

DESAIN DAN IMPLEMENTASI PENDULUM TERBALIK ROTASIONAL MENGUNAKAN KENDALI PID

DESIGN AND IMPLEMENTATION OF ROTARY INVERTED PENDULUM USING PID CONTROL

Fikri Choiri Ahmadi¹, Erwin Susanto, S.T., M.T., Ph.D², Ir. Porman Pangaribuan, M.T³.

^{1,2,3} Prodi S1 Teknik Elektro, Fakultas Teknik Elektro, Universitas Telkom

¹fikriahmadi96@gmail.com, ²erwinelektro@telkomuniversity.ac.id, ³porman@telkomuniversity.ac.id.

Abstrak

Rotary Inverted Pendulum adalah salah satu contoh penerapan dalam bidang kendali. Pengendalian *rotary inverted pendulum* bertujuan untuk membuat pendulum agar tetap pada posisi seimbang. Implementasi dari *rotary inverted pendulum* biasa diterapkan pada dunia kedirgantaraan, peluncuran roket, kabin kapal dan robotika. *Rotary Inverted Pendulum* merupakan salah satu sistem yang tidak stabil. Oleh karena itu dibutuhkan suatu pengendali yang baik agar sistem tersebut dapat bekerja sesuai yang diharapkan yaitu tetap berada dalam posisi seimbang. Pada jurnal ini penulis berfokus dalam mencari parameter PID menggunakan cara *hand tuning* atau biasa disebut *trial and error*. Dalam pengujiannya, penulis mengambil tiga buah parameter PID berbeda serta menambahkan tiga massa berbeda pada pendulum untuk diketahui respon melalui grafik.

Kata kunci : *Rotary Inverted Pendulum, PID, hand tuning, trial and error.*

Abstract

Rotary Inverted Pendulum is an example of application in the field of control. *Rotary inverted pendulum* control aims to keep the pendulum in a balance position. The implementation of *rotary inverted pendulums* is commonly applied to the world of aerospace, rocket launches, ship cabins and robotics.

Rotary Inverted Pendulum is an unstable system. Therefore, a good controller is needed so that the system can work as expected, which is to remain in a balance position.

In this final project the author focuses on finding PID parameters using the method of hand tuning or commonly called trial and error. In the test, the authors took three different PID parameters and added three different masses to the pendulum to know the response through the graph.

Keywords : *Rotary Inverted Pendulum, PID, hand tuning, trial and error.*

1. Pendahuluan

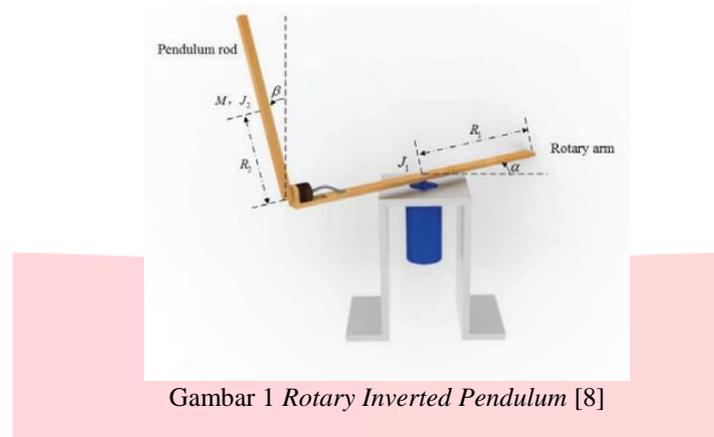
Sistem kontrol (*control system*) memiliki peranan penting dalam dunia teknologi terutama dalam dunia teknologi industri yang semakin hari pertumbuhannya semakin pesat. Selain berperan penting dalam pembuatan pesawat luar angkasa, peluncuran roket juga satelit, sistem kontrol juga sangat erat hubungannya dengan dunia perindustrian. Sebagai contoh, hal yang dapat kita temukan ialah tentang operasi-operasi yang berkaitan dengan temperatur, tekanan, kelembaban hingga ke proses produksi. Dengan adanya sistem kontrol itu sendiri, dapat memangkas waktu dan biaya produksi, meningkatkan kualitas produksi juga meningkatkan intensitas produksi.

