

## Analisis Energi Mekanik Aliran Air Terjun dengan Simulasi Berbasis Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

M. Ghazali S.<sup>1</sup>Jondri<sup>2</sup> Dede Trawidi<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Prodi Ilmu Komputasi Telkom University, Bandung

<sup>1</sup>[ghazali.suardi@gmail.com](mailto:ghazali.suardi@gmail.com) <sup>2</sup>[jondri123@gmail.com](mailto:jondri123@gmail.com) <sup>3</sup>[dede.tarwidi@gmail.com](mailto:dede.tarwidi@gmail.com)

### Abstrak

Keberadaan air terjun Indonesia berpotensi untuk dikembangkan dalam upaya memenuhi kebutuhan listrik di Indonesia. Dengan memanfaatkan energi mekanik aliran air terjun, akan mampu membangkitkan listrik. Analisis energi mekanik bisa dilakukan dengan menyimulasikannya menggunakan metode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH). Metode SPH sangat cocok dalam menyimulasikan aliran air terjun, karena memiliki kelebihan berupa dapat membentuk pergerakan partikel-partikel yang menyerupai karakteristik fluida.

Dalam proposal penelitian ini, metode SPH digunakan untuk menyelesaikan persamaan Navier-Stokes dan persamaan kontinuitas yang merupakan inti dari gerak fluida. Persamaan-persamaan pengatur tersebut digunakan untuk memperoleh percepatan, kecepatan, densitas, dan posisi partikel serta penyelesaian time stepping menggunakan metode Euler. Dengan persamaan-persamaan tersebut, simulasi aliran air terjun yang dihasilkan akan lebih menarik dan mampu menyelesaikan analisis yang diinginkan. Energi mekanik yang dihasilkan dari aliran air terjun dihitung berdasarkan massa, ketinggian, dan kecepatan dari setiap partikel SPH.

**Kata kunci :** *smoothed particle hydrodynamics*, simulasi air terjun, energi mekanik

### Abstract

*The existence of the waterfall in Indonesia has a potential to develop and to fulfill the electricity demand in Indonesia. By utilizing mechanical flow energy of the waterfall, it will be able to generate electricity. Analysis of mechanical energy can be done by simulating using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). SPH method is suitable to simulate the flow of the waterfall, because it has an advantage that can form of particles movement that falsify the characteristics of the fluid.*

*In this final project proposal, the SPH method is used to solve the Navier-Stokes equations and the continuity equation which is the core of fluid motion. The governing equations are used to obtain the acceleration, velocity, density, and the position of the particle as well as the completion of Euler time-stepping method. With these equations, simulating a waterfall flow generated will be more attractive and able to complete the analysis desired. Mechanical energy that generated from the flow of the waterfall is calculated based on the mass, altitude, and velocity of every particle SPH.*

**Keywords:** *smoothed particle hydrodynamics, waterfall simulation, mechanical energy*

### 1. Pendahuluan

Kekayaan alam Indonesia sangat berlimpah, termasuk air terjun yang tersebar di seluruh wilayah Indonesia. Setiap provinsi dianugerahi sejumlah air terjun yang masih terjaga kondisinya. Keberadaan air terjun, selain untuk tujuan tempat wisata yang bisa dinikmati keindahannya, air terjun juga digolongkan dalam sumber daya alam yang dapat diperbarui. Energi air terjun menjadi potensi dan kesempatan untuk dimanfaatkan sebagai pembangkit listrik yang terus menerus (sustainable), di tengah kondisi Indonesia saat ini yang masih kurang dalam pemanfaatan sumber energi terbarukan. Prinsip pembangkit listrik tenaga air terjun adalah dengan mengubah aliran air terjun menjadi energi mekanik (menggunakan turbin air) dan dari energi mekanik tersebut menjadi energi listrik (menggunakan generator). Tercatat penggunaan listrik di Indonesia pada tahun 2011 tercatat sebesar 165.712.000.000 kilo Watt hour (kWh) [11]. Air terjun dengan energi mekaniknya tentu mampu membantu memenuhi kebutuhan listrik di Indonesia. Salah satu cara dalam menganalisis energi mekanik yang dihasilkan air

terjun adalah dengan menyimulasikan aliran terjun tersebut.

Untuk menyimulasikan suatu permasalahan dalam pencarian solusi bisa menggunakan beberapa metode. Riset mengenai simulasi air terjun pernah dilakukan Uchiyama et al. pada tahun 2003 [12]. Dalam riset simulasinya, Uchiyama et al. menggunakan metode Moving Particle Semi-implicit (MPS) dua-dimensi. Metode lain yang kini sering digunakan dan banyak diterapkan di berbagai bidang, yaitu Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH).

Meskipun terdapat metode-metode lain, penyelesaian dengan metode SPH menghasilkan hasil yang akurat dan relatif lebih baik. SPH adalah pendekatan Lagrangian untuk komputasi dalam bidang dinamika fluida, metode yang memodelkan aliran fluida sebagai kumpulan partikel yang bergerak secara real-time dalam pengaruh dari hukum hidrodinamik dan gaya gravitasi. Kelebihan hasil visual metode SPH pada simulasi fluida cair yang tidak kental dan tidak dimampatkan akan terlihat lebih nyata jika dibandingkan metode lain [8]. SPH dapat menyimulasikan fenomena yang memiliki

domain geometri kompleks yang tidak bisa dimodelkan oleh metode lain seperti *finite difference*.

Dalam penelitian ini, akan digunakan metode *Smoothed Particle Hydrodynamics* dalam menyimulasikan aliran air terjun untuk menganalisis pengaruh ketinggian terhadap energi mekanik yang dihasilkan.

**2. Tinjauan Pustaka**

**2.1 Energi Mekanik Air Terjun**

Hukum I Termodinamika menjelaskan tentang hukum kekekalan energi, yaitu bahwa energi adalah kekal, yang artinya adalah jumlah energi sebelum dan sesudah proses adalah sama. Energi tidak dapat dimusnahkan dan energi tidak dapat dibuat, namun energi dapat berubah dari satu bentuk energi ke bentuk energi yang lain [1]. Energi mekanik merupakan penjumlahan energi dari energi kinetik dan energi potensial gravitasi. Energi mekanik air terjun dapat dimanfaatkan dalam pembangkit listrik tenaga air.

