PERHITUNGAN HARGA OPSI TIPE ARITMATIK CALL ASIA DENGAN SIMULASI MONTE CARLO

Ardhia Pringgowati[1]

[1]Prodi Ilmu Komputasi Telkom University, Bandung
[1]ardya.p@gmail.com

Abstrak

Pada penelitian ini berhubungan dengan perhitungan harga opsi Asia jenis *arithmetic average call option* menggunakan simulasi *Monte Carlo* untuk mendapatkan selang kepercayaan estimasi nilai opsinya. Opsi Asia adalah jenis opsi yang *payoff*-nya bergantung pada rata-rata nilai aset yang mendasarinya selama masa berlangsung kontrak. Dengan menggunakan simulasi *Monte Carlo,* lintasan pergerakan nilai saham yang mendasari opsi Asia akan disimulasikan berulang untuk mendapatkan estimasi nilai opsi. Pergerakan saham yang digunakan mengikuti gerak geometri Brownian.

Dari simulasi numerik yang dilakukan, diperoleh bahwa estimasi nilai opsi yang dihasilkan terletak pada selang kepercayaan 95% dan apabila jumlah simulasi *Monte Carlo* diperbesar akan menghasilkan selang kepercayaan yang semakin mengecil begitu pula dengan standar deviasinya. Artinya nilai yang dihasilkan akan semakin akurat.

Kata kunci : opsi asia, *payoff,* gerak geometri brownian, simulasi *monte carlo,* teorema limit pusat.

Abstract

This research is about Asian option price calculation type arithmetic average call with Monte Carlo simulation to get the convidence interval of the estimate of option value. Asian option is a kind of option which its value depend on the averages of its underlying assets value during the time of contract. With Monte Carlo simulation, the movement of the stock price will repeatedly simulate to get the estimate of option value. The movement of the stock price following the Geometric Brownian Motion.

From the numeric simulation, we get that the estimation of option value is between the confidence interval 95% and if we increase the number of Monte Carlo simulation, it will decrease the range of confidence interval and also decrease the value of standar deviation. It means that the resulting value will be more accurate.

Keywords: Asian option, payoff, geometric brownian motion, monte carlo simulation, theory of central limit.

1. Pendahuluan

Salah satu bidang bisnis yang mulai diminati adalah bisnis investasi. Investasi adalah pembelian sejumlah barang atau penanaman sejumlah modal pada suatu bidang yang nantinya akan menghasilkan di kemudian hari. Salah satu contohnya adalah investasi berupa aset atau saham. Investasi ini memiliki peluang menghasilkan keuntungan yang cukup menarik namun juga harus jeli dalam melihat risiko yang mungkin akan terjadi. Pergerakan harga aset atau saham pada pasar modal cenderung sulit untuk diprediksi dikarenakan perilaku pasar yang juga cenderung berubah-ubah.

Beberapa perusahaan saat ini menawarkan sebuah pilihan bisnis yang menarik guna mengurangi kemungkinan risiko saat berinvestasi. Pilihan tersebut adalah opsi. Opsi adalah kontrak antara penjual dan pembeli yang memberikan hak kepada pembeli untuk membeli atau menjual aset yang dia miliki pada sebuah harga yang telah disepakati pada waktu tertentu nantinya[8].

Penelitian Tugas Akhir ini diarahkan ke dalam sebuah permasalahan yang berdasarkan pada kasus opsi Asia. Opsi Asia adalah salah satu jenis opsi dimana nilainya tergantung dari rata-rata harga aset selama interval waktu yang spesifik.

Salah satu metode yang bisa digunakan adalah *Monte Carlo. Monte Carlo* pertama kali diimplementasikan pada pemodelan nilai opsi di tahun 1977 oleh Boyle dimana model ini biasa diterapkan untuk pemodelan nilai opsi yang memiliki fitur-fitur yang rumit.