Sistem kontrol juga dapat dibagi menjadi dua bagian. Pertama ialah sistem kontrol loop terbuka (*open loop system*). Dalam sistem ini, proses pengaturan dilakukan secara manual yang artinya, operator dapat mengamati hasil/keluaran secara kasat mata, kemudia melihat apakah hasilnya sudah sesuai dengan yang diharapkan atau tidak, apabila belum maka operator harus mencoba variabel lain agar hasilnya dapat sesuai dengan yang diharapkan. Kedua adalah sistem kontrol loop tertutup (*close loop system*). Sistem ini hampir sama dengan sistem kontrol loop terbuka, namun yang membedakannya ialah sistem kontrol loop tertutup dapat melakukan koreksi variabel secara otomatis. Hal ini dikarenakan terdapat umpan balik (*feedback*) dari hasil keluaran, yang dapat kembali menuju masukan apabila tidak sesuai dengan apa yang kita harapkan setelah dikurangi dengan nilai *set point*, sehingga keluaran akan selalu dipertahankan pada kondisi setimbang sesuai *set point* yang telah ditentukan. Dalam tulisan ini penulis mengangkat topik masalah tentang pengendalian *Rotary Inverted Pendulum*. Cara kerja tentang masalah ini ialah bagaimana kita mempertahankan posisi *pendulum* dalam keadaan tegak lurus posisi setimbang. Dalam tulisan ini penulis menggunakan suatu metode kendali. Yaitu kendali PID dimana kendali tersebut sudah dikenal dalam bidang teknik kendali konvensional.

2. Dasar Teori dan Metode

2.1. Rotary Inverted Pendulum

Rotary Inverted Pendulum adalah sistem yang memiliki dua derajat kebebasan (DOF) yaitu searah jarum jam maupun berlawanan arah jarum jam. Pada dasarnya sistem ini terintegrasi dengan tiga elemen: motor dan dua batang yang disebut dengan lengan dan pendulum. Dilihat dari gambar II-1, cara kerja dari sistem tersebut adalah bagaimana kita menyetimbangkan pendulum yang terhubung dengan lengan.



Gambar 1 *Rotary Inverted Pendulum* [8]

Lengan berfungsi sebagai penghubung antara pendulum dengan motor DC. Fungsi dari motor DC disini adalah untuk memberikan putaran yang memungkinkan pendulum dapat melakukan gerakan penyeimbangan.

2.2. Kendali PID

Kendali PID (Proportional Integral Derivatif) adalah salahsatu jenis pengendali yang paling banyak digunakan di bidang industri sekarang ini. Pengendali PID terdiri dari tiga komponen, yaitu Proporsional (P), Integral (I) dan Derivatif (D). Ketiga komponen tersebut saling melengkapi satu sama lain, sehingga kelemahan-kelemahan pada salah satu komponen dapat ditutupi oleh komponen yang lainnya. Komponen I dan D tidak dapat berdiri sendiri dan selalu dikombinasikan dengan komponen P menjadi PI atau PID. Kendali PID akan mengeluarkan aksi kendali dengan membandingkan nilai kesalahan atau *error* yang merupakan selisih dari variabel proses dan *setpoint*, yang akan digunakan sebagai masukan pengendali untuk mengeluarkan sinyal kendali $u(t)$ [11]. Persamaan umum kendali PID dapat ditulis dalam persamaan (1-1) sebagai berikut :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1-1)$$

Dengan :

- K_p : gain proporsional
- K_i : gain integral
- K_d : gain derivatif
- e : *error* = $Y_{sp} - Y_m$
- Y_{sp} : *setpoint*
- Y_m : variabel proses
- t : waktu