Proses pembangkit listrik tenaga air adalah dengan mengubah energi potensial air menjadi energi mekanik oleh turbin dan diubah lagi menjadi energi listrik oleh generator dengan memanfaatkan ketinggian dan kecepatan aliran air. Tenaga listrik dibangkitkan dengan cara memanfaatkan tinggi terjun. [3]

$$\text{Energi Mekanik} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh \tag{2.1}$$

m adalah besar massa obyek, v adalah nilai kecepatan obyek, g adalah nilai percepatan gravitasi, dan h adalah ketinggian obyek dari permukaan tanah. Di SPH, dapat dituliskan total energi dari sistem diskrit (dengan mengabaikan parameter eksternal luar). [11]

$$E = \sum_i m_i \left( \frac{1}{2}v_i^2 + u_i \right) \tag{2.2}$$

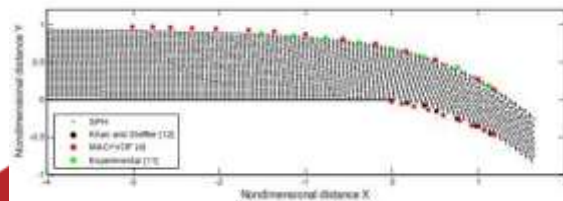
Dengan penjumlahan energi i, semua parameter di (2.2) adalah parameter dari sebuah partikel, termasuk u adalah energi panas dari sebuah partikel. Karena simulasi ini membahas mengenai energi mekanik, maka energi panas harus diabaikan. Meski energi mekanik partikel juga tidak bisa disamakan dengan menggunakan persamaan (2.1), namun penjumlahan energi mekanik partikel memiliki nilai yang mendekati nilai energi mekanik obyek. Maka di formula SPH, dapat dituliskan dengan

$$\text{Energi Mekanik} \approx \sum_{i=0}^n \frac{m_i \times v_i^2}{2} + (m_i \times g_i \times x(y)_i) \tag{2.3}$$

Dengan  $x(y)$  merupakan posisi partikel i di sumbu y, yang dapat diartikan sebagai ketinggian partikel.

**2.2 Metode SPH**

Pada simulasi ini menggunakan metode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) dengan melakukan pendekatan *Lagrangian* untuk komputasi dinamika fluida. Di metode tersebut, fluida dibagi menjadi elemen-elemen diskrit yaitu sistem partikel dan bergerak di bawah pengaruh gaya hidrodinamik dan gravitasi [4]. Pada tiap partikel, masing-masing memiliki percepatan, kecepatan, dan posisi. Partikel-partikel hasil metode SPH memiliki jarak spasial, yang kemudian dihaluskan oleh fungsi Kernel yang memungkinkan untuk mengevaluasi keakurasian



kuantitas fisik setiap partikel.

**Gambar 1** hasil plot partikel simulasi aliran air terjun dengan metode SPH dan metode lain (Hou, Q., dkk [5])

Salah satu kelemahan metode SPH adalah bahwa simulasi ini lebih lambat dari metode grid. Alasannya karena partikel bergerak bebas antara satu dengan yang lain, sehingga memakan waktu lebih untuk menemukan partikel tetangga. Selain itu, perlu menghitung jarak antara masing-masing pasangan partikel tetangga yang melibatkan perhitungan akar kuadrat.[7] Namun hasil metode SPH akan lebih rinci saat divisualisasikan jika dibandingkan metode grid.

Selain teori mengenai SPH, setidaknya ada empat langkah yang harus dipertimbangkan dalam pendekatan SPH: [12]

- Domain kontinum digambarkan oleh serangkaian partikel yang terdistribusi acak
- Fungsi seperti densitas, kecepatan, dan energi yang dirumuskan oleh rumus integral
- Rumus integral dari fungsi diubah menjadi penjumlahan terbatas tetangga partikel
- Fungsi kernel yang digunakan untuk memenuhi kriteria keakurasian hasil numerik

Pendekatan SPH dimulai dengan menulis rumus integral dari persamaan kontinuitas  $f(\mathbf{x})$ :

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')d\mathbf{x}' \tag{2.4}$$

$\mathbf{x}$  adalah vektor posisi dan  $\Omega$  adalah volum dari integral yang mengandung  $\mathbf{x}$ . Dan juga,  $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$  adalah fungsi delta Dirac yang bisa dijabarkan sebagai berikut:

$$\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \begin{cases} 1, & \text{if } \mathbf{x} = \mathbf{x}' \\ 0, & \text{if } \mathbf{x} \neq \mathbf{x}' \end{cases} \tag{2.5}$$

Jika diganti fungsi delta dengan fungsi kernel, W, menghasilkan pendekatan fungsi kernel  $f(\mathbf{x})$ :

$$\langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x')W(x - x'.h)dx' \tag{2.6}$$

Di sini, h merepresentasikan jarak pengaruh fungsi kernel dan disebut panjang penghalusan. Namun, untuk mendapatkan perkiraan kernel dari turunan spasial f(x) tidak sederhana. Secara beruntung, Liu dan Liu memperoleh pendekatan kernel dari  $\nabla \cdot f(x)$  dengan menerapkan teorema divergensi untuk mendapatkan

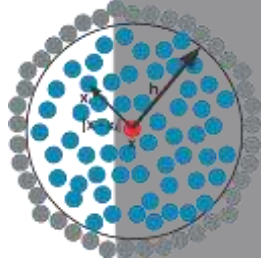
$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = - \int_{\Omega} f(x') \cdot \nabla W(x - x'.h)dx' \tag{2.7}$$

Tahap selanjutnya dari pendekatan SPH adalah untuk mendiskritisasi fungsi kekontinuan menjadi set partikel. N merepresentasikan total jumlah partikel tetangga dari partikel i pada posisi  $x_i$  dalam domain pengaruh  $\Omega_i$ . Dapat digambarkan objek yang dibagi menjadi bagian-bagian yang kecil dengan massa  $m_1, m_2, \dots, m_N$ , maka volum tiap bagian adalah  $\Delta V_j = m_j/\rho_j$ . Karena itu, pendekatan partikel dari persamaan dua sebelumnya adalah

$$\langle f(x) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j)W(x - x_j.h)dx' \tag{2.8}$$

$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \cdot \nabla W(x - x_j.h)dx' \tag{2.9}$$

