Optimasi Portofolio Risiko Terkecil *Efficient Frontier Mean Semivariance* Dengan Metode *Interior Point*

Tugas Akhir

diajukan untuk memenuhi salah satu syarat

memperoleh gelar sarjana

Program Studi S1 Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

1302144027

Triandini Nurislamiaty

Program Studi Sarjana Ilmu Komputasi

Fakultas Informatika

Universitas Telkom

Bandung

2018

ISSN : 2355-9365 e-Proceeding of Engineering : Vol.5, No.3 Desember 2018 | Page 8283

LEMBAR PENGESAHAN

Optimasi Portofolio Risiko Terkecil *Efficient Frontier Mean Semivariance* Dengan Metode *Interior Point*

Portfolio Optimization Of Lowest Risk
Mean Semivariance Efficient Frontier
With Interior Point Method

1302144027
Triandini Nurislamiaty

Tugas akhir ini telah diterima dan disahkan untuk memenuhi sebagian syarat memperoleh gelar pada Program Studi Sarjana Ilmu Komputasi
Fakultas Informatika
Universitas Telkom

Bandung, 1 Agustus 2018
Menyetujui

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Deni Saepudin, S.Si., M.Si	Aniq Atiqi Rohmawati, S.Si., M.Si
NIP. 99750181-1	NIP. 15880028

Ketua Program Studi
Sarjana Ilmu Komputasi

Dr. Deni Saepudin, S.Si., M.Si
NIP. 99750181-1

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya, Triandini Nurislamiaty menyatakan sesungguhnya bahwa Tugas Akhir saya dengan judul "Optimasi Portofolio Risiko Terkecil *Efficient Frontier Mean Semivariance* dengan Metode *Interior Point*" beserta dengan seluruh isinya adalah merupakan hasil karya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang belaku dalam masyarakat keilmuan. Saya siap menanggung resiko/sanksi yang diberikan jika di kemudian hari ditemukan pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam buku TA atau jika ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya,

Bandung, 1 Agustus 2018

Yang Menyatakan

Triandini Nurislamiaty

Optimasi Portofolio Risiko Terkecil *Efficient Frontier* *Mean Semivariance* dengan Metode *Interior Point*

Triandini Nurislamiaty[1] Deni Saepudin[2]Aniq Atiqi Rohmawati[3]

[1,2,3]Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Bandung
[1]triandininurislamiaty@students.telkomuniversity.ac.id, [2]denisaepudin@telkomuniversity.ac.id,
[3]aniqatiqi@telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Portofolio yang diperlukan oleh para investor adalah portofolio optimal yang memiliki risiko kecil namun return yang diberikan lebih besar. Portofolio optimal diperoleh dengan mencari *efficient frontier* dari portofolio *mean semivariance*. Portofolio mean *semivariance* merupakan perbaikan dari portofolio sebelumnya yaitu portofolio *mean variance* dari segi nilai risiko yang diperoleh. Hal ini dikarenakan portofolio *mean variance* hanya mempertimbangkan risiko yang diukur hanya berdasarkan variansi atau rata-rata penyimpangan nilai return dari nilai acuan yaitu ekspektasi *return*. Baik penyimpangan nilai *return* lebih besar maupun lebih kecil. Sedangkan portofolio *mean semivariace* mempertimbangkan risiko berdasarkan penyimpangan nilai return yang lebih kecil.

Pada tugas akhir ini dibahas mengenai implementasi metode *Interior Point* untuk mencari *efficient frontier* dari portofolio *mean semivariance*. Metode *Interior Point* digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi dengan kendala. Hasil dari eksperimen tugas akhir yaitu *efficient frontier mean semivariance* yang terbentuk berimpit dengan *efficient frontier mean variance* menggunakan portofolio *semivariance*. Tentunya pada *efficient frontier* tersebut, portofolio mean *semivariance* kondisinya berada dibawah portofolio *mean variance* karena nilai *semivariance* dari portofolio *mean semivariance* lebih kecil dibanding nilai *semivariance* pada portofolio mean variance.

Kata kunci : *efficient frontier*, *mean semivariance*, metode *interior point*

Abstract

Portofolio required by the investors is an optimal portofolio that has a small risk but the return is given greater. The optimal portofolio is obtained by finding efficient frontier of the mean *semivariance* portofolio. The mean *semivariance* portofolio represents an improvement over the previous portofolio of the mean variance portofolio in terms of the risk value obtained. This is because the mean variance portofolio only considers the risks measured only by the variance or the average deviation of the return value of the reference value ie the expectation return. Both deviations of return value are greater or smaller. While the portofolio mean semivariace consider the risk based on the deviation of the smaller return value.

In this final project, we discussed the implementation of Interior Point method to find efficient frontier of portofolio mean *semivariance*. Method of Interior Point is used to solve the problem of optimization with constraints. The result of the final duty experiment is efficient frontier mean *semivariance* formed coinciding with efficient frontier mean variance using *semivariance* portofolio. Of course, in the efficient frontier, the portofolio of mean *semivariance* is below the mean variance portofolio because the semivarian value of the mean *semivariance* portofolio is smaller than the semivarian value of the mean variance portofolio.

Keywords: efficient frontier, mean semivariance, interior point method

1. Pendahuluan

Latar Belakang

Salah satu bentuk investasi kekayaan yaitu investasi dalam bentuk portofolio. Portofolio merupakan sekumpulan aset investasi atau gabungan dari dua atau lebih surat berharga. Portofolio digunakan karena merupakan investasi paling aman dengan memperoleh keuntungan maksimal dengan risiko minimal. Hal tersebut dikarenakan dengan melakukan kombinasi saham, investor dapat meraih return yang optimal dan memperkecil risiko yang didapat. Sehingga investor akan memilih portofolio yang optimal untuk memaksimalkan keuntungan dan memperkecil risiko.