2. Opsi

Opsi merupakan salah satu jenis *financial derivatives* yaitu sebuah kontrak atau instrumen finansial dimana nilainya berasal dari nilai aset atau barang lain yang dikenal sebagai *underlying.*

Opsi sendiri berarti sebuah kontrak atau perjanjian antara pembeli dan penjual yang memberikan hak kepada pembeli untuk membeli atau menjual *underlying asset* mereka pada harga dan waktu yang telah disepakati[7].

Hak opsi yang dimiliki oleh seorang pembeli opsi adalah :

1. Opsi Beli

Disebut dengan istilah opsi *call*, yaitu suatu hak untuk membeli aset pada harga yang telah disepakati (*strike price)* dalam jangka waktu tertentu dari pihak yang menawarkan opsi (penulis kontrak).

Pihak yang melakukan opsi beli ini antara lain:

a. Pembeli opsi beli disebut *call buyer* atau *long call*, memiliki hak untuk membeli sejumlah aset tertentu dengan harga dan dalam waktu tertentu.
b. Penjual opsi beli disebut *call seller* atau *short call*, memiliki kewajiban untuk menyerahkan sejumlah saham tertentu dengan harga dan dalam waktu tertentu. Hak pelaku opsi ini adalah menerima pembayaran dari aset yang telah diserahkan.

2. Opsi Jual

Disebut dengan istilah opsi *put,* yaitu suatu hak untuk menjual aset pada harga yang telah disepakati dalam jangka waktu tertentu kepada pihak yang menawarkan opsi (penulis kontrak).

Pihak yang melakukan opsi jual ini antara lain:

a. Pembeli opsi jual disebut *put buyer* atau *long put,* memiliki hak untuk menjual sejumlah aset tertentu dengan harga dan dalam waktu tertentu.
b. Penjual opsi jual disebut *put seller* atau *short put,* memiliki hak untuk menerima sejumlah pembayaran dan berkewajiban membeli sejumlah aset tertentu dengan harga dan dalam waktu tertentu.

3. Opsi Asia

Opsi Asia adalah jenis opsi yang nilai *payoff*-nya bergantung pada rata-rata harga aset yang mendasarinya selama masa kontrak berlangsung [5]. Opsi ini termasuk dalam jenis *path-dependent option*, yang berarti nilai opsi saat *expiry time* tergantung terhadap *path* harga saham dari t = 0 hingga T.

Ada beberapa tipe berbeda dari opsi Asia ditinjau dari jenis *payoff* opsi, yaitu :

1. *Continous arithmetic average Asian.*

a. Call option

$$\Phi(S) = max\left(0, \frac{1}{T}\int_0^T S(t)\,dt - K\right) \quad (3.1)$$

b. Put Option

$$\Phi(S) = max\left(0, K - \frac{1}{T}\int_0^T S(t)\,dt\right) \quad (3.2)$$

2. *Continous geometric average Asian.*

a. Call Option

$$\Phi(S) = max\left(0, e^{\frac{1}{T}\int_0^T \log S(t)dt} - K\right) \quad (3.3)$$

b. Put Option

$$\Phi(S) = max\left(0, K - e^{\frac{1}{T}\int_0^T \log S(t)dt}\right) \quad (3.4)$$

3. *Discrete arithmetic average Asian.*

a. Call Option

$$\Phi(S) = max\left(0, \frac{1}{N+1}\sum_{i=0}^{N} S_{hi} - K\right) \quad (3.5)$$

b. Put Option

$$\Phi(S) = max\left(0, K - \frac{1}{N+1}\sum_{i=0}^{N} S_{hi}\right) \quad (3.6)$$

4. *Discrete geometric average Asian.*

a. Call Option

$$\Phi(S) = max\left(0, e^{\frac{1}{N+1}\sum_{i=0}^{N}\log\frac{S_h^i}{N}} - K\right) \quad (3.7)$$

b. Put Option

$$\Phi(S) = max\left(0, K - e^{\frac{1}{N+1}\sum_{i=0}^{N}\log\frac{S_h^i}{N}}\right) \quad (3.8)$$

Keterangan :
S(t) = harga aset saat waktu T
S(h) = harga aset saat Δt
H = Δt
K = *strike price*
N= jumlah *timestep* selama kontrak berlangsung