Dengan  $m_j$  dan  $\rho_j$  adalah massa dan densitas dari partikel ke-j



Gambar 2 Jarak pengaruh dari fungsi kernel

**2.3 Fungsi Kernel**

Seperti penjelasan pada metode SPH sebelumnya yang menjelaskan adanya pendekatan partikel sehingga mengakibatkan perubahan nilai-nilai partikel tetangga, untuk melihat nilai atau bobot dari setiap partikel yang bertetangga maka di butuhkan fungsi kernel ,untuk melakukan fungsi kernel harus memenuhi beberapa kondisi di bawah ini : [10]

- Kondisi normal :

$$\int_{\Omega} W(x - x',h) d\Omega = 1 \tag{2.10}$$

- Nilai fungsi Delta :

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(x - x',h) = \delta(x - x') \tag{2.11}$$

- Compact support:

$$W(x| - x',h) = 0 \tag{2.12}$$

Di luar domain  $\Omega$

Spline kubik termasuk ke dalam bagian fungsi kernel ,spline kubik banyak di gunakan dalam permasalahan SPH dengan pendekatan :

$$W(r,h) = \alpha_d \begin{cases} \frac{3}{2} - \left(\frac{r}{h}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{h}\right)^3 & 0 \leq \frac{r}{h} \leq 1 \\ \frac{1}{6}\left(1 - \frac{r}{h}\right)^3 & 1 \leq \frac{r}{h} < 2 \\ 0 & \frac{r}{h} \geq 2 \end{cases} \tag{2.13}$$

r adalah jarak suatu partikel dengan partikel tetangganya. Karenan fungsi kernel digunakan pada sistem diskrit, maka menggunakan

$$\nabla W(r,h) = \frac{10/7\pi}{h^2} \begin{cases} -3\left(\frac{r}{h}\right) + \frac{9}{4}\left(\frac{r}{h}\right)^2 & 0 \leq \frac{r}{h} \leq 1 \\ -\frac{3}{4}\left(2 - \frac{r}{h}\right)^2 & 1 \leq \frac{r}{h} < 2 \\ 0 & \frac{r}{h} \geq 2 \end{cases} \tag{2.14}$$

**2.4 Persamaan Pengatur**

Dinamika fluida adalah sistem terpenting pada simulasi. Persamaan pengatur untuk dinamika fluida adalah persamaan momentum (persamaan Navier-Stokes), persamaan kontinuitas, dan persamaan keadaan. [12]

**2.4.1 Persamaan Momentum**

Persamaan Navier-Stokes berfungsi menjelaskan pergerakan fluida yaitu perubahan pada momentum (kecepatan) fluida. Persamaan Navier-Stokes dalam bidang kontinum dapat dinyatakan dengan

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + F \tag{2.15}$$

v = kecepatan partikel

$\rho$  = densitas partikel

P = tekanan partikel

F = gaya eksternal per satuan massa, atau percepatan gravitasi

Untuk kasus ini, tegangan permukaan diasumsikan tidak akan signifikan, sehingga dapat diabaikan. Di formula SPH, persamaan momentum dapat dituliskan dengan

$$\frac{dv_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2} \right) \nabla_i W(x_i - x_j.h) + F_i \tag{2.16}$$

**2.4.2 Persamaan Kontinuitas**

Diasumsikan bahwa cairan bersifat lemah dan dapat ditekan (compressible). Ini berarti bahwa densitas bergantung pada waktu, tetapi perubahan densitas tidak terlalu signifikan. Perubahan densitas dalam cairan dihitung dengan

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot v$$

(2.17)

Persamaan di atas dapat dituliskan dalam bentuk notasi SPH sebagai berikut

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j (v_i - v_j) \cdot \nabla_i W(x_i - x_j, h) \tag{2.18}$$

**2.4.3 Persamaan Keadaan**

Antara densitas dan tekanan terdapat keterhubungan pada persamaan keadaan. Di sini menggunakan bentuk sederhana dari persamaan keadaan yaitu

$$P = c^2(\rho - \rho_0) + P_{atm} \tag{2.19}$$

c adalah kecepatan suara,  $\rho_0$  adalah acuan densitas, dan  $P_{atm}$  adalah tekanan atmosfer. Hal ini dapat dilihat bahwa tekanan sebanding dengan kuadrat dari kecepatan suara dan densitas. Oleh karena itu, perubahan kecil pada densitas dapat mengakibatkan perbedaan besar dalam tekanan. Menurut persamaan momentum, kecepatan suara juga sangat berpengaruh. Oleh karena itu, pilihan kecepatan suara sangat penting dalam simulasi karena mempengaruhi perbedaan densitas. Dalam rangka menjaga fluktuasi densitas kurang dari 1%,  $c = \sqrt{gH}$  dipilih dengan g adalah percepatan gravitasi dan H adalah ketinggian permukaan air

**2.5 Persamaan Gerak Partikel**

Pergerakan partikel dalam hal ini posisi dari masing-masing partikel, dapat dirumuskan dengan [10]

$$\frac{dr_a}{dt} = v_a, \tag{2.20}$$

atau dengan varian XSPH (Monaghan, 1989)

$$\frac{dr_a}{dt} = \hat{v}_a = v_a + \varepsilon \sum_b m_b \left( \frac{v_{ba}}{\bar{\rho}_{ab}} \right) W_{ab} \tag{2.21}$$

Dengan  $\bar{\rho}_{ab} = (\rho_a + \rho_b)/2$  dan  $\varepsilon(0 \leq \varepsilon \leq 1)$  dianggap konstan. Varian XSPH membuat partikel bergerak dengan kecepatan yang mendekati kecepatan rata-rata di tetangganya.