. Portofolio yang optimal dapat diperoleh dengan mencari *efficient frontier* dari portofolio *mean semivariance*. Portofolio *mean semivariance* merupakan perbaikan dari portofolio *mean variance* dari segi nilai risiko yang diperoleh. Hal ini dikarenakan portofolio *mean variance* hanya mempertimbangkan risiko yang diukur hanya berdasarkan variansi atau rata-rata penyimpangan nilai *return* dari nilai acuan yaitu ekspektasi *return*. Baik penyimpangan nilai *return* lebih besar maupun lebih kecil. Oleh karena itu penulis memilih portofolio *mean semivariance* yang mana mempertimbangkan risiko berdasarkan penyimpangan nilai return yang lebih kecil.

Dalam tugas akhir ini membahas implementasi metode *Interior Point* untuk mencari *efficient frontier* dari portofolio *mean semivariance*. *Efficient frontier* merupakan sekumpulan portofolio efisien diantara semua portofolio yang dapat dicapai dimana ekspektasi *return* maksimal untuk beberapa tingkat risiko tertentu dan risiko minimal untuk beberapa ekspektasi *return* tertentu. *Efficient frontier* pada portofolio ditampilkan dalam grafik dari beberapa portofolio yang terbentuk, sehingga dapat ditentukan nilai ekspektasi *return* dan nilai risikonya. Grafik tersebut terdiri dari versi hitungan mean *semivariance* dan mean variance yang selanjutnya dibandingkan dan dilakukan pengujian antara kedua versi tersebut dengan nilai ekspektasi *return* yang sama dan nilai risiko yang diperoleh. Berdasarkan perhitungan *mean variance* dan *semivariance* membentuk model persamaan persamaan non linier (kuadratik). Model persamaan non linier (kuadratik) tersebut dioptimasi untuk mencari nilai risiko minimum dengan menggunakan metode *Interior Point* dengan kendala. Penulis memilih metode *Interior Point* karena pada penelitian sebelumnya yang dilakukan *Ballestero* bahwa nilai optimasi diperoleh dari s*oftware Lingo special GenPRT.lg4*.

Topik dan Batasannya

Identifikasi masalah dalam tugas akhir ini yaitu bagaimana cara mendapatkan efficient frontier untuk portofolio mean *semivariance* dengan menggunakan metode Interior Point dan membandingkan grafik dan kinerja antara efficient frontier mean *semivariance* dengan efficient frontier mean variance.
Adapun batasan masalah pada tugas akhir ini, saham yang digunakan yaitu saham JII (Jakarta Islamic Index) selama sepuluh tahun per minggu periode Januari 2008 hingga Januari 2018. Terdapat 30 saham yang tergabung dalam portofolio saham JII, akan tetapi saham yang digunakan sebanyak 27 saham. Hal ini dikarenakan terdapat 3 saham yang datanya hanya tersedia kurang dari 10 tahun.

Tujuan

Adapun tujuan tugas akhir ini yaitu mendapatkan *efficient frontier mean semivariance* dan *mean variance* dengan menggunakan metode *Interior Point* untuk perhitungan optimasinya dan membandingkan grafik dan kinerja *efficient frontier mean semivariance* dan *mean variance*.

2. Studi Terkait

2.1 *Variance*

Model variance yang diusung oleh Markowitz memperlihatkan bagaimana membentuk portofolio yang diharapkan dapat memberikan keuntungan maksimum pada tingkat risiko tertentu. Proses pembentukannya dimulai dengan menghitung *expected return*[1].

2.2 *Semivariance*

Semivariance mirip dengan *variance*, namun *semivariance* hanya mempertimbangkan hasil perhitungan nilai di bawah rata-rata. *Semivariance* sangat membantu untuk menghitung masalah optimasi risiko portofolio. Dibandingkan antara standar deviasi dan variance yang menyajikan informasi berupa ukuran/nilai volatilitas, *semivariance* hanya memperhatikan fluktuasi negative suatu asset[2]. Perhitungan *semivariance* yang digunakan yaitu *semivariance above the mean.* Secara matematika *semivariance* didefinisikan sebagai berikut:

$$S = E\ (\min(0, R_m - C))^2 \tag{1}$$

Berdasarkan formula matematika diatas, E adalah *expected return*. R_m adalah *return* market dan C adalah sebagai acuan rata-rata return market[4].

2.3 E-V Model

Menentukan portofolio saham digunakan pendekatan *mean variance*, dengan rumus umum sebagai berikut:

$$\min \boldsymbol{X\ V\ X^T} \tag{2}$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{m} E_i x_i = E_0 \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \tag{4}$$

Keterangan:

X = vektor berisi bobot portofolio,
X^T = transpose vektor dari X,
V = *covariance* matrix dari return,
E = vektor dari nilai expected return,
E_0 = target *expected return* dari investor.

2.4 E-SV Model

Pendekatan untuk memperoleh *efficient frontier mean – semivariance* dapat dicari melalui model secara analitik dengan model E – V *Markowitz*[3]. Sehingga solusi dari masalah ini adalah :

$$\min \sum_{j,h}\left[v_{jh} - \beta_j\beta_h v\left(\tilde{R}_M > E_M\right)\right]x_j x_h \quad (5)$$

atau sama dengan notasi :

$$\min \boldsymbol{X}\,\boldsymbol{V_s}\,\boldsymbol{X^T} = \boldsymbol{X}\ (\boldsymbol{V}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{X^T} \quad (6)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{m} E_i x_i = E_0 \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \quad (8)$$

$$x_i \le x_0 \quad (9)$$

keterangan:

X = vektor berisi bobot portofolio,
X^T = transpos vektor dari X,
V = *covariance matrix* dari *return*,
V_s = *semivariance matrix,*
v_{jh} = *generic element* pembentuk matriks V,
β_j, β_h = nilai beta untuk saham ke – j dan ke – h,
$v\left(\tilde{R}_M > E_M\right)$ = nilai *semivariance* (nilai di atas rata – rata),
B = m x m matriks yang merupakan hasil dari $\beta_j\beta_h v\left(\tilde{R}_M > E_M\right)$.