4. Gerak Brownian dan Saham Lognormal

Misalkan pergerakan saham mengikuti proses acak berikut dimana α dan σ adalah konstanta dan *dX(t)* adalah pergerakan suatu saham maka :

$$dX(t) = \alpha X(t)dt + \sigma X(t)dZ(t) \quad (4.1)$$

Kemudian persamaan tersebut dapat juga ditulis

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = \alpha dt + \sigma dZ(t) \quad (4.2)$$

Variabel yang mengikuti gerak brownian bersifat berdistribusi lognormal.

Secara umum *t* merupakan waktu dalam satuan tahun, α adalah meansaham, σ adalah standar deviasi saham dan δ merupakan deviden suatu saham. Jika kita mengasumsikan bahwa *continuously compounded capital* dari waktu 0 hingga *t*, $ln(S_t/S_0)$ adalah berdistribusi normal dengan mean $(\alpha\text{-}\delta\text{-}0.5\sigma^2)$t dan variansi $(\sigma^2 t)$:

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right) \sim N[(\alpha - \delta - 0.5\sigma^2)t, \sigma^2 t]$$

Dengan menambahkan variabel acak *Z*, kita bisa menuliskan

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right) = (\alpha - \delta - 0.5\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}Z) \quad (4.3)$$

Sehingga kita bisa mendapatkan rumus saham lognormal sebagai :

$$S_t = S_0 e^{(\alpha-\delta-0.5\sigma^2)t+\sigma\sqrt{t}Z} \quad (4.4)$$

Keterangan :
St =harga saham saat waktu t
S_0 =harga saham saat waktu t = 0
α = suku bunga
δ = deviden

σ = volatilitas return saham
Z = bilangan random berdistribusi normal Z ~ *N*(0,1).

5. Opsi *Path-dependent*

Seperti yang telah dijelaskan secara singkat, opsi *path-dependent* memiliki nilai saat *expiry time* tergantung terhadap *path* harga saham dari t = 0 hingga T. Yang dimaksud dengan *path* pada opsi Asia adalah pembagian selang waktu (*time step*) selama kontrak tersebut dijalankan[6].

Berdasarkan perhitungan harga saham lognormal (4.4),

$$S_T = S_0 e^{\left(\alpha-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T+\sigma\sqrt{T}Z} \qquad (5.1)$$

Dimana Z adalah bilangan random berdistribusi normal Z ~ *N*(0,1).

Keterangan :
S_T = harga saham saat waktu T
S_0 = harga saham saat kontrak berlangsung (saat t = 0)
α = suku bunga
δ = deviden
σ = volatilitas return saham
T = *expiry time*
Z = bilangan random berdistribusi normal Z ~ *N*(0,1).

Estimasi nilai volatilitas adalah ukuran ketidakpastian return darisaham. Estimasi nilai volatilitas ini dapat dicari dengan menghitung simpangan baku dari perubahan harga saham pada suatu selang waktu dari data historis. Nilai return saham harian tanpa pembagian deviden ($\delta = 0$) dicari melalui persamaan :

$$R_t = ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

Keterangan :
S_t = nilai saham saat waktu t
S_{t-1}= nilai saham saat waktu t-1

Karena data historis yang digunakan merupakan data harian maka dibuat tahunan dengan mengalikannya 252 yang merupakan jumlah keseluruhan hari kerja perdagangan saham dalam satu tahun.

$$\sigma = \sqrt{\frac{252\ x\ \sum_{i=1}^{n}(R_t-\overline{R_t})^2}{n}}$$

Keterangan :
R_t = nilai return saham
$\overline{R_t}$ = nilai rata-rata return
n = jumlah data