**2.6 Time Stepping**

Time stepping merupakan fungsi diferensial yang akan menjalankan pergerakan simulasi (plot posisi partikel) tiap step seiring berjalannya waktu. Pada simulasi ini, metode SPH dapat diselesaikan dengan metode Leapfrog. Metode ini menggunakan rumus umum pada metode Euler, yaitu sebagai berikut, [6]

$$x = x + \frac{h}{2} v \tag{2.22}$$

h sebagai interval time stepping yang digunakan (selisih waktu). Sesuai dengan numerical integration (midpoint method) yang digunakan pada metode Leapfrog ini, kita dapat mengganti v dengan nilai tengah dari interval, sebagai berikut. [15]

$$x_1 = x_0 + hv_{1/2} \tag{2.23}$$

Dengan mengasumsikan kita dapat menghitung  $v_{1/2}$  dengan beberapa cara. Kemudian kita dapat mengaplikasikan aturan midpoint untuk menghitung nilai v untuk step selanjutnya.

$$v_{3/2} = v_{1/2} + hF(x_1) \tag{2.24}$$

Kemudian kita mendapatkan step x selanjutnya dengan  $x_2 = x_1 + hv_{3/2}$  dan seterusnya. Demikian kita dapat memulai dengan  $x_0$  dan  $v_{1/2}$  kita dapat melanjutkan x dan v dengan menggunakan metode Leapfrog dan berhubungan satu sama lain.

$$x_{n+1} = x_n + hv_{n+1/2} \tag{2.25}$$

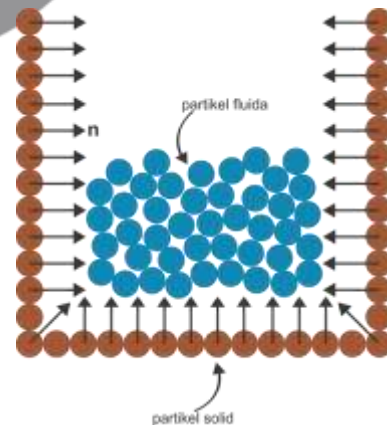
dengan

$$v_{n+3/2} = v_{n+1/2} + hF(x_{n+1}) \tag{2.26}$$

**Syarat Batas**

Di pendekatan SPH, tidak boleh melupakan kondisi partikel yang mendekati batas dinding. Dalam simulasi ini, batas-batas dinding diasumsi sebagai partikel solid. Diperlukan partikel solid untuk mencegah partikel air menembus batas dinding. Partikel-partikel fluida mendekati batas dinding akan mengalami gaya tolak yang berasal dari partikel solid. Gaya tolak yang dialami oleh j partikel air yang mengalami kondisi normal dengan partikel solid batas i diberikan oleh

$$f_{ji} = n_i R(y) P(x) \tag{2.27}$$



**Gambar 3** Partikel batasan yang solid dengan vektor normal

Dengan vektor normal dari batasan padat. Kemudian

$$R(y) = \frac{1}{\sqrt{q}}(1 - q) \text{ dan } P(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\pi x}{\Delta p})) \quad (2.28)$$

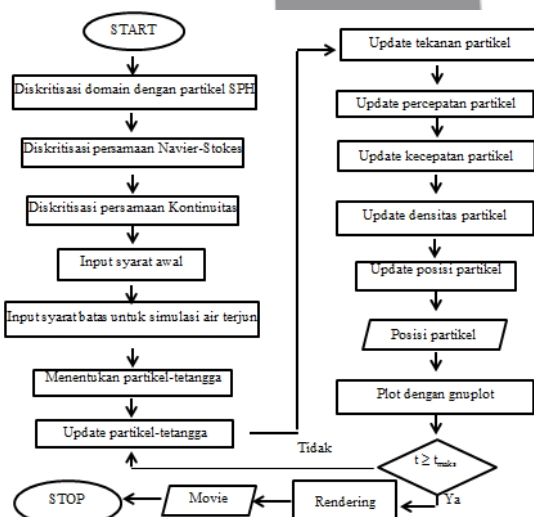
Dengan  $q = \frac{y}{2\Delta p}$ ,  $x$  adalah jarak proyeksi partikel air  $j$  pada tangen vektor dari batas partikel solid  $i$ ,  $y$  adalah jarak tegak lurus partikel air  $j$  dari batas partikel solid  $i$ ,  $\Delta p$  adalah jarak partikel awal. Pilihan jarak partikel batas partikel solid tergantung pada jarak awal partikel air. Jika  $\Delta p$  terlalu kecil, maka partikel air akan mengalami gaya tolak sebelum mendekati batas dinding. Sedangkan jika  $\Delta p$  terlalu besar, beberapa partikel air dapat menembus dinding batas sebelum mengalami gaya tolak. [12]

### 3. Metode Perancangan Sistem

#### 3.1 Deskripsi Sistem

Pada penelitian ini, akan di rancang sebuah simulasi dari aliran air terjun dengan menggunakan metode SPH, untuk membuat simulasi permasalahan tersebut menggunakan bahasa pemrograman C dan C++ dan visualisasi menggunakan gnuplot. Gambaran 2 dimensi dari program adalah aliran air berbentuk partikel-partikel fluida akan mengalir yang merupakan representasi dari aliran air terjun lalu akan terjun ke bawah tebing sehingga dapat diketahui energi yang dihasilkan. Keluaran yang di harapkan dari simulasi ini adalah mengetahui pengaruh ketinggian air terjun terhadap energi yang dihasilkan

#### 3.2 Rancangan Sistem



Gambar 4 Flowchart perancangan sistem

#### 3.3 Deskripsi Perancangan Sistem

1. Start  
Mulai

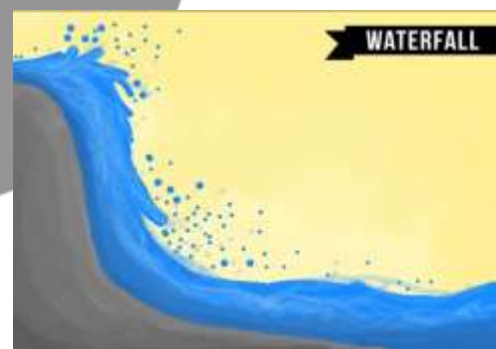
2. Diskritisasi domain dengan partikel SPH  
Data yang akan dimodelkan dengan metode SPH harus berupa partikel-partikel kecil. Dan tahap ini juga menginisiasi diskritisasi pada persamaan pengatur fluida seperti pada persamaan (2.9)

3. Diskritisasi persamaan Navier-Stokes (N-R)  
Diskritisasi menggunakan persamaan Navier-Stokes (N-R) untuk mencari percepatan aliran darah dan selanjutnya akan di dapat kecepatan aliran darah pada saat normal dan penyempitan. Tahap ini menggunakan teori di persamaan (2.16).

4. Diskritisasi persamaan kontinuitas  
Persamaan kontinuitas digunakan untuk mencari kepadatan dari perubahan partikel fluida yang tergantung dari waktu. Tahap ini menggunakan teori di persamaan (2.18).