2.2.1. Hand Tuning Parameter PID

Ada berbagai cara untuk mencari parameter PID, salahsatunya dengan cara *hand tuning*. Prosedur untuk menentukan *hand tuning* adalah sebagai berikut :

- Melepaskan kendali integral dan differensial dengan memberikan nilai K_i dan K_d sama dengan nol.
- Mengatur nilai K_p hingga didapat respon yang cukup responsif dibanding sebelumnya.
- Dengan menaikkan nilai K_p , nilai dari K_d dinaikkan untuk mengurangi *overshoot* yang terjadi pada sistem.
- Lalu berikan nilai K_i sehingga sistem dapat setimbang dengan cukup baik.

Kelebihan dari *hand tuning* ini adalah dapat dilakukan dengan cepat, sehingga kita dapat melihat secara langsung respon sistem yang terjadi ketika nilai K_p , K_i dan K_d kita rubah. Kekurangan dari *hand tuning* ini adalah apakah nilai akhir dari K_p , K_i dan K_d telah sesuai ketika kita mendapatkan nilai K_p , K_i dan K_d melalui perhitungan secara matematis atau belum [10].

3. Pemodelan Matematika Rotary Inverted Pendulum

Pemodelan matematika *rotary inverted pendulum* dijelaskan dalam dua tahap, yaitu menurunkan persamaan dinamika sistem dan model kendali motor DC.

3.1. Menurunkan persamaan dinamik sistem

Menggunakan persamaan *Euler-Lagrange* untuk pemodelan matematis dari *Rotary Inverted Pendulum* sebagai berikut [7][9].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (2-1)$$

Dimana q_i adalah posisi angular, \dot{q}_i adalah kecepatan angular, Q_i torsi dan L adalah fungsi lagrange, didefinisikan sebagai:

$$L = T - V \quad (2-2)$$

Dimana T adalah total energi kinetik dari sistem mekaniknya dan V adalah total energi potensialnya.

1) Energi Potensial:

Satu-satunya energi potensial dalam sistem ini adalah gravitasi dari pendulum itu sendiri seperti dibawah ini,

$$V = M_g R_2 \cos \beta \quad (2-3)$$

Dimana g adalah percepatan gravitasi

2) Energi Kinetik:

Energi kinetik pada sistem ini ada tiga buah yaitu rotasi *pendulum* disekitar titik tengah massa $E_{pen,r}$, pergerakan pusat massa pendulum $E_{pen,m}$, dan rotasi dari lengan putar E_{arm} .

$$T = E_{pen,r} + E_{pen,m} + E_{arm} \quad (2-4)$$

Kecepatan *pendulum* memiliki dua komponen yaitu kecepatan horizontal $V_{pen,x}$ dan kecepatan vertikal $V_{pen,y}$.

$$\begin{cases} V_{pen,x} = R_1 \dot{\alpha} - R_2 \dot{\beta} \cos \beta \\ V_{pen,y} = R_2 \dot{\beta} \sin \beta \end{cases} \quad (2-5)$$

Maka didapat persamaan berikutnya,

$$E_{pen,m} = \frac{1}{2} M \left[(R_1 \dot{\alpha} - R_2 \dot{\beta} \cos \beta)^2 + (R_2 \dot{\beta} \sin \beta)^2 \right] \quad (2-6)$$

Energi kinetik untuk rotasi pendulum dan rotasi *arm* (2-7) dan (2-8) sebagai berikut,

$$E_{pen,r} = \frac{1}{2} J_2 \dot{\beta}^2 \quad (2-7)$$

$$E_{arm,r} = \frac{1}{2} J_1 \dot{\alpha}^2 \quad (2-8)$$

Dengan penggabungan (2-4), (2-6), (2-7) dan (2-8), energi kinetik keseluruhan sistem adalah,

$$T = \frac{1}{2} M \left[(R_1 \dot{\alpha} - R_2 \dot{\beta} \cos \beta)^2 + (R_2 \dot{\beta} \sin \beta)^2 \right] + \frac{1}{2} J_1 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\beta}^2 \quad (2-9)$$