2.5 *Efficient Frontier*

Efficient frontier merupakan sekumpulan portofolio dengan expected *return* maksimal pada tingkat risiko yang sama atau risiko minimal pada tingkat return yang sama. Sebuah portofolio dikatakan efisien jika tidak ada portofolio lain selain portofolio itu sendiri yang dominan. Setiap investor akan memilih portofolio yang efisien dan selalu cenderung ke portofolio yang mendominasi. Meskipun demikian, investor yang berbeda akan memilih portofolio yang berbeda pada efficient frontier yang sama tergantung kebutuhan. Contohnya: Terdapat dua portofolio yang efisien dengan $\mu_1 \le \mu_2$ dan $\sigma_1 \le \sigma_2$, seorang investor yang sangat waspada akan memilih risiko yang lebih rendah dengan return yang kecil. Sedangkan investor lain mungkin memilih risiko tinggi juga return yang besar. Hal tersebut dikarenakan investor menganggap bahwa return yang besar akan mengakibatkan risiko yang besar juga[4][5].
Secara khusus, portofolio yang efisien memiliki harapan return yang paling tinggi dibandingkan dengan yang bisa dicapai portofolio lain yang memiliki standar deviasi (simpangan baku) yang sama (risiko yang sama), dan memiliki risiko terkecil diantara portofolio lain yang memiliki return yang sama. Oleh karena itu efficient frontier harus merupakan subset dari garis variansi minimum (*minimum variance line*).

2.6 Metode *Interior Point*

Metode *Interior Point* digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linier maupun kuadratik (non linier). Hal terpenting dalam algoritma ini adalah titik start awal dapat ditentukan dahulu. Kemudian mencari solusi optimal yang didefinisikan oleh kendala-kendala sampai dicapai titik optimal[6]. Model quadratic *Interior Point* didefinisikan sebagai berikut:

$$\min\ P = \frac{1}{2}\boldsymbol{X^T}\,\boldsymbol{QX} + \boldsymbol{a^T}\,\boldsymbol{X} \quad (10)$$

s.t

$$\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{b} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{X}_j \ge 0,\ \ j = n+1, \dots, n+2m \quad (12)$$

Keterangan:

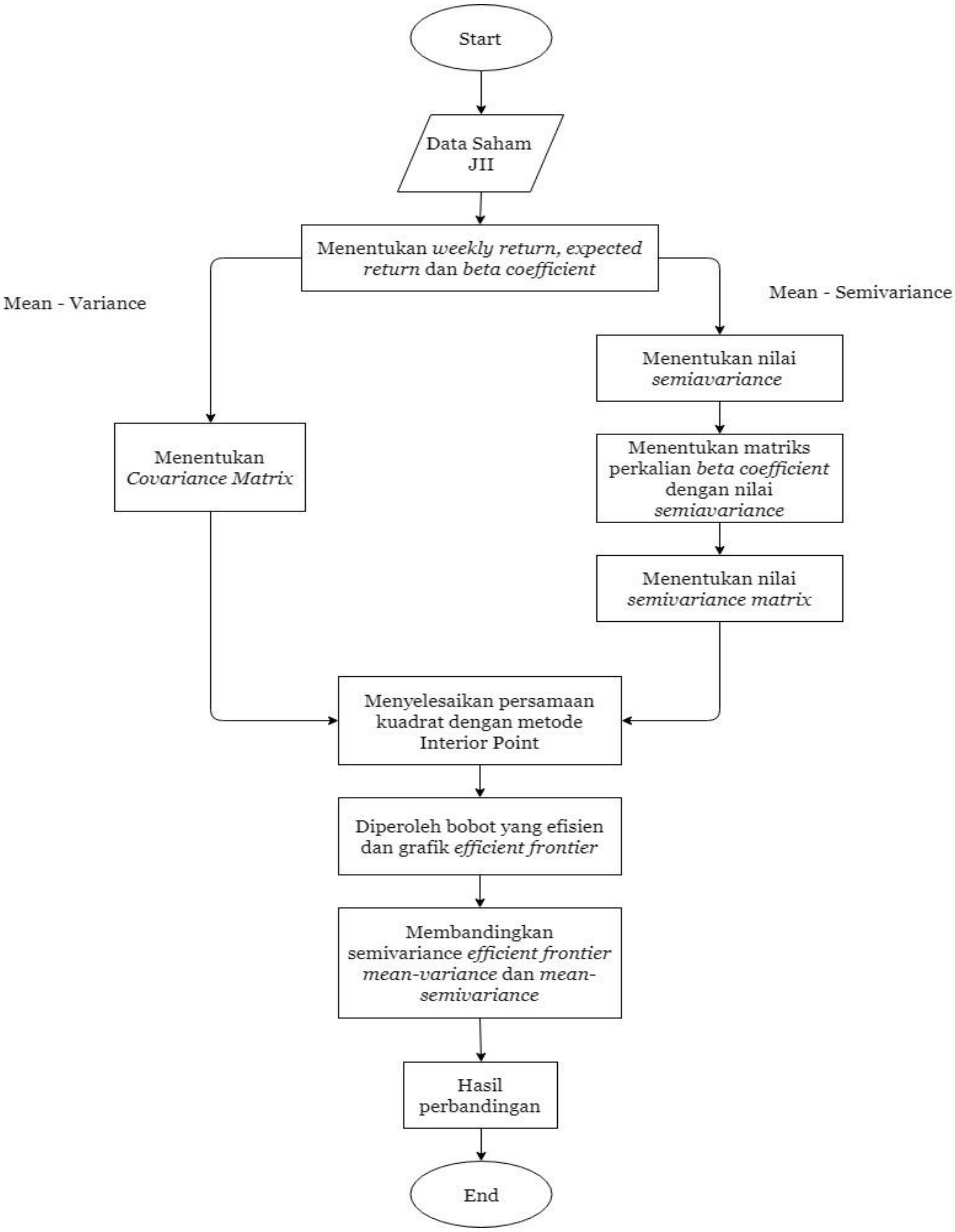
X	= variabel yang tidak diketahui (unknown) n-vektor
a	= konstanta n-vektor
b	= konstanta m-vektor
Q	= matrik bujursangkar simetris
A	= matriks koefisien $m\ x\ n$ dengan $m < n$