5. Input syarat awal  
Syarat awal harus diperhatikan dalam membangun simulasi, agar hasil simulasi menyerupai dengan pergerakan fluida. Contoh syarat awal adalah penentuan simulasi dimulai dengan partikel-partikel terkumpul dalam ruang dan bergerak dengan tidak memiliki kecepatan awal menggunakan konsep dam break. Di syarat awal juga ditentukan berapa lama waktu simulasi akan berjalan.

6. Input syarat batas untuk simulasi air  
Untuk menghasilkan simulasi aliran terjun, maka harus ditentukan bagaimana batas-batas yang diterapkan di dalam simulasi, dan juga bagaimana kondisi partikel fluida jika mendekati partikel solid. Tahap ini menggunakan teori di persamaan (2.27).



Gambar 5 Gambar dua-dimensi aliran air terjun

3. Menentukan partikel tetangga  
Akan ditentukan partikel-partikel mana saja yang menjadi tetangga sesuai dengan luas lingkup yang ditentukan (Gambar 2), sehingga tiap partikel akan ditentukan akan bertabrakan dengan partikel mana saja, yang

akan mempengaruhi gerak dari partikel tersebut.

#### 4. Update partikel tetangga

Hasil penentuan partikel tetangga harus selalu diperbarui tiap waktu. Proses ini akan menggunakan fungsi kernel.

#### 5. Update tekanan partikel

Untuk menghasilkan gerak partikel yang saling *sinkron* maka tiap partikel harus ditentukan tekanan tiap partikel menggunakan persamaan keadaan. Tahap ini menggunakan teori di persamaan (2.19).

#### 6. Update percepatan partikel

Dengan persamaan momentum, maka ditentukan percepatan tiap partikel. Percepatan partikel akan selalu berbeda saat sebelum dan sesudah bertabrakan dengan partikel tetangga.

#### 7. Update kecepatan partikel

Menggunakan persamaan momentum hasil integral dari percepatan tiap partikel.

#### 8. Update densitas partikel

Nilai densitas masing-masing partikel akan selalu diperbarui dengan menggunakan persamaan kontinuitas

#### 9. Update posisi partikel

Bagian yang terpenting dalam simulasi aliran air terjun adalah partikel-partikel yang membangunnya berada di posisi yang sewajarnya. Penentuan posisi tiap partikel bisa didapat dari hasil integral kecepatan partikel tersebut. Tahap ini menggunakan teori di persamaan (2.21).

#### 10. Posisi partikel

Dari proses update posisi partikel, akan menghasilkan posisi tiap partikel.

#### 11. Plot posisi partikel

Hasil berupa posisi partikel akan disimpan berupa plot posisi karena merupakan hasil utama dari proses simulasi per berjalannya waktu

#### 12. Periksa mengenai $t \geq t_{maks}$

Seiring berjalannya simulasi, maka diperiksa apakah waktu yang sudah berjalan sudah sampai atau melebihi waktu maksimal yang ditentukan di awal. Jika iya, maka dilanjutkan ke proses rendering. Jika tidak, maka diulang pada proses update partikel tetangga. Waktu berjalan menggunakan *time-stepping* metode *Leapfrog* seperti pada persamaan (2.25)

#### 13. Rendering

Hasil simulasi yang masih berupa plot posisi partikel di tiap waktu akan direndering menjadi kesatuan gerak yang kontinu

#### 14. Movie

Merupakan hasil dari rendering simulasi

#### 15. Stop

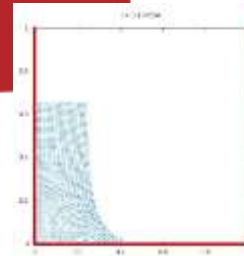
Berhenti

## 4. Analisis Hasil Pengujian

### 4.1 Implementasi Sitem

#### 4.1.1 Kondisi Awal

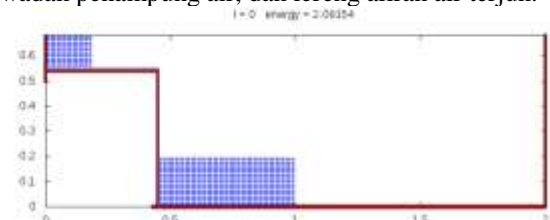
Pada bab ini menjelaskan simulasi aliran air terjun untuk menganalisis energi mekanik dengan metode *smoothed particle hydrodynamics (SPH)* yang dibangun menggunakan bahasa pemrograman C/C++. Software Gnuplot digunakan untuk membantu proses visualisasi plot posisi partikel. Dengan menggunakan bahasa pemrograman C/C++, dilakukan inisiasi parameter-parameter partikel dan rumus-rumus fluida. Ketika file program dijalankan, akan menghasilkan file *log*, kemudian selanjutnya Gnuplot bertugas untuk plot data partikel yang telah terekam di file *log*. SPH simulator ini akan digunakan sebagai program dasar yang digunakan untuk membuat simulasi banjir sesuai dengan inti dari tugas akhir ini.



**Gambar 6** Contoh simulasi dengan SPH

Secara keseluruhan, sistem dibangun dengan luas 2 x 1 meter. Di kondisi awal simulasi, untuk skala sistem berukuran 0,5 meter terdapat partikel fluida sejumlah 80 partikel. Sedangkan untuk partikel solid, pada skala 0,5 meter terdapat 160 dan 320 partikel.

Di hasil plot posisi partikel, setiap partikel memiliki nilai posisi, kecepatan, rho, tekanan, dan massa yang selalu berubah terhadap waktu. Terdapat dua jenis partikel, yang pertama adalah partikel fluida yang tiap partikelnya mengandung nilai kecepatan, dan partikel solid yang tiap partikelnya tidak memiliki nilai kecepatan (dalam kondisi diam). Partikel jenis fluida dibentuk menjadi air yang akan dialirkan menjadi air terjun, sedangkan partikel jenis solid dibentuk menjadi dinding pembatas sistem, wadah penampung air, dan lereng aliran air terjun.



**Gambar 7** Hasil kondisi awal sistem

Setelah sistem dibangun, simulasi dijalankan dengan menggunakan *time-stepping* metode Heun (Runge-Kutta orde II). Program akan terus berjalan hingga mencapai batas akhir yang telah ditentukan.

Dan hasil program berupa video *render frame* plot posisi partikel.