Selanjutnya linearisasi sistem diatas dengan menganggap,

$$\cos \alpha \approx 1, \sin \alpha \approx \alpha, \dot{\alpha}^2 \approx 0 \quad (2-10)$$

$$\begin{cases} (J_1 + MR_1^2) \ddot{\alpha} = MR_1 R_2 \ddot{\beta} = T_m - B_{eq} \dot{\alpha} \\ (J_1 + MR_1^2) \ddot{\beta} - MR_1 R_2 \ddot{\alpha} - M_g \ddot{\beta} = 0 \end{cases} \quad (2-11)$$

Dimana B_{eq} adalah koefisien redaman viskos dan T_m adalah keluaran torsi motor DC

3.2. Pemodelan motor DC

Untuk mendapatkan torsi keluaran motor DC, kita harus lebih dulu menetapkan model kendali [5][6]. Persamaan tahanan sebagai berikut:

$$V_d = R_a I_r + E_b \quad (2-12)$$

Dimana V_d adalah tegangan penggerak, R_a adalah hambatan armature, I_r adalah arus rotor, E_b adalah back EMF.

Back EMF dari sebuah motor DC adalah berbanding lurus dengan kecepatan rotor $\dot{\alpha}$:

$$E_b = K_1 \dot{\alpha} \quad (2-13)$$

Dimana K_1 adalah back EMF

Torsi keluaran motor berbanding lurus dengan arus rotor I_r :

$$T_m = K_2 I_r \quad (2-14)$$

Dimana K_2 adalah torsi motor

Dengan persamaan (2-12) (2-13) (2-14) dan menganggap rasio gear dan effisiensinya maka:

$$T_m = \frac{\eta_1 \eta_2 K_2 K_3 (V_d - K_1 K_3 \dot{\alpha})}{R_a} \quad (2-15)$$

Dimana K_3 rasio gear dari gearbox, η_1 adalah effisiensi motor dan η_2 adalah effisiensi gearbox

Oleh karena itu, kombinasikan (2-11) dan (2-15), representasi state-space rotary inverted pendulum dapat diperoleh.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{bf}{e} & \frac{cd}{e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{cf}{e} & \frac{ad}{e} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \\ \beta \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{bg}{e} \\ 0 \\ \frac{cg}{e} \end{bmatrix} V_d \quad (2-16)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \\ \beta \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_d$$

Tabel II- 1 ringkasan dari persamaan diatas

konstanta	nilai
a	$J_1 + MR_1^2$
b	$J_2 + MR_2^2$
c	$MR_1 R_2$
d	$M_g R_2$
e	$ab - c^2$
f	$\frac{\eta_1 \eta_2 K_1 K_2 K_3^2 - B_{sq} R_a}{R_a}$
g	$\frac{\eta_1 \eta_2 K_2 K_3}{R_a}$

Dengan demikian, kita memiliki:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -6.8 & 3.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -9.6 & 40.9 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \\ \beta \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 13.5 \\ 0 \\ 19.04 \end{bmatrix} V_d$$

Dengan didapatnya persamaan *state-space* diatas, kita dapat menentukan dua buah fungsi alih sistem *rotary inverted pendulum* [8] :

$$\begin{cases} \frac{\alpha(s)}{V_d(s)} = \frac{13.5s^2 - 490.2}{s^4 + 6.8s^3 - 40.9s^2 - 247.7s} \\ \frac{\beta(s)}{V_d(s)} = \frac{19.04s^2}{s^4 + 6.8s^3 - 40.9s^2 - 247.7s} \end{cases} \tag{2-17}$$