Simulasi *path* dalam perhitungan nilai opsi yang bergantung pada *path*, seperti dalam kasus ini opsi Asia, akan sangat membantu. Misalnya kita akan mensimulasikan *path* sebuah saham selama T tahun maka kita akan membagi selang waktu T tahun tersebut menjadi beberapa bagian sejumlah N dengan rentang *h*(Δt) sama, sehingga $h = \frac{T}{N}$. Sesuai dengan persamaan (2.3.2) maka kita akan memiliki

$$S_h = S_0 e^{\left(\alpha-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)h+\sigma\sqrt{h}Z(1)}$$

$$S_{2h} = S_h e^{\left(\alpha-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)h+\sigma\sqrt{h}Z(2)}$$

dan seterusnya hingga

$$S_{nh} = S_{(n-1)h} e^{\left(\alpha-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)h+\sigma\sqrt{h}Z(n)} \qquad (5.2)$$

6. Simulasi *Monte Carlo*

Metode *Monte Carlo* adalah sebuah algoritma komputasi yang mengandalkan perhitungan berulang pada data sampel untuk mendapatkan hasil numerik dengan kalkulus integral atau dengan metode numerik lainnya. Metode *Monte Carlo* memanfaatkan *strong law of large number*, yang artinya semakin banyak variabel acak yang digunakan akan semakin baik pula pendekatan nilai eksaknya[10].

Penggunaan *Monte Carlo* untuk perhitungan harga opsi baru dilakukan pada tahun 1977 oleh Boyle, dan saat ini mulai digunakan secara luas pada opsi dengan banyak fitur[10].

Misalnya akan dihitung menggunakan *Monte Carlo* harga saham dengan fungsi *stock price* S_T dan waktu *payoff* Tdimana *payoff* opsi Eropa sendiri direpresentasikan sebagai $V(S_T,T)$, maka harga menurut *Monte Carlo* saat t=0 adalah

$$V(S_0,0) = \frac{1}{M}e^{-\alpha T}\sum_{i=1}^{M}V(S_T^i,T) \qquad (6.1)$$

Dimana rata-rata nilai *payoff*-nya adalah :

$$\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\max(0,S_T^i-K) \qquad (6.2)$$

Untuk kasus opsi *call* Asia maka berdasarkan (3.5) dan (6.1) diperoleh

$$V(S_0,0) = e^{-\alpha T}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}max\left(0,\sum_{j=1}^{N}\frac{S_{jh}^i}{N}-K\right) \qquad (6.3)$$

Keterangan :
$V(S_0,0)$ = estimasi harga saham menurut *Monte Carlo* saat t=0
S_{jh}^i =*stock price* saat ke *h*
h = (Δt)
α = suku bunga
T = waktu *exercise*
K = *strike price*
N = jumlah *timestep*

M = jumlah percobaan *Monte Carlo*
$i,j > 0$

Kita akan mendapatkan estimasi nilai opsi saat waktu T adalah:

$$\bar{C} = e^{-\alpha T}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} max\left(0, \sum_{j=1}^{N}\frac{S_{jh}^{i}}{N} - K\right) \quad (6.4)$$

Keterangan :
$\bar{C}$ = estimasi nilai opsi
S_{jh}^{i} = *stock price* saat ke *h*
h = (Δt)
α = suku bunga
T = waktu *exercise*
K = *strike price*
N = jumlah *timestep*
M = jumlah percobaan *Monte Carlo*
$i, j > 0$

Sebagai contoh kita akan mensimulasikan opsi *call* 3 bulan dengan nilai awal aset adalah 40 dan jumlah *timestep* yang diberikan adalah 4. Yang pertama dilakukan berdasarkan (2.4.2) adalah mensimulasi *path* dengan *N*=4 maka $h = \frac{T}{N}$

$$S_1 = 40e^{\frac{\left(\alpha-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{4}+\sigma\sqrt{T/4}z(1)}$$
$$S_2 = S_1e^{\frac{\left(\alpha-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{4}+\sigma\sqrt{T/4}z(2)}$$
$$S_3 = S_2e^{\frac{\left(\alpha-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{4}+\sigma\sqrt{T/4}z(3)}$$
$$S_4 = S_3e^{\frac{\left(\alpha-\delta-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{4}+\sigma\sqrt{T/4}z(4)}$$

Kemudian estimasi nilai opsi berdasar 6.4) setelah dilakukan simulasi *Monte Carlo* sebanyak M =100 percobaan adalah

$$C_{Asia} = e^{-\alpha T}\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100} max\left[0, \left(\frac{S_1+S_2+S_3+S_4}{4}\right) - K\right]$$

7. Teorema Limit Pusat dan Selang Kepercayaan

Teorema limit pusat menjelaskan apabila sebuah sampel $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ berdistribusi acak identik maka sampel tersebut memiliki mean $E(X)=a$ dan variansi $Var(X)=b^2$.