**4.1.2 Fluida**

Fluida ini membentuk air yang akan mengalir seperti air terjun. Tugas yang terpenting adalah membuat kombinasi dari seluruh parameter fluida sehingga bersama-sama membentuk karakteristik fluida. Parameter-parameter tersebut digunakan untuk menjalankan teori rumus di bab landasan teori, lalu diterapkan untuk menjalankan simulasi fluida.

Parameter	Simbol	Nilai	Satuan
Percepatan gravitasi	$g$	$[0.0, -9.8]^T$	$m/s^2$
Massa jenis	$\rho$	1000	$kg/m^3$
Kerapatan partikel	-	0,0124 – 0,0248	m
Diameter partikel	-	0.00625	m

*Tabel 1 Parameter partikel zat cair*

Pada percepatan gravitasi, memiliki nilai negatif di sumbu z atau sama diartikan dengan mengarah “ke bawah”. Nilai massa jenis digunakan untuk mendapatkan nilai parameter fluida lain, seperti nilai massa partikel

**4.1.3 Solid**

Bentuk solid merupakan implementasi partikel yang tidak memiliki kecepatan (kondisi diam). Direpresentasikan dengan bentuk wadah penampung air dan lereng air terjun. Partikel-partikel solid tersebut yang membentuk lingkungan, sehingga dapat terbentuk aliran air terjun..

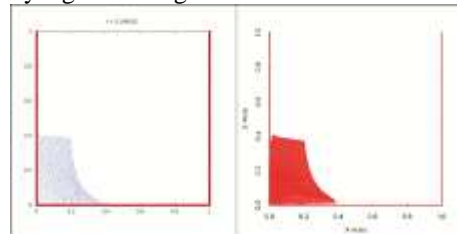
*Tabel 2 Parameter partikel zat padat*

Besar nilai gravitasi, massa jenis dan diameter partikel zat padat sama dengan partikel air. Kerapatan zat padat ini disesuaikan dengan sistem, supaya tidak dapat ditembus oleh air.

**4.1.3 Pengujian Sistem**

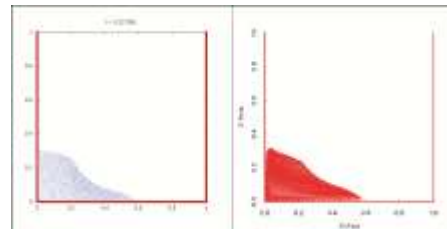
Pada sistem simulasi yang telah dirancang menggunakan parameter-parameter pergerakan fluida, dilakukan perbandingan dengan program *opensource* sistem simulasi SPHysics [2]. Pengujian dilakukan dengan cara simulator fluida yang telah dirancang, dengan membentuk simulasi *dam break*, begitu pula dengan sistem simulator SPHysics

menggunakan parameter-parameter yang sama. Perbandingan dilakukan dengan menyejajarkan frame hasil simulasi dua sistem, dan memperhatikan pergerakan fluida pada detik waktu yang hampir sama. Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat kualitas keakurasian sistem simulasi aliran air terjun yang dirancang.



**Gambar 1 Perbandingan 1**

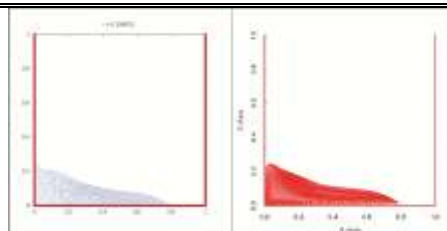
Pada perbandingan 1, sebelah kiri adalah satu frame simulator fluida yang telah dirancang pada detik ke-0,148 dan sebelah kanan adalah frame simulasi SPHysics detik ke-0,16004. Dari hasil perbandingan, bentuk aliran fluida kedua sistem simulasi sedikit berbeda di beberapa bagian bentuk sudut.



**Gambar 2 Perbandingan 2**

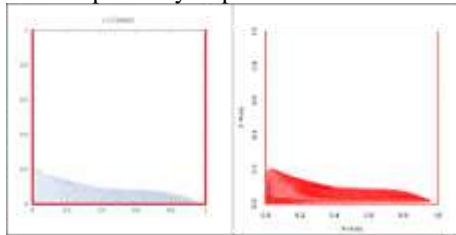
Pada perbandingan 2, sebelah kiri adalah satu frame simulator fluida yang telah dirancang pada detik ke-0,227 dan sebelah kanan adalah frame simulasi SPHysics detik ke-0,24005. Dari hasil perbandingan, bentuk aliran fluida kedua sistem simulasi juga sedikit berbeda di beberapa bagian bentuk sudut.

Parameter	Simbol	Nilai	Satuan
Percepatan gravitasi	$g$	$[0.0, -9.8]^T$	$m/s^2$
Massa jenis fluida	$\rho$	1000	$kg/m^3$
Kerapatan partikel	-	0.00625	m
Diameter partikel	-	0.00625	m
Jumlah partikel	-	10216	-



**Gambar 3 Perbandingan 3**

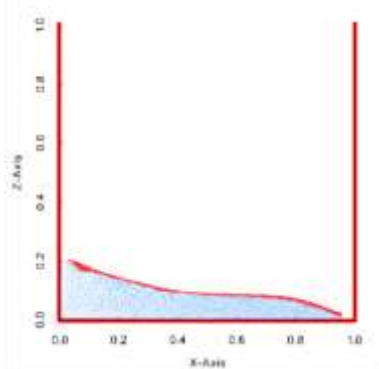
Pada perbandingan 3, sebelah kiri adalah satu frame simulator fluida yang telah dirancang pada detik ke-0,299 dan sebelah kanan adalah frame simulasi SPHysics detik ke-0,32005. Dari hasil perbandingan, bentuk aliran fluida kedua sistem simulasi hampir menyerupai.



**Gambar 4** Perbandingan 4

Pada perbandingan 4, sebelah kiri adalah satu frame simulator fluida yang telah dirancang pada detik ke-0,354 dan sebelah kanan adalah frame simulasi SPHysics detik ke-0,38006. Dari hasil perbandingan, bentuk aliran fluida kedua sistem simulasi hampir menyerupai

Selanjutnya, dilakukan perbandingan dengan cara meletakkan dua frame kedua sistem simulasi pada satu gambar, untuk melihat perbedaan yang pergerakan partikel fluida.