4. Pengujian Parameter PID dan Penambahan Massa pada Pendulum

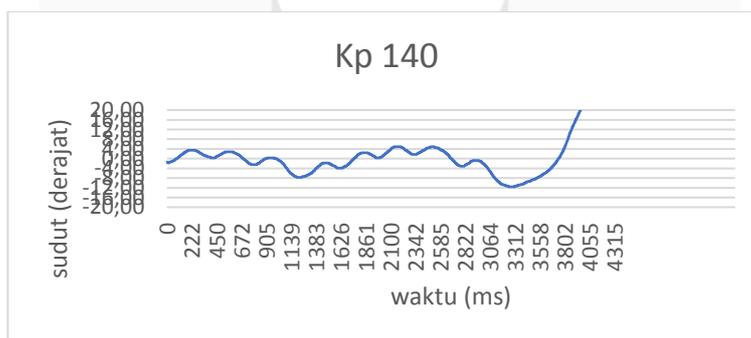
Pengujian parameter PID dan Penambahan Massa pada pendulum dimaksudkan untuk mengetahui nilai Kp, Ki dan Kd yang dinilai baik untuk performansi sistem ketika melakukan penyeimbangan pendulum dengan cara *hand tuning*.

4.1. Pencarian nilai Kp

Pencarian nilai Kp dilakukan dengan mencoba tiga nilai secara acak seperti gambar 2 dibawah ini.

No.	Kp	Ki	Kd	Respon
1	70	0	0	respon masih lambat, sistem belum dapat beresilasi, jatuh pada ±0.7s
2	100	0	0	sistem sudah mulai beresilasi, jatuh pada ±3s
3	140	0	0	sistem sudah mulai beresilasi, jatuh pada ±5s

Gambar 2 Pencarian nilai Kp



Gambar 3 Grafik Kp 140

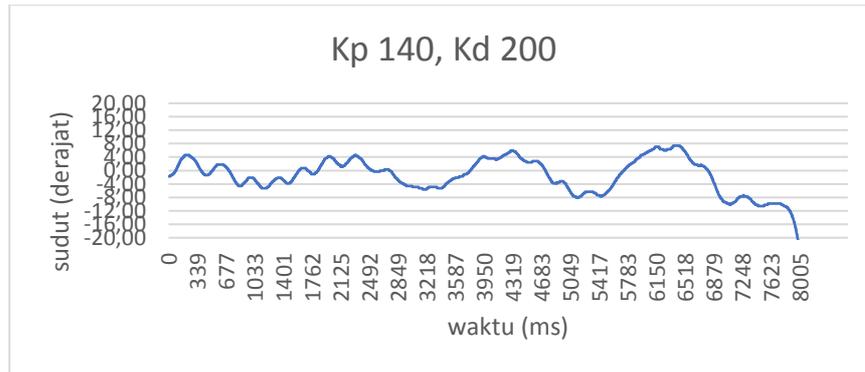
Dari grafik diatas, ketika diberi nilai Kp 140, sistem cukup menunjukkan perubahan yaitu respon yang lebih responsif daripada respon sebelumnya. Namun pada detik 3.7 pendulum tidak dapat mempertahankan posisinya lagi sehingga pendulum terjatuh.

4.2. Pencarian Nilai Kd

Pencarian nilai Kd dilakukan dengan mencoba tiga nilai secara acak seperti gambar 4 dibawah ini.

No.	Kp	Ki	Kd	Respon
1	140	0	75	sistem mulai penyeimbangan, respon lambat, lalu jatuh pada $\pm 5s$
2	140	0	125	sistem mulai penyeimbangan lalu jatuh pada $\pm 8s$
3	140	0	200	sistem mulai penyeimbangan, <i>error</i> lebih diredam dari sebelumnya lalu jatuh pada $\pm 8s$