Misalkan $a_M = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_i$ adalah penaksir tak bias untuk a dan $b^2{}_M = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(X_i - a_M)^2$ adalah penaksir tak bias dari b^2.

Berdasarkan Teorema Limit Pusat untuk M→∞ berlaku

$$\frac{\sum_{i=1}^{M} X_i - Ma}{b\sqrt{M}} \sim N(0,1) \quad (7.1)$$

Suatu peubah acak $Y\sim(0,1)$, bila Y dikalikan dengan konstanta dan σ dijumlahkan dengan konstanta μ maka :

$$E(\sigma Y + \mu) = \mu$$
$$Var(\sigma Y + \mu) = \sigma^2$$

Sehingga $\sigma Y + \mu \sim N(\mu, \sigma^2)$. Berlaku juga sesuai dengan Teorema Limit Pusat sehingga didapatkan

$$\sum_{i=i}^{M} X_i \sim N(Ma, b^2M) \quad (7.2)$$

Selanjutnya

$$a_M - a = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_i - a$$

$$E(a_M - a) = E\left(\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_i - a\right)$$
$$= \frac{1}{M}E\left(\sum_{i=1}^{M} X_i\right) - E(a)$$
$$= \frac{1}{M}.Ma - a$$
$$= 0$$

$$Var(a_M - a) = Var\left(\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_i - a\right)$$
$$= \frac{1}{M^2}Var\left(\sum_{i=1}^{M} X_i\right) + Var(a)$$
$$= \frac{1}{M^2}.b^2M + 0$$
$$= \frac{b^2}{M}$$

$$a_M - a \sim N\left(0, \frac{b^2}{M}\right)$$

Sehingga $\frac{a_M - a}{b/\sqrt{M}} \sim N(0,1)$

Untuk selang kepercayaan 95%

$$P\left(\left|\frac{a_M - a}{b/\sqrt{M}}\right| \le 1.96\right) = 0.95$$
$$P\left(-1.96 \le \frac{a_M - a}{\frac{b}{\sqrt{M}}} \le 1.96\right) = 0.95$$
$$P\left(a_M - 1.96\frac{b}{\sqrt{M}} \le a \le a_M + 1.96\frac{b}{\sqrt{M}}\right) = 0.95$$

Dengan *b* mendekati nilai b_M ($b \approx b_M$) maka

$$P\left(a_M - 1.96\frac{b_M}{\sqrt{M}} \le a \le a_M + 1.96\frac{b_M}{\sqrt{M}}\right) = 0.95$$

Sehingga didapatkan selang kepercayaan

$$\left[a_M - 1.96\frac{b_M}{\sqrt{M}}, a_M + 1.96\frac{b_M}{\sqrt{M}}\right] \quad (7.3)$$

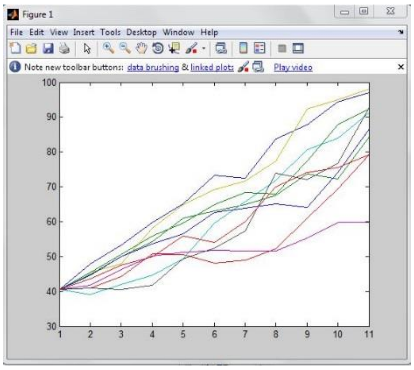
Pada penelitian Tugas Akhir ini, sampel acak X_i merupakan estimasi nilai opsi yang dihasilkan dari simulasi *Monte Carlo.*