**Gambar 5** Perbandingan dua sistem simulasi

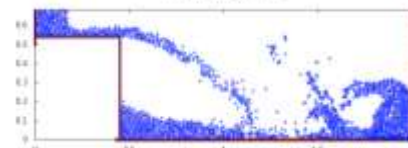
Berbeda dari perbandingan sebelumnya, pada Gambar 12, dengan dua sistem simulasi yang berasal dari dua frame diletakkan pada satu gambar, sehingga dapat dilihat perbandingan langsung antara dua bentuk simulasi secara detail. Untuk partikel berwarna biru adalah sistem simulator fluida milik penulis, sedangkan partikel berwarna merah dalam sistem simulasi SPHysics.

Jika memperhatikan pada hasil pergerakan partikel fluidanya, dapat dikatakan, bahwa hasil sistem simulator fluida yang dirancang hampir menyerupai dengan simulator SPHysics. Sehingga penggunaan parameter fluida dapat digunakan untuk mensimulasikan pergerakan fluida untuk menganalisis pengaruh ketinggian aliran air terjun terhadap energi mekanik yang dihasilkan.

**4.2 Hasil Simulasi**

Pada simulasi aliran air terjun 2 dimensi berbasis *Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)*, dilakukan 3 jenis pengujian simulasi yang berbeda untuk mendapatkan analisis pengaruh ketinggian terhadap besar energi mekanik.

**4.2.1. Dengan Ketinggian 0,55 meter**



**Gambar 13** Simulasi air terjun ketinggian 0,55 meter

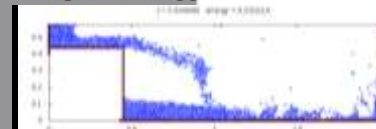
Simulasi ini merupakan simulasi aliran air terjun dengan ketinggian 0,55 meter. Pada ketinggian ini, besar nilai energi mekanik dicatat dari penghitung di zona yang ditentukan (sumbu x dari 0,46 – 1,2 meter dan sumbu y dari 0,45 – 0,55 meter).



**Gambar 14** Grafik energi mekanik terhadap waktu

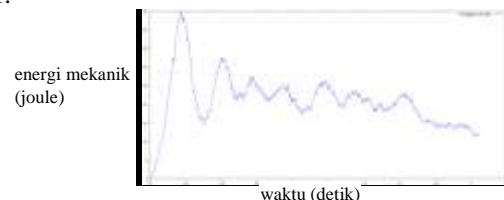
Di ketinggian 0,55 meter ini, energi mekanik didapat di simulasi detik ke- 0,2 (ketika awal air jatuh menyentuh zona penghitung energi). Lonjakan energi yang sangat tinggi di awal simulasi merupakan pengaruh dari tekanan awal fluida yang sangat tinggi. Lonjakan energi tersebut hanya bersifat sementara, dan di waktu selanjutnya, besar energi turun drastis. Dengan besar energi yang tidak stabil sepanjang waktu, maka nilai energi aliran air terjun setinggi 0,55 meter yang bisa digunakan untuk analisis adalah besar energi rata-rata, yakni sebesar 23,83 Joule.

**4.2.2. Dengan Ketinggian 0,45 meter**



**Gambar 4.5** Simulasi air terjun ketinggian 0,45 meter

Pada simulasi ini, dengan ketinggian 0,45 meter, memiliki perbedaan ketinggian setinggi 0,1 meter dibandingkan simulasi sebelumnya. Zona penghitung energi mekanik berada di posisi sumbu x: 0,46 – 1,2 meter dan di posisi sumbu y: 0,35 – 0,45 meter.



**Gambar 4.6** Grafik energi mekanik terhadap waktu

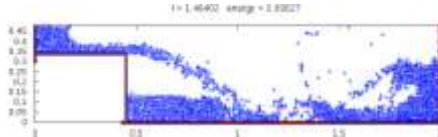
Di ketinggian 0,45 meter ini, energi mekanik didapat di simulasi detik ke- 0,2,. Seperti simulasi sebelumnya, simulasi ini diawali dengan energi mekanik air terjun yang sangat tinggi, kemudian



turun drastis, dan akhirnya energi yang dihasilkan relatif lebih stabil. Nilai rata-rata energi mekanik aliran air terjun setinggi 0,45 meter adalah 21,17 Joule

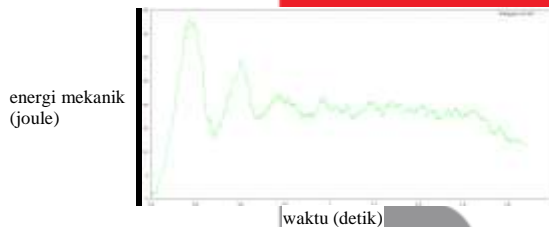
	Ketinggian 0,4 meter	Ketinggian 0,3 meter	Ketinggian 0,2 meter
Energi Mekanik (Joule)	23,83	21,17	18,95

**4.2.3. Dengan Ketinggian 0,35 meter**



**Gambar 4.7** Simulasi air terjun ketinggian 0,35 meter

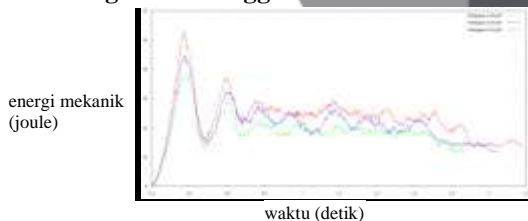
Simulasi dengan ketinggian 0,35 meter, perbedaan ketinggian air terjun menghasilkan besar energi yang berbeda dengan simulasi sebelumnya. Zona penghitung energi mekanik juga berada di sumbu x dari 0,46 – 1,2 meter dan sumbu y dari 0,25 – 0,35 meter, disesuaikan dengan posisi jatuhnya air terjun.



**Gambar 4.8** Grafik energi mekanik terhadap waktu

Di ketinggian 0,35 meter ini, energi mekanik didapat di simulasi detik yang sama dengan simulasi sebelumnya, di detik ke- 0,2. Seperti 2 simulasi sebelumnya, simulasi ini diawali dengan energi mekanik air terjun yang sangat tinggi. Nilai rata-rata energi mekanik aliran air terjun setinggi 0,35 meter adalah 18,95 Joule

**4.2.4. Pengaruh Ketinggian**



**Gambar 4.9** Grafik perbedaan energi mekanik

Pada hasil simulasi, terdapat perbedaan energi mekanik yang didapatkan di tiap ketinggian. Meski besar energi yang didapat tidak stabil, dan juga waktu perhitungan besar energi mekanik di tiap ketinggian dimulai di waktu yang berbeda, analisis perbandingan energi didapat dari nilai rata-rata.