Gambar 4 Pencarian nilai Kd



Gambar 5 Grafik Kd 200

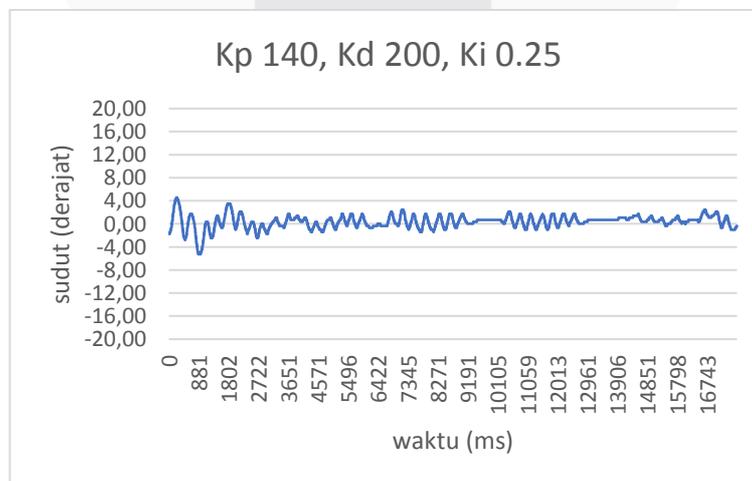
Dilihat dari grafik diatas, respon semakin cepat dari sebelumnya, terlihat dari osilasi yang terjadi. Pendulum dapat menyeimbangkan dari detik 0-6.8 selebihnya pendulum terjatuh.

4.3. Pencarian nilai Ki

Pencarian nilai Ki dilakukan dengan mencoba tiga nilai secara acak seperti gambar 6 dibawah ini.

No.	Kp	Ki	Kd	Respon
1	140	0.05	200	sistem mulai setimbang lalu jatuh pada $\pm 8s$
2	140	0.15	200	<i>error</i> mulai diredam, sistem setimbang $\geq 15s$
3	140	0.25	200	<i>error</i> mulai teredam lebih baik dari sebelumnya , sistem setimbang $\geq 15s$

Gambar 6 Pencarian nilai Ki

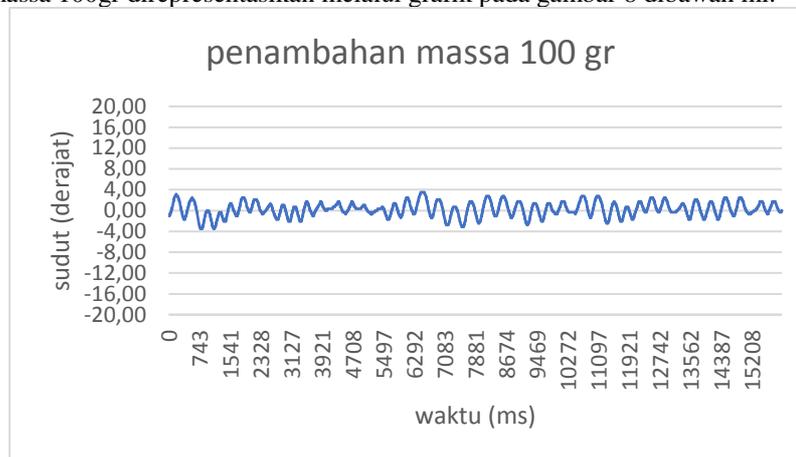


Gambar 7 Grafik Ki 0.25

Dengan mencoba merubah kembali konstanta K_i sebesar 0.25 dengan harapan apakah respon yang didapat akan lebih baik dari sebelumnya atau sebaliknya. Dari grafik terlihat bahwa respon menunjukkan perubahan yang lebih baik lagi dibanding dengan pengujian sebelumnya dari segi respon yang semakin cepat serta simpangan sudut pendulum yang semakin mengecil ketika melakukan penyeimbangan.

4.4. Penambahan Massa 100 gr

Penambahan massa 100gr direpresentasikan melalui grafik pada gambar 8 dibawah ini.

