

KENDALI LINEAR QUADRATIC REGULATOR UNTUK TWO WHEELED BALANCER

LINEAR QUADRATIC REGULATOR CONTROL FOR TWO WHEELED BALANCER

Afdal Zikra¹, Erwin Susanto², Muhammad Zakiyullah Romdlony³

^{1,2,3}Prodi S1 Teknik Elektro, Fakultas Teknik Elektro, Universitas Telkom

¹afdalzikra@gmail.com ²erwinelektro@telkomuniversity.ac.id ³zakiyullahromdlony@telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Robot wheel balancer saat ini sedang berkembang dan mulai dimanfaatkan sebagai transportasi bagi manusia. Fokus dari tugas akhir yang akan dibuat adalah bagaimana membangun sebuah robot roda dua yang dapat menjaga keseimbangan. Untuk menjaga keseimbangannya, robot roda dua membutuhkan adanya sistem kontrol. Pada tugas akhir juga akan membuat alat yang sama dalam prinsip kerjanya, namun dalam ukuran yang berbeda. Terdapat beberapa metode kontrol yang dapat digunakan untuk mengendalikan keseimbangan robot dua roda. Metode kontrol yang digunakan adalah metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)*. Robot *two wheeled balancer* yang akan dibangun menggunakan 2 buah motor dc untuk 2 buah roda sebagai aktuator dari robot. Robot ini menggunakan Arduino uno sebagai *board controller* nya yang didalamnya sudah terintegrasi dengan sensor *accelerometer* dan *gyroscope*.

Kata kunci: *wheeled balancer, keseimbangan, kontrol, LQR, accelerometer, gyroscope, controller*

Abstract

Robot wheel balancer is developed for human transportation. The focus of the final task that will be made is to make robot wheels that can regulate balance. To maintain its balance, two-wheeled robots need a control system. The final project will make the same tool, but in different sizes. There are several control methods that can be used to adjust the balance of a two-wheeled robot. The control method used in this final project is the Linear Quadratic Regulator (LQR) method. The two-wheels balancing robot that will be built uses 2 dc motors for 2 wheels as an actuator from the robot. This robot uses the Arduino as its controller board which has integrated it with an accelerometer and gyroscope sensor.

Keywords: *wheel balancer, balance, control, LQR, accelerometer, gyroscope, controller.*

1. Pendahuluan

Salah satu robot yang dikembangkan saat ini adalah *two wheeled balancer*. *Two wheeled balancer* merupakan sebuah robot beroda dengan satu roda di sisi kanan dan satu roda yang lain di sisi kiri dengan beban berada di antara keduanya. Robot ini berdiri tegak pada bidang horizontal. Namun robot ini masih memiliki kelemahan yaitu tidak mampu berdiri menyeimbangkan dirinya baik dari posisi berdiri ataupun dari posisi tidur tanpa adanya sistem kontrol. Oleh karena itu penulis tertarik menjadikan hal ini sebagai bahan penelitian.

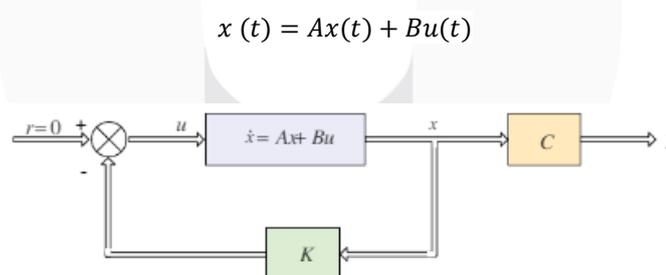
Seperti yang telah penulis sampaikan bahwa dibutuhkan adanya metode kendali yang dapat menyelesaikan persoalan tersebut. Salah satu contoh metode kendali yang dapat digunakan yaitu *Linear Quadratic Regulator* (LQR). Metode LQR merupakan salah satu metode sistem kontrol modern dengan berbagai kelebihan. Diantara kelebihan dari metode ini, yaitu metode ini merupakan salah satu metode sistem kontrol optimal yang berarti mengambil perhitungan yang paling baik yang dapat dicapai dengan memperhatikan kondisi, kendala dan biaya dari sistem tersebut. Kelebihan lain dari metode ini yaitu dapat mengetahui karakteristik dan tingkah laku sistem secara detail, notasinya pun dapat dibentuk dalam persamaan matriks dan vektor. Metode kontrol ini juga dapat digunakan untuk mengendalikan sistem proses dengan banyak masukan dan banyak keluaran (MIMO).