**Tabel 4.3** Perbedaan besar energi mekanik



**Gambar 4.10** Grafik energi mekanik terhadap ketinggian

Berdasarkan tabel 4.3, terdapat perbedaan besar energi mekanik jika pada simulasi dibedakan nilai ketinggian air terjun. Meski perbedaan tersebut tidak signifikan, namun sudah dapat dilihat hasil yang membedakan. Besar energi mekanik aliran air terjun berbanding lurus dengan besar ketinggian air terjun. Semakin tinggi air terjun, semakin tinggi pula besar energi mekanik yang dihasilkan.

Pada simulasi, air terjun dengan ketinggian 0,55 meter yang memiliki energi sebesar 23,83 Joule, maka daya yang dihasilkan adalah sebesar 11,9 Watt. Daya sebesar 11,9 Watt mampu menyalakan sebuah lampu sorot LED dengan tegangan 220 Volt.

Hasil analisis didapat bahwa untuk perbedaan ketinggian 0,1 meter, perbedaan rata-rata energi mekanik yang dihasilkan sebesar 2,4 Joule. Sehingga dapat diartikan, jika terdapat dua air terjun dengan perbedaan ketinggian 0,1 meter sudah memiliki perbedaan kisaran 2,4 Joule energi mekanik yang dihasilkan antara kedua air terjun tersebut.

**5. Penutup**

**5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil implementasi dan analisis yang dilakukan pada simulasi menggunakan Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Dengan menggunakan bahasa pemrograman C/C++, SPH simulator dibangun berdasar kebutuhan perancangan sistem simulasi fluida. Simulasi fluida tersebut dibentuk dari banyak partikel. GNUplot berfungsi untuk memetakan posisi tiap partikel di tiap step waktunya.

2. Metode SPH diimplementasikan untuk membagi fluida menjadi elemen-elemen diskrit yang membuat sebuah sistem partikel dan bergerak di bawah pengaruh gaya hidrodinamik dan gravitasi. Fluida pada aliran air terjun yang direpresentasikan sebagai partikel masing-masing memiliki percepatan,

kecepatan, dan posisi. Dinding batas dan lereng air terjun merupakan bentuk dari partikel solid. Aliran air terjun dapat disimulasikan dengan baik dengan menggunakan seluruh parameter yang mempengaruhi, seperti kondisi sebenarnya

3. Energi mekanik sesuai dengan hukum kekekalan energi sangat dipengaruhi oleh ketinggian benda/obyeknya. Besar energi mekanik berbanding lurus dengan ketinggian benda. Dalam hal ini, semakin tinggi air terjunnya, maka energi mekanik yang dihasilkan akan lebih besar. Pada ketinggian 0,55 meter, air terjun menghasilkan energi mekanik sebesar 23,82 Joule. Dengan ketinggian 0,45 meter, menghasilkan 21,17 Joule. Sedangkan dengan tinggi 0,35 meter 0,35 meter menghasilkan 18,95 Joule. Sehingga dapat diketahui bahwa, dengan bertambahnya ketinggian air terjun sebesar 0,1 meter, akan menambah besar energi mekanik sebesar 2,4 Joule.

## 5.2 Saran

Beberapa saran yang dapat dilakukan untuk penelitian selanjutnya adalah:

1. Simulasi dijalankan dengan waktu simulasi lebih dari 5 detik untuk mendapatkan nilai yang lebih akurat agar ketika dianalisis dapat terlihat perbedaannya
2. Memperpanjang lereng aliran air terjun, untuk mengurangi kecepatan dan tekanan air ketika terjun
3. Simulasi menggunakan metode *time periodic*, supaya mendapatkan besar energi mekanik yang stabil

## Daftar Pustaka

- [1] Berata, W., 2003, *Prediksi Kurva S-N berdasarkan Hukum Kekekalan Energi pada Pembebanan Dinamis Kombinasi Aksial-Torsional*, Jurnal Teknik Mesin, Volume 3, Nomor2, Mei 2003
- [2] Gómez-Gesteira M., dkk., 2012, *SPHysics - development of a free-surface fluid solver- Part 2: Efficiency and test cases*, Computers & Geosciences
- [3] Hasbullah, 2009, *Konversi Energi Air*. Teknik Elektro FPTK UPI, 2009
- [4] Havok, P. dan Westermann, R., 2006, *Realistic and Interactive Simulation of Rivers*, Computer Graphics & Visualization, Technische Universitat Menchen
- [5] Hou, Q., dkk., 2013, *SPH simulation of free overfall in open channels with even and uneven bottom*, CASA-Report 13-20, Eindhoven University of Technology
- [6] I.M. Omelyan, dkk., 2002, *Optimized Forest-Ruth and Suzuki-like Algorithm for Integration of Motion in Many-Body System*. Cornell University Library
- [7] Krog, T., 2003, *Visualization of Large-Scale Fluid*, Lyngby 2003 Masters Thesis IMM-2003-73
- [8] Liu, M. and Liu, G., 2010, *Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an Overview and Recent Developments*, Archives of Computational Methods in Engineering
- [9] Macia, F., dkk, 2013, *<MPS> ≡ <SPH>*, 8th international SPHERIC workshop June 4-6, 2013
- [10] Monaghan, J. J., 1992, *Smoothed Particle Hydrodynamics*. Department of Mathematics, Monash University, Clayton, Victoria 3168, Australia
- [11] Owen, J.M., 2009, *A Compatibly Differenced Total Energy Conserving Form Of SPH*, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore
- [12] Tarwidi, D., *The Smoothed Particle Hydrodynamics Method for Two-Dimensional Stefan Problem*, Proceeding of The 5th International Symposium on Computational Sciences, Yogyakarta, Indonesia, 2012
- [13] The World Bank, *Electric Power Consumption (kWh)*, [online]. Available: <http://data.worldbank.org/indicator/EG.USE.ELEC.KH>. [Diakses tanggal 18 Maret 2015]
- [14] Uchiyama, T., dkk., 2013, *Numerical Simulation of Water Flow through a Nano-Hydraulic Turbine of Waterfall-Type by Particle Method*, International Journal of Rotating Machinery Volume 2013 (2013)
- [15] Young, P., 2014, *The leapfrog method and other "symplectic" algorithms for integrating Newton's laws of motion*