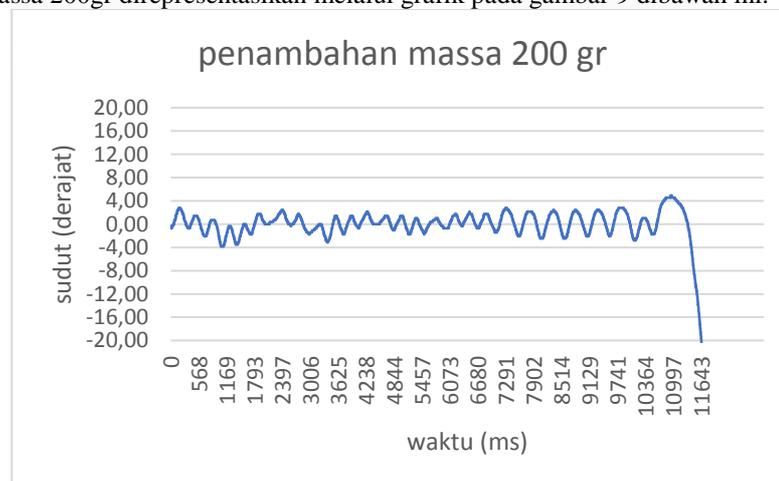


Gambar 8 Grafik Massa 100gr

Ketika terjadi penambahan massa pendulum sebesar 100gr, sistem masih bisa menyeimbangkan dengan cukup baik sehingga pendulum dapat berada pada posisi setimbang ketika waktu $\geq 14s$. Hal ini menunjukkan bahwa pendulum masih dapat menyeimbangkan posisinya ketika diberi massa 100gr di atasnya.

4.5. Penambahan Massa 200 gr

Penambahan massa 200gr direpresentasikan melalui grafik pada gambar 9 dibawah ini.

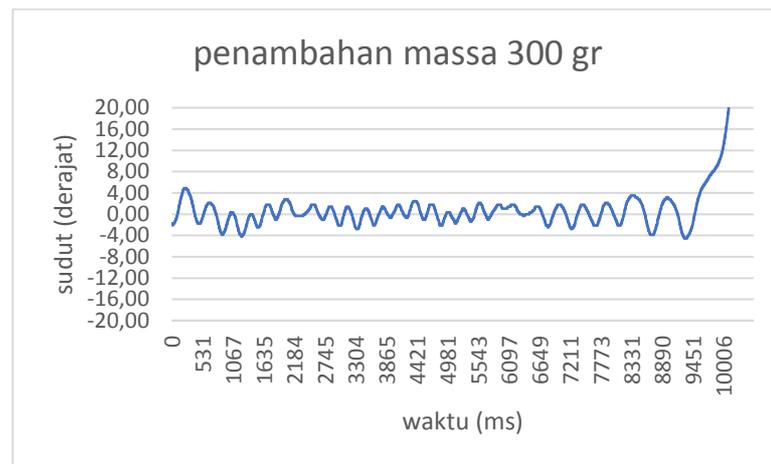


Gambar 9 Grafik Massa 200gr

Ketika terjadi penambahan massa pendulum sebesar 200gr, sistem masih cukup bisa untuk menyeimbangkan pendulum dalam rentang waktu tertentu. Terlihat dari grafik, respon sedikit melambat seiring pertambahan massa pada pendulum. Ketika waktu menyentuh 11s, pendulum terjatuh. Hal ini menandakan bahwa dengan menambahkan massa 200gr dapat merubah indikator fungsi alih yang didalamnya terdapat massa pendulum. Sehingga dengan berubahnya nilai fungsi alih, nilai parameter PID pun berubah.

4.6. Penambahan Massa 300 gr

Penambahan massa 200gr direpresentasikan melalui grafik pada gambar 10 dibawah ini.