2. Dasar Teori

Penelitian terhadap kontrol kestabilan keseimbangan robot two wheeled balancer dengan kendali *linear quadratic regulator* memerlukan dasar teori yaitu konsep *linear quadratic regulator*, model dinamis penculum terbalik, accelerometer, dan gyroscope.

2.1 Linear Quadratic Regulator [1]

Linear Quadratic Regulator (LQR) merupakan salah satu metode kendali modern. Kendali LQR digunakan untuk mendapatkan kestabilan suatu sistem dari plant yang bersifat linear. LQR merupakan salah satu metode sistem kontrol optimal dengan mengambil perhitungan yang paling baik yang dapat dicapai dengan memperhatikan kondisi, kendala, dan biaya dari sistem tersebut. Kelebihan lain dari kendali ini yaitu dapat mengetahui karakteristik dan tingkah laku sistem secara detail. Selain itu kendali ini juga bersifat multi *input* multi *output* (MIMO) yang berarti dapat digunakan untuk mengendalikan suatu sistem dengan banyak masukan dan banyak keluaran. Perancangan metode LQR menggunakan persamaan ruang keadaan (*state space*). *State space* dari sistem sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Block LQR Control

Perancangan LQR menggunakan persamaan performa index kuadratik melalui matriks x dan kendali masukan u diperoleh persamaan di bawah ini:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

Dalam perancangan LQR persamaan index performansi dituliskan sebagai J , sedangkan Q dan R merupakan matriks pembobotan. Dimana Q adalah matriks semi definit positif, Sedangkan R adalah matriks definit positif. Berdasarkan teori kontrol optimal, persamaan LQR akan didapat sebagai berikut:

$$u = -R^{-1} B^T P x$$

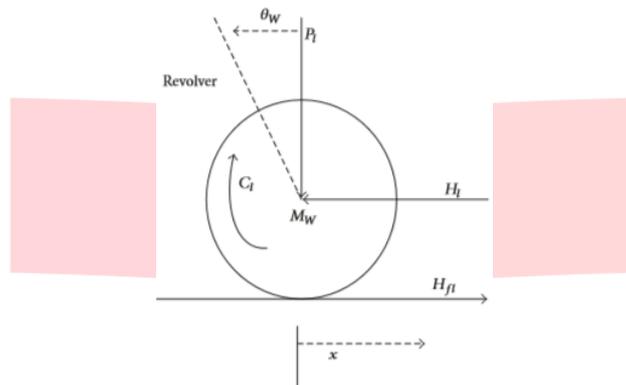
dimana P adalah solusi persamaan ricati

$$PA + A^T P + Q - BPR^{-1}B^T P = 0$$

Nilai input u dapat ambil dari $u = -Kx$ dengan $K = R^{-1}B^T P$ sehingga tercapai nilai kontrol yang objektif.

2.2 Model Dinamis Pendulum Terbalik [2]

Struktur utama robot two wheeled balancer terdiri dari *body* dan dua buah roda yang digerakkan oleh motor. Kualitas parameter momen inersia dan ukuran roda dianggap sama, jadi *body center of gravity* dari robot terpasang inverted atau terbalik menyerupai pendulum. Untuk mendapatkan persamaan dinamis dari *two wheeled balancer* maka akan didapat melalui persamaan dinamis dari roda dan pendulum.