Masalah optimasasi quadratik yang diperlihatkan pada (10) - (12) di atas dengan mengasumsikan memiliki batas titik awal (bounded interior point) $X^{(0)}$. Jika tidak demikian maka permasalahan tidak mempunyai solusi atau solusinya menjadi tidak terbatas (*unbounded*). Iterasi dimulai dengan suatu nilai awal yang memungkinkan $X^{(0)}$ algoritma proses optimasi menghasilkan nilai-nilai interior fisibel yang berurutan $X^{(1)}$, $X^{(2)}$, ... $X^{(k)}$, $X^{(k+1)}$, ...

Proses iterasi berhenti bila kriteria berhenti (*stopping criterion*) terpenuhi. Isi dari algoritma Interior Point diberikan sebagai berikut:

1. Tentukan $X^{(k)}$ sedemikan sehingga $\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{b}$ dengan $\boldsymbol{X}_j^k \geq 0$ untuk j = n+1, ... , n+2m.
2. Kriteria berhenti adalah perubahan relative fungsi objektif pada setiap iterasi, yaitu $|P_{k+1} - P_k|/\max\{1,|P_k|\} < \epsilon$ dengan ϵ yaitu maksimum iterasi sebanyak 2000.
   atau perubahan relative pada nilai interior yang memungkinkan pada setiap iteasinya $|\boldsymbol{X}_{k+1} - \boldsymbol{X}_k| < \epsilon$

3. Sistem yang Dibangun



Gambar 1. Flowchart Sistem

3.1 Data saham

Data saham yang digunakan merupakan data *close price* indeks saham JII (Jakarta Islamic Index) dari Januari 2008 sampai dengan Januari 2018. Data tersebut dibagi menjadi 2 yaitu data yang digunakan untuk membangun model adalah data saham dari bulan Januari 2008 sampai dengan Desember 2014. Kemudian data dari bulan Januari 2015 sampai dengan Januari 2018 digunakan sebagai data yang akan diuji dengan model yang sudah dibangun dari data model.

Tabel 1. Indeks JII dengan 27 saham tiap minggu, periode Januari 2008 - Januari 2018

Tanggal	JII	1	. . .	27
		ADRO	. . .	EXCL
13/1/2008	351.75	1640	. . .	2096.08
20/1/2008	371.98	1630	. . .	2145.4
7/1/2008	375.88	1630	. . .	2392
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
1/7/2018	791.5311016	2230	. . .	3200
14/1/2018	792.4307	2180	. . .	3150

3.2 Weekly return, expected return dan beta coefficient

Nilai *weekly return* diambil dari nilai return saham per minggu. *Expected return* merupakan nilai rata – rata dari return saham. Beta coefficient ditentukan sebagai berikut :

$$\beta_i = \frac{cov\ (R_i, R_M)}{var\ (R_M)}; \qquad i = 1, 2, \ldots., 32$$

dengan M menunjukkan sebagai indeks untuk market, “cov” dan “var” menyatakan kovariansi dan variansi, sedangkan R_i adalah return dari saham ke-i dan R_M return pada market portofolio (JII).

3.3 Menentukan covariance matrix

Covariance matrix V dibagi dua yaitu covariance matrix V untuk data yang digunakan sebagai model (Januari 2008 sampai dengan Januari 2014) dan data uji (Januari 2015 hingga Januari 2018) dihitung berdasarkan informasi weekly return dari ke-27 saham yang didapat dari tabel 4 dan tabel 5.

3.4 Menentukan semivariance matrix

Dari nilai weekly return yang didapat maka proses perhitungan nilai *semivariance* matrix ditentukan dengan tiga tahap. Pertama, menentukan $v\ (R_M > E_M)$ yaitu nilai *semivariance* (di atas nilai rata – rata) dari portofolio market M. Apabila nilai weekly return R_M lebih besar dari pada nilai expected return E_M maka hitung nilai square deviation yaitu $(R_M - E_M)^2$. Sedangkan jika sebaliknya, apabila nilai weekly return kurang dari atau sama dengan nilai expected return, maka square deviation bernilai nol. Nilai *semivariance* didapat dengan menjumlahkan nilai square deviation dan kemudian dibagi dengan banyaknya nilai return yang diamati.

Kedua, dari nilai beta pada Tabel 2 dan *semivariance* yang sudah didapat dari langkah di atas, maka hitung matriks B dimana komponennya adalah:

$$\beta_j \beta_h v\ (R_M > E_M)$$

Ketiga, menentukan *semivariance* matix yang merupakan hasil pengurangan antara matriks V dengan matriks B.

3.5 Membandingkan nilai semivariansi dari *efficient frontier* portofolio *mean semivariance* dan portofolio *mean variance*

Menentukan nilai *semivariance* dari portofolio mean-variance dan mean-*semivariance* dengan expected return yang ditentukan (E0) adalah 0,0033; 0,0043; 0,0053; 0,0063; 0,0073; 0,0083; 0,0093; 0,013; 0,023 sehingga membentuk *efficient frontier*.