8. Implementasi Simulasi *Monte Carlo* pada Opsi Asia

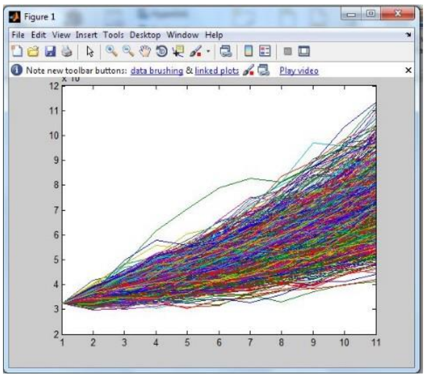
Pada penelitian Tugas Akhir ini dilakukan pengujian berulang dengan berbagai kemungkinan jumlah *timestep* (*N*) dan jumlah simulasi *Monte Carlo* (*M*).

Langkah pertama yang dilakukan adalah melakukan simulasi untuk mendapatkan *path* (lintasan) dari data historis menggunakan parameter-parameter opsi. Sebelumnya data tersebut dicari nilai volatilitasnya. Voaltilitas adalah ukuran ketidakpastian return dari saham.

Berikut merupakan grafik hasil simulasi *path* dari data saham Microsoft dengan masukan harga awal saham S_0 = 40.60, *strike price* K = 40.60, suku bunga α = 0.08, dan deviden δ = 0.



Gambar 1. Hasil simulasi *path* dengan T=3, N=10, M=10



Gambar 2. Hasil simulasi *path* denganT=3, N=10, M=1000

9. Analisis Hasil

Berikut ini merupakan hasil dari pengujian yang telah dilakukan menggunakan beberapa skenario pengujian.

9.1 Pengaruh Banyaknya *Timestep* dan Simulasi *Monte Carlo* Terhadap Estimasi Nilai Opsi dan Selang Kepercayaan 95%

Dilakukan beberapa pengujian dengan berbagai macam kemungkinan waktu *T* (masukan dalam bulan), jumlah *timestep N*, dan jumlah simulasi *Monte Carlo M.*

Diketahui bahwa nilai suku bunga α = 0.08, deviden δ = 0, harga saham awal S_0= 40.60, *strike price K* = 40.60, waktu *T* = 3, 6, 9, 12

Tabel 1. Estimasi Nilai Opsi dan selang Kepercayaan 95%

T	N	M (jumlah simulasi *Monte Carlo*)	Estimasi Nilai Opsi	Selang Kepercayaan 95%	Selisih Selang Kepercayaan	Lamanya Waktu Pengujian (s)
3	10	10	21.7823	[18.0051 26.4403]	8.4352	18.7826
		100	23.5236	[22.4908 25.5068]	3.0160	24.3384
		1000	23.5282	[23.5435 24.4635]	0.9200	179.5833
6	10	10	21.2485	[16.0070 28.2243]	12.2173	15.7114
		100	23.8243	[22.4834 27.1098]	4.6264	18.6396
		1000	23.1541	[23.4461 24.7519]	1.3058	172.8620
9	10	10	23.0960	[21.9046 27.1437]	5.2391	18.0652
		100	23.4645	[22.5666 27.2644]	4.6978	19.7336
		1000	22.4762	[23.0702 24.6618]	1.5916	170.0145
12	10	10	28.9391	[17.4150 45.2478]	27.8328	13.8290
		100	22.9860	[22.2032 27.6977]	5.4945	19.0968
		1000	21.8336	[22.7296 24.5746]	1.8450	179.2767

Tabel 1 menunjukan ketika nilai M atau jumlah simulasi *Monte Carlo* diperbesar selisih selang kepercayaan yang dihasilkan semakin mengecil. Hal ini menunjukkan bahwa semakin banyak simulasi yang dilakukan akan semakin memperakurat hasil.

9.2 Pengaruh Banyaknya *Time step* dan Simulasi *Monte Carlo* Terhadap Standar Deviasi

Standar deviasi merupakan akar dari simpangan nilai yang dihasilkan. Dalam penelitian Tugas Akhir ini, standar deviasi yang dihitung adalah standar deviasi dari simpangan hasil simulasi *Monte Carlo* yang dilakukan untuk mendapatkan estimasi nilai opsi.