Gambar 2. Analisis Gaya Pada Two Wheeled Balancer

Persamaan dinamis dari roda didapatkan melalui penurunan hukum Newton dan persamaan putaran torsi:

$$M_w \ddot{x} = H_{fR} - H_R$$

$$I_w \ddot{\theta}_w = C_R - H_{fR} \cdot R$$

Persamaan gaya pada roda kanan ditunjukkan sebagai berikut:

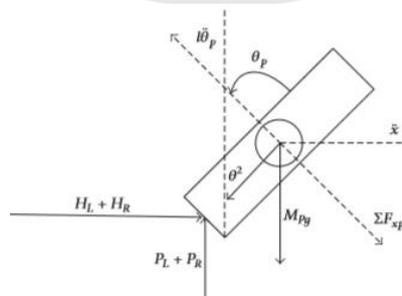
$$M_w \ddot{x} = H_{fL} - H_R$$

$$I_w \ddot{\theta}_w = C_L - H_{fL} \cdot R$$

Dari sana maka akan didapatkan:

$$2 \left(M_w + \frac{I_w}{R^2} \right) \ddot{x} = \frac{C_R C_L}{R} - H_R + H_L$$

Dari persamaan diatas M_w adalah maasa dari roda, I_w adalah momen inersia roda, R merupakan radius roda. \ddot{x} adalah percepatan roda terhadap sumbu horizontal. C_R dan C_L merupakan torsi roda kanan dan kiri. H_L dan H_R adalah gaya pada sumbu vertikal dari kedua roda. H_{fL} dan H_{fR} adalah gaya *interatomic* pada roda kiri dan kanan terhadap lanta, dan θ_w adalah sudut roda terhadap sumbu vertikal.



Gambar 3. Analisis Gaya Pada Body Two Wheeled Balancer

Badan robot *two wheeled balancer* dimodelkan berdasarkan pendulum terbalik. Analisis gaya pada tubuh robot ditunjukkan pada gambar diatas. Dengan menggunakan hukum kedua Newton gaya pada sumbu horizontal ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= (H_R + H_L) - M_p l \ddot{\theta}_p \sin \theta_p - M l \ddot{\theta}_p \cos \theta_p \\ &= M_p \cdot x_p = M_p (\ddot{x} + l \sin \ddot{\theta}_p).\end{aligned}$$

dari persamaan diatas, x_p merupakan jarak antara pusat massa pendulum dengan permukaan,

$$x_p = x + l \sin \theta_p.$$

dengan menggunakan hukum kedua Newton arah gaya vertikal ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sum F_{xp} &= M_p g \sin \theta - (P_R + P_L) \sin \theta_p + (H_L + H_R) \cos \theta_p \\ &= M_p (x + l \sin \theta_p) \cos \theta_p\end{aligned}$$

Total torsi dari pusat massa badan robot adalah sebagai berikut:

$$\sum M_0 = I_p \ddot{\theta}_p = \frac{P_R + P_L}{\sin \theta_p} - \frac{H_R + H_L}{\cos \theta_p}$$

Diasumsikan nilai θ_p^2 sangat kecil atau mendekati nol, $\theta_p^2 \approx 0$, $\sin \theta_p \approx \theta_p$, $\cos \theta_p = 1$. Maka dihasilkan dari proses linearisasi menjadi:

$$\left(M_p + 2M_w \frac{I_w}{R^2} \right) \ddot{x} = \frac{C_R + C_L}{R} - 2M_p l \theta_p$$

$$2(M_p l^2 + I_p) \ddot{\theta}_p = M_p g l \theta_p - M_p l \ddot{x}$$

Dari persamaan di atas, θ_p adalah sudut deviasi badan robot terhadap sumbu vertikal, I_p adalah momen inersia pendulum, M_p adalah massa pendulum, l adalah jarak dari pusat massa pendulum dari poros. Sehingga keluaran torsi roda adalah $C_R = C_L = I_R(d\omega/dt) = (kt/R)U_a - (-K_t K_e/R)\dot{\theta}_w$. Maka didapatkan persamaan two wheeled balancer dalam *state space* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2K_t K_e (M_p L r_2 - I_p - M_p L^2)}{R r_2 a} & \frac{M_p^2 g L^2}{a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{2K_t K_e (M_p L r_2 - I_p - M_p L^2)}{R r_2 a} & \frac{M_p g L b}{a} & 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2K_t (I_p + M_p L^2 - M_p L r_2)}{R r_2 a} \\ 0 \\ \frac{2K_t (M_p L - r_2 b)}{R r_2 a} \end{bmatrix} U_a\end{aligned}$$