3.6 Membandingkan nilai semivariansi secara teoritik dari data historic dengan nilai semivariansi yang diperoleh dari data uji

Perbandingan nilai semivariansi pada portofolio mean-variance dan portofolio mean-*semivariance* antara data historik yang sudah dibangun dengan menggunakan data dari tahun 2008 sampai dengan 2014 dengan data uji yang menggunakan data dari tahun 2015 sampai dengan 2018.

3.7 Pertumbuhan portofolio yang didapat dengan menggunakan data uji

Diberikan contoh simulasi pertumbuhan portofolio dengan menggunakan data uji selama 3 tahun yaitu tahun 2015 sampai dengan 2018 per minggu.

4. Evaluasi

4.1 Hasil Pengujian

A. *Weekly return, expected return* dan *beta coefficient*

Tabel 2. Indeks JII dengan 27 sahamnya: nilai weekly return, expected return dan beta. Data model (27 saham Januari 2008 – Desember 2014).

Tanggal	*Weekly return*			
	JII	ADRO	. . .	EXCL
	R_M	R_1	. . .	R_{27}
13/1/2008	0.057512	-0.0060976	. . .	0.02353
20/1/2008	0.010484	0	. . .	0.114944
27/1/2008	-0.03977	-0.0184	. . .	0.03028
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
21/12/2014	0.051402	. . .	. . .	-0.003093605
28/12/2014	-0.01402	-0.0336538	. . .	-0.04757
Expected Return		0.010986	. . .	0.007232
Beta		0.124386659	. . .	0.028889729

Tabel 3. Indeks JII dengan 27 sahamnya: nilai weekly return, expected return dan beta, Data uji (27 saham Januari 2015 – Januari 2018).

Tanggal	Weekly return			
	JII	ADRO	. . .	EXCL
	R_M	R_1	. . .	R_{27}
4/1/2015	0.006849	-0.06965	. . .	-0.00651
11/1/2015	0.014054	0.069519	. . .	0.075409
18/1/2015	-0.00854	0	. . .	-0.02439
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
31/12/2017	0.001137772	. . .	. . .	0.063122924
7/1/2018	0.001136	-0.02242	. . .	-0.01563
Expected Return		0.010986	. . .	-0.00712
Beta		0.000734926	. . .	0.574256071

B. Hasil covariance matrix

Tabel 4. Covariance Matrix dari matrix dari return data model (27 saham Januari 2008 – Desember 2014).

		1	. . .	27
		ADRO	. . .	EXCL
1	ADRO	0.0043	. . .	0.0006
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
27	EXCL	0.0006	. . .	0.0100

Tabel 5. Covariance Matrix dari matrix dari return data uji (27 saham Januari 2015 – Januari 2018).

		1	. . .	27
		ADRO	. . .	EXCL
1	ADRO	0.0045	. . .	0.0010
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
27	EXCL	0.0010	. . .	0.0031

C. Hasil nilai *semivariance above the mean*

Tabel 6. Menentukan nilai *semivariance* v $(R_M > E_M)$ untuk data model (27 saham Januari 2008 – Desember 2014).

Tanggal	JII	Nilai Rata – rata	Square Deviation
	R_M	E_M	Jika $R_M > E_M$ maka $(R_M - E_M)^2$ Jika $R_M \leq E_M$ maka 0
13/1/2008	0.057512438	0.002734247	0.00300065
. . .	. . .	. . .	. . .

4/1/2009	-0.06329	0.002734247	0
11/1/2009	-0.02065	0.002734247	0
. . .	. . .	. . .	. . .
21/12/2014	0.051402	0.002734247	0.002368517
28/12/2014	-0.01402	0.002734247	0
Jumlah square deviation			0.193658917
Banyaknya weekly return yang diamati			338
semivariance $v\ (R_M > E_M)$			0.000572955

Tabel 7. Menentukan nilai *semivariance* $v\ (R_M > E_M)$
untuk data uji (27 saham Januari 2015 – Januari 2018).

Tanggal	JII	Nilai Rata – rata	Square Deviation
	R_M	E_M	Jika $R_M > E_M$ maka $(R_M - E_M)^2$ Jika $R_M \leq E_M$ maka 0
1/4/2015	0.006848927	0.000991543	3.43089E-05
. . .	. . .	. . .	. . .
1/3/2016	0.048633211	0.000991543	0.002269728
1/10/2016	-0.018768967	0.000991543	0
. . .	. . .	. . .	. . .
12/31/2017	0.001137772	0.000991543	2.13828E-08
1/7/2018	0.001136479	0.000991543	2.10063E-08
Jumlah square deviation			0.044573471
Banyaknya weekly return yang diamati			158
semivariance $v\ (R_M > E_M)$			0.000282111

D. Hasil Matriks B

Tabel 8. Matriks B yang merupakan hasil dari $\beta_j \beta_h v\ (R_M > E_M)$
untuk data model (27 saham Januari 2008 – Desember 2014).

		1	. . .	27
		ADRO	. . .	EXCL
1	ADRO	0.0002	. . .	0.0001
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
27	EXCL	0.0001	. . .	0.0001

Tabel 8. Matriks B yang merupakan hasil dari $\beta_j \beta_h v\ (R_M > E_M)$
untuk data uji (27 saham Januari 2015 – Januari 2018).

		1	. . .	27
		ADRO	. . .	EXCL
1	ADRO	0.0008	. . .	0.0001
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
27	EXCL	0.0001	. . .	-0.0003

E. Hasil *Semivariance* Matriks

Tabel 9. *Semivariance* Matriks dari data model (27 saham Januari 2008 – Desember 2014).

