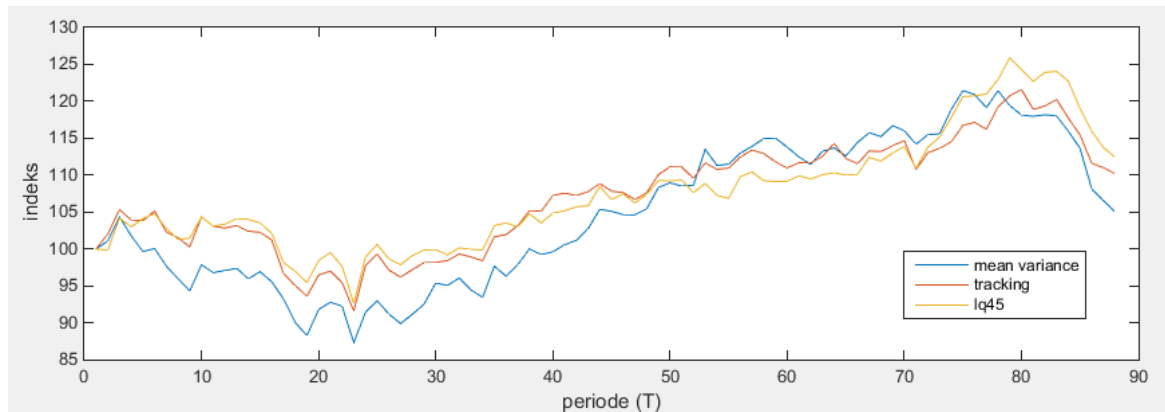
Berikut merupakan hasil-hasil pengujian yang dilakukan pada Tugas Akhir ini.



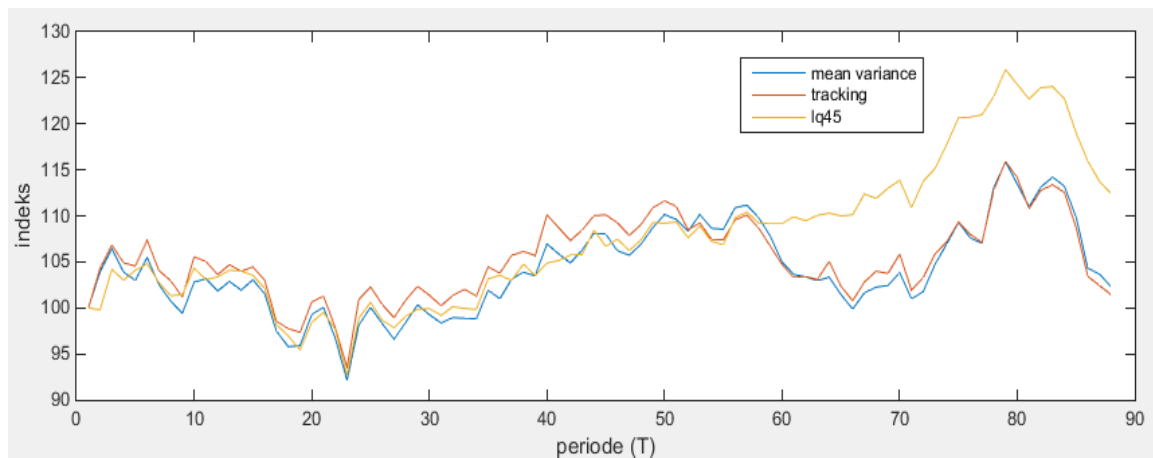
**Gambar 4.1.1** Grafik prediksi portofolio data historis 9 saham



Gambar 4.1.2 Grafik prediksi portofolio data historis 5 saham



Gambar 4.1.3 Grafik prediksi portofolio data uji 9 saham



Gambar 4.1.4 Grafik prediksi portofolio data uji 5 saham

Tabel 4.1.1 Hasil Expected return portofolio

jumlah saham	data historis		data uji	
	mean variance	tracking	mean variance	tracking
3	0,0025	0,002	0,0021	0,0017
4	0,0035	0,0028	0,0007901	0,000679
5	0,0027	0,0021	0,000481	0,000403
6	0,0027	0,0021	0,0001295	-0,0004349
7	0,0027	0,0021	0,00004013	-0,00005531
8	0,0025	0,002	0,0001868	-0,0006493
9	0,0025	0,002	0,0013	0,0007456

**Tabel 4.1.2** Hasil *variance* portofolio

jumlah saham	data historis		data uji	
	mean variance	Tracking	mean variance	tracking
3	0,0012	0,0013	0,0004546	0,0004937
4	0,0009258	0,0009978	0,0004032	0,00044
5	0,0008941	0,0009665	0,0004526	0,0004926
6	0,0008895	0,0009707	0,0004381	0,0004624
7	0,0008755	0,0009582	0,000423	0,0004433
8	0,0007031	0,000843	0,0004422	0,0003961
9	0,0006913	0,0008443	0,0003764	0,0003066