Nilai a dan b pada matriks diatas dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}a &= \left[I_p b + 2M_p L^2 \left(M_w + \left(\frac{I_w}{r_2^2} \right) \right) \right] \\ b &= \left[(2M_w + \left(\frac{2I_w}{r_2^2} \right) + M_p) \right]\end{aligned}$$

Persamaan output ditunjukkan sebagai berikut:

$$y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

2.3 Accelerometer [3]

Accelerometer merupakan sebuah sensor analog yang digunakan dalam mengukur percepatan suatu benda. Sensor ini mengukur percepatan dinamis dan statis. Pengukuran dinamis artinya pengukuran terhadap benda yang sedang bergerak. Sedangkan pengukuran statis artinya pengukuran terhadap benda yang tidak

bergerak atau pada posisi diam. Sensor accelerometer menghitung percepatan gravitasi terhadap tiga sumbu yaitu sumbu x,y,dan z sebagai nilai masukkan. Keluaran dari sensor ini menghasilkan 3 sinyal analog yaitu untuk sumbu x, y, dan z.

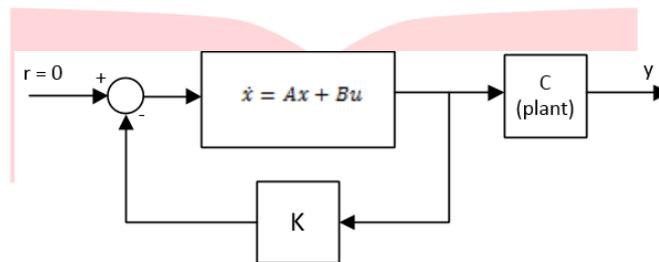
2.4 Gyroscope [3]

Gyroscope merupakan sebuah sensor yang digunakan dalam mengukur kemiringan suatu benda. Sensor membaca kecepatan sudut yang dialami suatu benda. Sensor gyroscope mengukur kemiringan suatu benda terhadap tiga sumbu, yaitu sumbu x,y,dan z. Sehingga Keluaran yang dihasilkan juga tiga sinyal pada untuk masing-masing sumbu.

3 Perancangan Sistem

Pada bagian ini akan di jelaskan mengenai perancangan sistem *robot two wheeled balancer*.

3.1 Diagram Blok

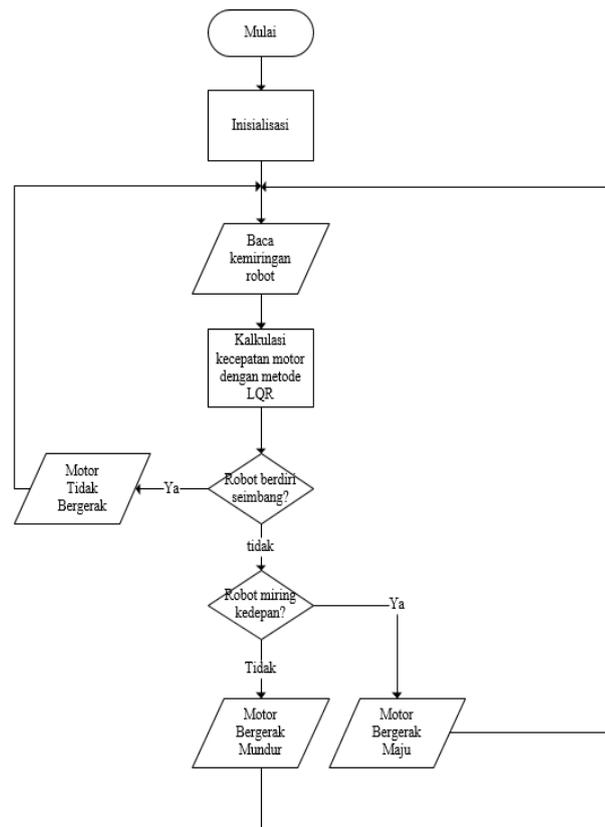


Gambar 4. Diagram Blok Wheeled Balancer

Diagram blok pada perancangan kali ini terdiri dari state feedback, plant, input, dan output. Pada perancangan ini input dan output sistem berupa sudut kemiringan robot. State feedback pada diagram berisikan pembacaan sensor accelerometer dan gyroscope. Pada perancangan ini plant yang digunakan berupa motor dc. Masukan dan keluaran dari sistem ini berupa sudut dari kemiringan robot terhadap sumbu vertikal.