		1	. . .	27
		ADRO	. . .	EXCL
1	ADRO	-0.0040	. . .	0
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
27	EXCL	-0.0005	. . .	-0.0099

Tabel 10. *Semivariance* Matriks dari data uji (27 saham Januari 2015 – Januari 2018).

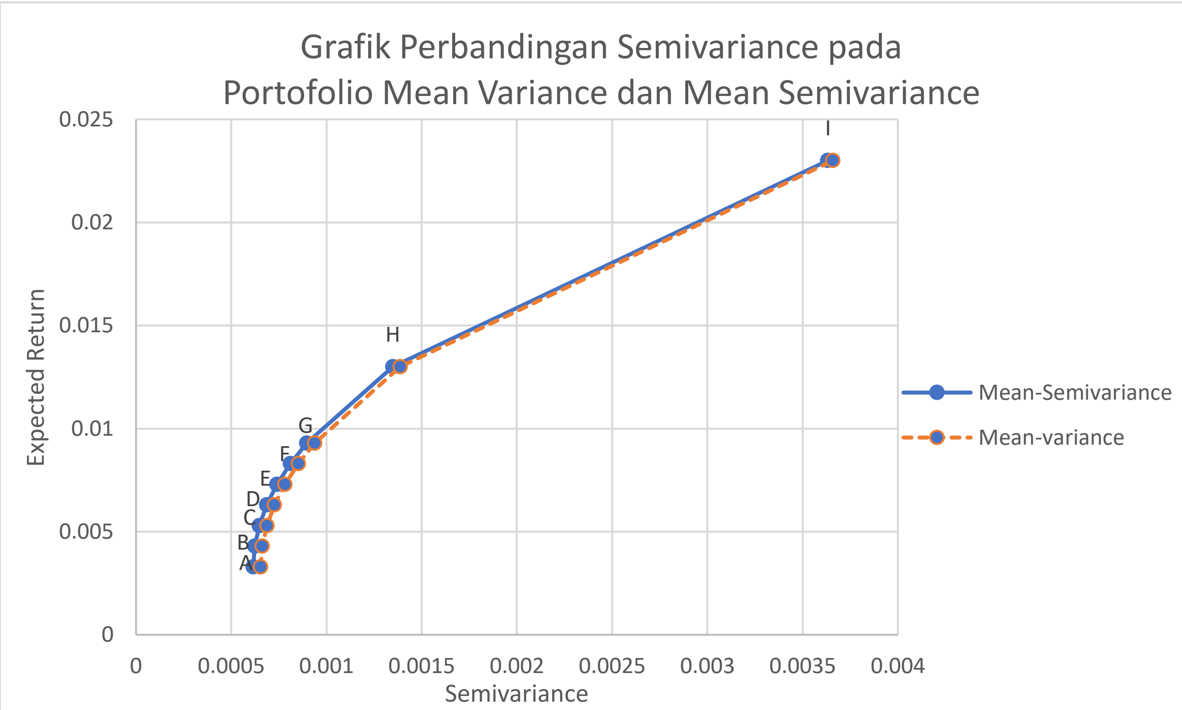
		1	. . .	27
		ADRO	. . .	EXCL
1	ADRO	-0.0045	. . .	-0.001

. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
27	EXCL	-0.001	. . .	-0.0031

F. Membandingkan nilai semivariansi dari *efficient frontier* portofolio *mean-semivariance* dan portofolio *mean-variance*

Tabel 11. Perbandingan nilai semivariansi dari portofolio *mean-variance* dan *mean-semivariance* .

Titik	Ekspektasi Return	Semivariansi		
		Mean-*Semivariance* at Equal Weights	**Mean - *Semivariance***	**Mean - Variance**
A	0,0033	0.13917	0.00066549	0.00067584
B	0,0043	0.13917	0.00062318	0.00066315
C	0,0053	0.13917	0.00064673	0.00068723
D	0,0063	0.13917	0.00068581	0.00072679
E	0,0073	0.13917	0.00074041	0.00078168
F	0,0083	0.13917	0.00081054	0.00085193
G	0,0093	0.13917	0.00089619	0.00093757
H	0,013	0.13917	0.0013481	0.0013881
I	0,023	0.13917	0.0036326	0.0036595



Gambar 2. Grafik Efficient Frontier Mean Variance dan Mean *Semivariance*

Berdasarkan grafik diatas bahwa nilai *semivariance* pada portofolio mean semivarince lebih kecil dibandingkan nilai *semivariance* pada portofolio mean variance dengan nilai expected return yang telah ditemtukan.

G. Membandingkan nilai semivariansi secara teoritik dari data historic dengan nilai semivariansi yang diperoleh dari data uji

Untuk membandingkan nilai semivariansi secara teoretik dan nilai semivariansi dari data uji, maka diambil sebagai sampel adalah titik E, H dan I. Kemudian bobot pada ketiga titik tersebut adalah:

Tabel 12. Bobot portofolio pada titik E, H dan I

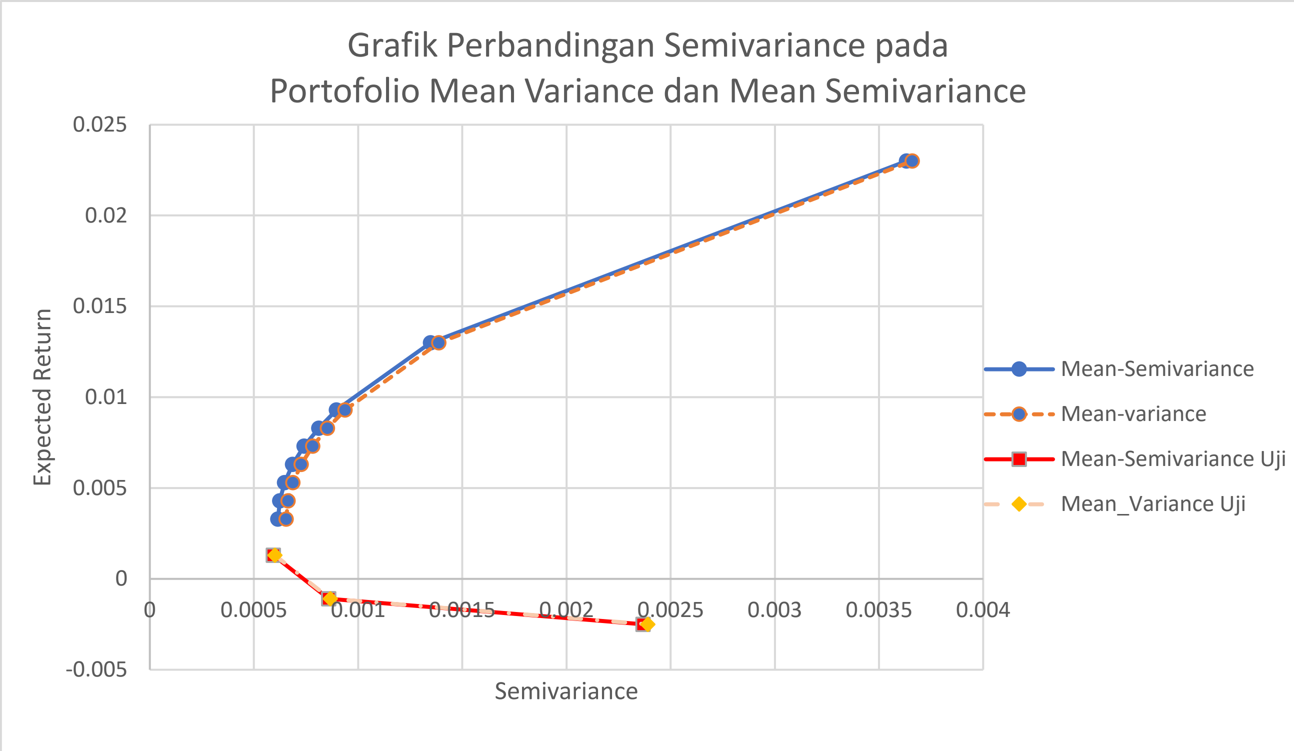
Titik E		**Titik H**		**Titik I**	
X1	0.0669	X1	-0.0276	X1	-0.1611

X2	-0.0554	X2	0.1252	X2	0.2272
X3	-0.0755	X3	-0.2117	X3	-0.4859
X4	-0.0027	X4	-0.0591	X4	-0.0299
X5	-0.0213	X5	-0.0541	X5	-0.1442
X6	-0.0254	X6	0.0141	X6	0.0762
X7	0.1015	X7	-0.007	X7	0.0251
X8	-0.0101	X8	0.1728	X8	0.2977
X9	0.0533	X9	-0.0696	X9	-0.1742
X10	0.0986	X10	0.1288	X10	0.2611
X11	0.0289	X11	0.0333	X11	-0.0814
X12	0.0062	X12	0.0543	X12	0.0988
X13	-0.0159	X13	0.0263	X13	0.0616
X14	0.0698	X14	-0.0202	X14	-0.0278
X15	0.0027	X15	0.0524	X15	0.022
X16	0.0177	X16	0.0044	X16	0.0073
X17	0.0964	X17	0.0192	X17	0.0219
X18	0.0828	X18	0.1509	X18	0.2468
X19	-0.0585	X19	0.0968	X19	0.1217
X20	0.2384	X20	-0.0454	X20	-0.0223
X21	0.0060	X21	0.0927	X21	-0.1629
X22	-0.0636	X22	0.0155	X22	0.0321
X23	0.2506	X23	-0.0491	X23	-0.0239
X24	0.0324	X24	0.2667	X24	0.2951
X25	0.0794	X25	0.1053	X25	0.2329
X26	0.0484	X26	0.131	X26	0.2218
X27	0.0669	X27	0.0541	X27	0.0642
Semivariansi	**0.00059323**	**Semivariansi**	**0.00085809**	**Semivariansi**	**0.0023673**
E0	**0,0013**	**E0**	**-0.0011**	**E0**	**-0.0025**

Dari tabel di atas dapat dibuat tabel perbandingan antara semivariansi pada data teoretik dan semivariansi pada data uji sebagai berikut.

Tabel 13. Perbandingan nilai semivariansi dan ekspektasi return data teoretik dan data uji

	Ekspektasi Return		**Semivariansi**	
Titik	**Teoretik**	**Uji**	**Teoretik**	**Uji**
E	0.0073	0.0013	0.00074041	0.00059323
H	0.013	-0.0011	0.0013481	0.00085809
I	0.023	-0.0025	0.0036326	0.0023673