**Tabel 4.1.3** Hasil *index of similarity* portofolio

jumlah saham	data historis		data uji	
	mean variance	tracking	mean variance	tracking
3	86,2231	90,4303	97,8427	99,5618
4	76,7653	82,6376	96,1673	96,7249
5	83,1098	88,4093	94,8556	95,2765
6	82,9675	88,1345	91,2906	93,7898
7	83,0383	88,2574	90,8181	93,4258
8	84,2237	88,5898	90,5042	92,4005
9	84,4263	89,1191	96,5857	98,9865

## 4.2 Analisis Hasil Pengujian

Berikut analisis dari hasil pengujian yang didapatkan.

1. Dilihat dari grafik prediksi portofolio data historis 9 saham (Gambar 4.1.1) dan data historis 5 saham (Gambar 4.1.2) serta data uji 9 saham (Gambar 4.1.3) dan data uji 5 saham (Gambar 4.1.4) dapat dilihat bahwa grafik portofolio yang telah di tracking lebih mendekati grafik portofolio acuan yaitu indeks saham LQ45 dibandingkan dengan grafik portofolio *mean-variance*.
2. Pada tabel hasil *expected return* portofolio (Tabel 4.1.1) terlihat *expected return* untuk portofolio yang telah di optimasi lebih kecil dibandingkan dengan *expected return* portofolio *mean-variance* dikarenakan untuk mendekati portofolio acuan yang hasil indexnya bernilai lebih kecil dari index portofolio *mean-variance* maka *return* portofolio lebih diminumkan agar kinerjanya tidak terlalu berbeda dengan kinerja LQ45.
3. Dikarenakan *return* portofolio yang telah di optimasi yang lebih minimum maka berakibat lebih besarnya *variance* portofolio pada portofolio yang telah di optimasi jika dibandingkan dengan portofolio *mean-variance*.
4. Dapat dilihat pula *index of similarity* untuk portofolio yang telah di optimasi lebih besar daripada portofolio *mean-variance*.

## 5. Kesimpulan

Kinerja portofolio yang telah di optimasi dengan Pengali Lagrange lebih mendekati kinerja LQ45 bila dibandingkan dengan portofolio *mean-variance* bila dilihat pada grafik dan *index of similarity*. Akan tetapi, dikarenakan pengambilan saham secara acak dan tidak memperhitungkan faktor apapun membuat kinerja portofolio yang di optimasi tidak begitu maksimal terlihat dari grafik prediksi portofolio dan nilai *index of similarity* sehingga tidak dapat diprediksi dengan menggunakan berapa saham portofolio tersebut lebih mendekati kinerja portofolio pasar. Alangkah baiknya bila pengambilan saham mempertimbangkan beberapa faktor yang dapat membantu kinerja portofolio yang dibuat lebih mirip dengan kinerja portofolio acuan.

## Daftar Pustaka

- [1] Darmadji, Tjiptono; Hendy, M, Fakhruddin. 2001. Pasar Modal di Indonesia. Indonesia. Salemba Empat. 8.
- [2] Fahmi, Irham dan Lovianty, Yovi. 2009. Teori portofolio dan Analisis Investasi. Bandung: Alfabeta.

- [3] Beasley, John E., Nigel Meade, and T-J. Chang. 2003. An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research* 148.3 621-643.
- [4] Eko, Umanto. 2010. Analisis dan penilaian kinerja portofolio optimal saham-saham LQ-45. *Bisnis & Birokrasi Journal* 15.3.
- [5] Markowitz, M. Harry. 1959. Portfolio Selection, *Journal of Finance*. 77-91.
- [6] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J., dan Heath, D. 1999. Tindakan pengukuran yang koheren. *Keuangan Matematika*, 9, 203/228.
- [7] T, Ayunda Firsty, Deni Saepudin dan Rian Febrian Umbara. 2015. Optimasi Portofolio Saham dengan Metode Tracking Efficient.
- [8] Paulo, Wanderlei Lima de, Estela Mara de Oliveira and Oswaldo Luiz do Valle Costa. 2016. Enhanced index tracking optimal portofolio selection. *Finance Research Letters* 16: 93-102
- [9] Kurniati, Eti, Gani Gunawan, and Tegar Aji Sukma Bestari. 2014. Menentukan Proporsi Saham Portofolio dengan Metode Lagrange. *Prosiding SNaPP: Sains dan Teknologi* 4.1 : 155-162.
- [10] Mandal, Minakshi Punam, Raksha Argawal. 2017. Enhance Index Tracking in Portofolio Selection. *Indian Institute of Technology Delhi*.
- [11] <https://finance.yahoo.com/quote/%5EJKLQ45?p=^JKLQ45> [Accessed 4 April 2017]