Gambar 10 Grafik Massa 300gr

Ketika terjadi pertambahan massa pada pendulum sebesar 300gr, respon sistem lebih lambat dibanding pengujian sebelumnya. Dapat dilihat dari hasil grafik diatas, pendulum sempat melakukan penyeimbangan namun pada rentang waktu 7s-10s respon semakin melambat dengan ditandai dengan simpangan sudut membesar hingga pada akhirnya pendulum terjatuh. Hal ini menunjukkan bahwa nilai dengan menambahkan massa 300gr dapat merubah indikator pada fungsi alih yang salahsatunya terdapat massa pendulum. Sehingga dengan berubahnya nilai fungsi alih, nilai parameter PID pun berubah.

5. Kesimpulan

1. Berdasarkan dari pengujian dalam pencarian nilai K_p , K_i dan K_d , nilai yang didapat dan cukup baik untuk sistem *rotary inverted pendulum* ini adalah berturut-turut 140, 0.25 dan 200.
2. Berdasarkan pengujian penambahan massa 100gr, pendulum masih dapat menyeimbangkan posisi.
3. Berdasarkan pengujian penambahan massa 200gr dan 300gr, pendulum tidak dapat mempertahankan posisi seimbang dalam rentang waktu yang lama. Hal ini ditandai dengan terjatuhnya pendulum.

6. Saran

1. Pendulum dapat melakukan aktivitas *swing-up* sehingga kita dapat mengetahui sistem dalam posisi dibawah/tidak stabil.
2. Pencarian nilai K_p , K_i dan K_d dapat melalui perhitungan fisis maupun matematis sehingga nantinya kita dapat mengetahui nilai K_p , K_i dan K_d yang memang benar-benar cocok untuk sistem *rotary inverted pendulum* ini.
3. Teknik pengkabelan lebih ringkas sehingga tidak mempengaruhi kinerja pendulum saat melakukan penyeimbangan, melihat manajemen kabel yang belum tertata dengan baik.
4. Metode kendali yang lebih variatif sehingga dapat menjadi bahan pembelajaran kedepannya.

DAFTAR REFERENSI

- [1] H. Taguchi and M. Araki, "Two-Degree-of-Freedom PID Controllers — Their Functions and Optimal Tuning," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 33, no. 4, pp. 91–96, 2000.
- [2] A. G. T. R. K. B. Subudhi, "Robust proportional – integral – derivative compensation of an inverted cart – pendulum system : an experimental study," no. May 2011, pp. 1145–1152, 2012.
- [3] J. T. Wen, "Nonlinear Model Predictive Control for the Swing-Up of a Rotary Inverted Pendulum," vol. 126, no. September, pp. 666–673, 2004.
- [4] Z. Wang, "Minimum-Time Swing-up," pp. 1335–1340, 2004.
- [5] A. A. Shafie, "Modeling and Control of a Rotary Inverted Pendulum Using Various Methods, Comparative Assessment and Result Analysis," pp. 1342–1347, 2010.
- [6] A. Journal, A. Sciences, and S. Publications, "Real-Time Optimal Control for Rotary Inverted Pendulum Viroch Sukontanakarn and Manukid Parnichkun Mechatronics , School of Engineering and Technology , Asian Institute of Technology , Pathumthani , Thailand," vol. 6, no. 6, pp. 1106–1115, 2009.
- [7] W. Zhong and R. Helmut, "Energy and Passivity Based Control of the Double Inverted Pendulum on a Cart,"

- pp. 896–901, 2001.
- [8] K. Lai, J. Xiao, X. Hu, J. Fan, and B. Wu, “Modeling and control for stability and rotation velocity of a rotary inverted pendulum,” *Proc. 2015 10th IEEE Conf. Ind. Electron. Appl. ICIEA 2015*, pp. 955–960, 2015.
- [9] T. A. N. K. O. K. Chye, “Rotary Inverted Pendulum Teo Chun Sang School of Electrical and Electronic Engineering Nanyang Technological University,” 1998.
- [10] M. Kontrol, G. D. Nusantoro, M. A. Muslim, and R. Indra, “Rancang Bangun Rotary Inverted Pendulum,” 6, no. 2, pp. 161–170, 2012.