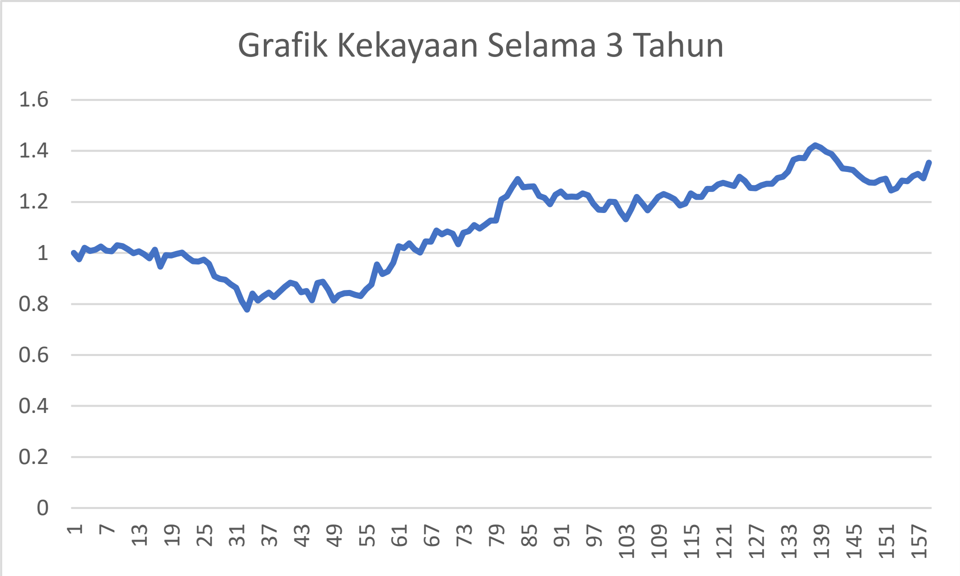
Gambar 3. Grafik *Efficient Frontier* portofolio *Mean – Variance* dan *Mean – Semivariance* Data Teoretik dan Data Uji.

H. Pertumbuhan portofolio yang didapat dengan menggunakan data uji

Diberikan sebuah contoh kasus yaitu seorang investor yang ingin menginvestasikan kekayaannya sebanyak 1 Miliar. Dengan bobot portofolio paling meminimumkan nilai *semivariance* pada mean *semivariance* data model, selanjutnya diimplementasikan pada data uji mengenai pertumbuhan portofolionya. Dengan nilai return selama 3 tahun yang sudah diketahui, dan bobot yang paling meminimumkan nilai semivariansi yang sudah diketahui, maka nilai return portofolionya dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (3) atau (7). Diketahui kekayaan awal sebesar 1 miliar, maka pertumbuhan portofolio selama tiga tahun sebagai berikut:

Tabel 14. Pertumbuhan portofolio selama tiga tahun

Tanggal	Minggu ke - i	Return Portofolio	Kekayaan Awal = 1
4/1/2015	1	-0.0255	0.974513
11/1/2015	2	0.04760	1.0209
18/1/2015	3	-0.01283	1.007799
. . .	. . .	. . .	. . .
7/1/2018	159	0.04768	1.353897



Gambar 4. Grafik pertumbuhan portofolio selama tiga tahun

4.2 Analisis Hasil Pengujian

Berdasarkan hasil pengujian nilai semivariansi dari *efficient frontier* portofolio *mean – semivariance* dan portofolio *mean variance*, nilai semivariansi portofolio *mean semivariance* selalu lebih kecil dibandingkan dengan nilai semivariansi portofolio *mean – variance* pada semua ekpektasi *return*. Berdasarkan tabel 13 bahwa pada titik E nilai ekspektasi return pada data uji yaitu 0.0013 lebih kecil dari pada return secara teoretik yaitu 0.0073, dimana selisih nilai ekspektasi return cukup besar. Begitu pun nilai semivariansi pada data uji yaitu 0.00059323 lebih kecil dibandingkan dengan semivariansi secara teoretik yaitu 0.00074041. Kemudian pada titik H nilai ekspektasi return pada data uji juga lebih kecil yaitu -0.0011, dengan selisih yang sangat jauh dari ekspektasi return secara teoretik yaitu 0.013. Nilai semivariansi pada data uji yaitu 0.00085809 juga lebih kecil dibandingkan semivariansi secara teoretik yaitu 0.0013481. Pada titik I juga hampir sama dengan titik H yaitu nilai ekspektasi return pada data uji yaitu -0.0025 memiliki selisih yang sangat jauh dari ekspektasi return secara teoretik yaitu 0.023. Nilai semivariansi pada data uji yaitu 0.0023673 juga labih kecil dibandingkan semivariansi secara teoretik yaitu 0.0036326.

Selanjutnya pada pertumbuhan portofolio berdasarkan data uji didapat hasilnya naik turun seperti yang terlihat pada gambar 4. Walaupun demikian, nilai kekayaan yang awalnya bernilai 1 kemudian bertambah menjadi 1.353. Hal ini tentu sangat menguntungkan seorang investor.

5. Kesimpulan

Berdasarkan eksperimen diatas, nilai *semivariance* dari portofolio mean-*semivariance* lebih kecil dibandingkan dengan nilai *semivariance* dari portofolio mean-variance pada tingkat ekspektasi *return* yang sama. Kemudian berdasarkan nilai semivariansi dari data uji dan data teoritik diperoleh bahwa nilai semivariansi pada data uji selalu lebih kecil dibanding nilai semivariansi pada data teoritik.

Daftar Pustaka

[1] Markowitz, H. (1952). Portofolio selection, The Journal of Finance 45, no. 1, 31-42.
[2] Luis Lobato Macedo, Pedro Godinho, Maria Joao Alves.(2017). Mean-*Semivariance* Portofolio Optimization with Multiobjective Evolutionary Algorithms and Technical Analysis Rules. Portugal:*ScienceDirect*
[3] D. Pla-Santamaria, M. Bravo Portofolio. (2012). Optimization Based on Downside Risk: a Mean-*Semivariance* Efficient Frontier from Dow Jones Blue Chips. New York: Springer Science
[4] Capinski, Marek., Tomasz Zastawniak. 2003. *Mathematic for Finance: An Introduction to Financial Engineering*. London : Springer.
[5] Merton, Robert C. 1970. An Analytic Derivation Of The Efficient Portofolio Frontier. Journal of Financial and Quantitive Analysis
[6] Momoh, J.A dkk., The Quadratic Interior Point Method Solving Power System Optimization Problems, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 3, August 1994.