Untuk mengetahui besarnya standar deviasi pada simulasi *Monte* Carlo pada penelitian Tugas Akhir ini, dilakukan 6 macam pengujian. Masing-masing pengujian dilakukan sebanyak 10000 kali perulangan. Sesuai dengan percobaan yang dilakukan pada buku Robert L. McDonald yang berjudul *"Derivatives Markets" Chapter 19. Monte Carlo Evaluation.*

Diketahui bahwa nilai suku bunga α = 0.08, deviden δ = 0, harga saham awal S_0= 40.60, *strike price* K = 40.60, waktu T = 3

Tabel 2. Pengujian Standar Deviasi Simulasi *Monte Carlo*

T	M	N	Standar deviasi Simulasi *Monte Carlo*	Waktu (s)
3	10	1	2.4758	624.3137
		3	0.3964	643.1446
		5	0.2551	782.1145
		10	0.1073	921.2190
		20	0.0983	1575.0018
		40	0.0781	18497.1359

Tabel 2 menunjukan hasil bahwa standar deviasi dari simulasi *Monte Carlo* yang dilakukan semakin mengecil ketika jumlah percobaannya semakin diperbesar.

10. Kesimpulan

Berdasarkan analisis hasil pengujian yang dilakukan, maka pada penelitian Tugas Akhir ini didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

1. Saat jumlah *timestep* dan simulasi *Monte Carlo* yang dilakukan semakin diperbesar, maka semakin kecil selang kepercayaan atau rentang kemungkinan nilai opsi yang dihasilkan. Artinya nilai yang dihasilkan semakin akurat.
2. Apabila jumlah *timestep* dan simulasi *Monte Carlo* diperbesar, maka standar deviasinya akan semakin mengecil.
3. Simulasi *Monte Carlo* dapat diimplementasikan dalam menentukan estimasi nilai opsi tipe Asia Eropa.

11. Saran

Pengembangan yang dapat dilakukan untuk Tugas Akhir ini antara lain :

1. Simulasi *Monte Carlo* dapat dikembangkan menggunakan GPU agar waktu pengujiannya lebih cepat.
2. Memperbaiki GUI yang masih sederhana.
3. Mengembangkan Simulasi *Monte Carlo* menggunakan bahasa pemrograman yang lain yang bersifat *open source* sehingga lebih mudah diaplikasikan kesemua kalangan.

Daftar Pustaka:

[1] Ankirchner, Stefan, 2013, *Option Pricing*, Jerman, University of Bonn.

[2] Casarin, Roberto, 2013, *Monte Carlo Methods using Matlab*, Italia, Summer School of Bayesian Econometrics, University Ca' Foscari.

[3] Dunbar, Steven R., *Stochastic Processes and Advanced Mathematical Finance*, Amerika Serikat, Department of Mathematic, University of Nebraska – Lincoln.

[4] *http://finance.yahoo.com/q/hp?s=MSFT+Historical+Prices* diakses pada 12 Agustus 2015 pukul 20.30 WIB.

[5] Hull, John C., 2006, *Options, Futures, and Other Derivatives*, Amerika Serikat, Pearson Education, Inc.

[6] McDonald, Robert L., 2006, *Derivatives Markets Second Edition*, Amerika Serikat, Pearson Education, Inc.

[7] Navidi, William, 2008, *Statistic for Engineers and Scientists*, Amerika Serikat, McGraw Hill.

[8] Sutedi, Adrian, S.H., M.H., 2012, *Produk-Produk Derivatif dan Aspek Hukumnya*, Indonesia, Penerbit Alfabeta Bandung.

[9] Wiklund, Erik, 2012, *Asian Option Pricing and Volatility*, Swedia, Stockholm.

[10] Zhang, Hongbin, 2009, *Pricing Asian Option using Monte Carlo Methods*, Swedia, Department of Mathematic, Uppsala University.