3.2 Flow Chart

Dalam sistem perancangan robot two wheeled balancer akan mudah dipahami sistem kerjanya dengan melalui *flowchart*. *Flowchart* pada robot *two wheeled balancer* berisi mengenai tahap masukan, proses, dan keluaran. Flowchar robot *two wheeled balancer* ditunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 5. Flowchart Sistem *Two Wheeled Balancer*

Tahap pertama dalam perancangan robot setelah robot diaktifkan yang berarti sistem robot dimulai adalah inisialisasi. Pada tahap ini set point, pin, dan variabel yang digunakan ditentukan. Tahap kedua adalah input, pada perancangan ini yaitu membaca kemiringan robot. Jika robot berada pada keadaan seimbang maka motor dc akan diam mempertahankan kan posisinya. Namun, jika miring ke depan atau kebelakang maka motor akan bergerak maju atau mundur. Kemudian kembali lagi dengan membaca kemiringan robot, dan begitu seterusnya.

4. Pengujian

Pengujian dilakukan pada simulasi matlab dan juga pada robot *two wheeled balancer*.

4.1 Pengujian Simulasi Pada Matlab

Pada pengujian ini telah diperoleh nilai variabel-variabel untuk robot *two wheeled balancer* sebagai berikut,

Variabel	Nilai	Satuan	Keterangan
M_p	0.742	[Kg]	Massa pendulum
M_w	0.033	[Kg]	Massa roda
L	0.07	[m]	Jarak pusat massa pendulum ke pusat massa roda
r	7.8	[Ω]	Resistansi motor
K_m	0.7	[Nm/A]	Konstanta torsi motor
K_e	1.005	[V.s/rad]	Konstanta Emf motor
R_l	0.035	[m]	Jari-jari luar roda

R_2	0,0024	[m]	Jari-jari dalam roda
I_p	3.63×10^{-3}	[Kg.m ²]	Momen inersia pendulum
I_w	2.82×10^{-5}	[Kg.m ²]	Momen inersia roda
g	9.8	[m/s ²]	Gravitasi bumi
a	0.061		
b	1.28		

Dimana, M_p adalah massa dari pendulum, M_w massa dari roda, L adalah jarak antar pusat massa pendulum dengan titik tengah roda, R adalah resistansi motor dc, K_t adalah konstanta torsi motor dc, K_e adalah konstanta emf motor dc, d adalah diameter roda, I_p adalah momen inersia pendulum, I_w adalah momen inersia roda, g adalah percepatan gravitasi. Dari variabel-variabel tersebut yang dimasukkan ke dalam *state space* dari *two wheeled balancer*[2] maka diperoleh matriks A,B,C,D sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -123.5519 & 4.3344 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -182.1621 & 105.8477 & 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.3028 \\ 0 \\ 6.344 \end{bmatrix} \quad D = [0]$$

Kemudian diasumsikan nilai Matrik Q dan matrik R sebagai berikut:

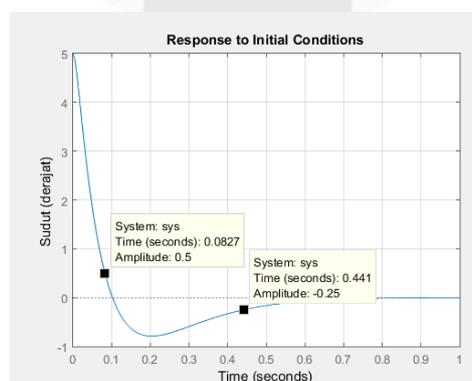
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$R = [10]$$

sehingga setelah diperoleh matrik A,B,Q, dan R maka dapat diperoleh gain K menggunakan persamaan kendali LQR melalui solusi persamaan ricati sebagai berikut:

$$K = [-0.3162 \quad -57.5122 \quad 442.8078 \quad 42.4011]$$

dari gain K tersebut maka dapat diperoleh hasil kendali LQR pada sistem robot *two wheeled balancer* sebagai berikut:

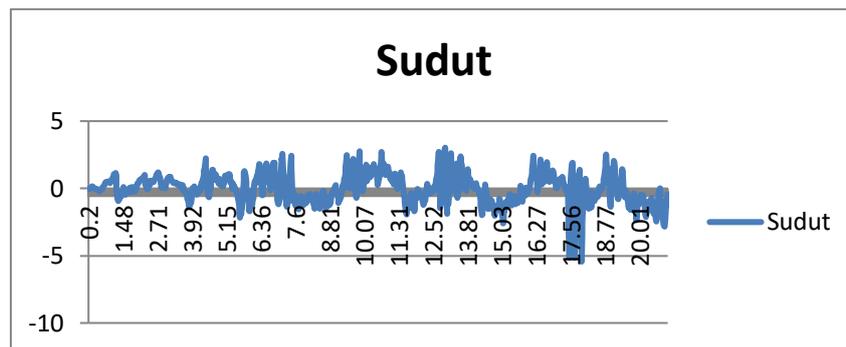


Gambar 6. Simulasi Kendali LQR Pada Sistem Robot *Two Wheeled Balancer*

Grafik di atas merupakan grafik sudut terhadap waktu dari hasil pengujian simulasi yang diperoleh dengan kendali LQR untuk sistem robot *two wheeled balancer*. Pengujian dilakukan untuk mengetahui respons sistem untuk *initial condition* dengan keadaan awal sudut adalah 5 derajat. Hasil pengujian menunjukkan bahwa *rise time* (t_r) yang dihasilkan adalah 0,0827 detik saat 0,5 derajat yaitu dari 90% nilai dari nilai yang diinginkan. Hasil pengujian juga menunjukkan bahwa *settling time* (t_s) sistem adalah 0,441 detik saat -0,25 derajat yaitu saat berada di daerah 5% dari *set point* yang diinginkan.

4.2 Pengujian Pada Robot Two Wheeled Balancer

Berikut ini adalah grafik yang menggambarkan sikap kemiringan robot terhadap waktu.



Gambar 7. Pengujian Robot Tanpa Diberikan Gangguan

Pengujian ini dilakukan dengan menggunakan *gain* $K_1=0.1$, $K_2=0.11$, $K_3=870$, dan $K_4=186$. Grafik di atas merupakan grafik hasil dari pergerakan sudut robot *two wheeled balancer* terhadap waktu tempuh saat tidak diberikan gangguan. Robot dapat berdiri dengan stabil dalam jangka waktu hingga 21,17 detik. Keadaan sudut rata-rata robot berada pada -2 sampai 2 derajat.

5. Kesimpulan

1. Pengujian kendali LQR menggunakan simulasi Matlab menghasilkan nilai $K_1 = -0.3162$, $K_2 = -57,5122$, $K_3 = 442.8078$, dan $K_4 = 42.4011$. Sistem dapat stabil saat $t = 0,8$ detik
2. Pengujian kendali LQR menggunakan simulasi Matlab menghasilkan nilai $K_1 = -0.3162$, $K_2 = -57,5122$, $K_3 = 442.8078$, dan $K_4 = 42.4011$. Hasil pengujian menunjukkan bahwa *rise time* (t_r) yang dihasilkan adalah 0,0827 detik saat 0,5 derajat yaitu dari 90% nilai dari nilai yang diinginkan. Hasil pengujian juga menunjukkan bahwa *settling time* (t_s) sistem adalah 0,441 detik saat -0,25 derajat yaitu saat berada di daerah 5% dari *set point* yang diinginkan.

Daftar Pustaka

- [1] Chenxi Sun, T.Lu,K. Yuan, "Balance Control of Two-wheeled Self-balancing Robot Based on Linear Quadratic Regulator and Neural Network" Fourth International Conference on Intelligent Control and Information Processing, Juni 9 – 11, 2013.
- [2] J. Fang, "The LQR Controller Design of Two-Wheeled Self-Balancing Robot Based on the Particle Swarm Optimization Algorithm" Hindawi Publishing Corporation, Volume 2014.
- [3] LEKSHMY, A.GEORGE, ATHIRA.C.V, "SELF BALANCING ROBOT", International Journal of Computer Engineering In Research Trends, Issue 12, December-2015.