PENENTUAN HARGA OPSI AMERIKA MELALUI MODIFIKASI MODEL *BLACK-SCHOLES*

PRICING AMERICAN OPTION USING BLACK-SCHOLES MODIFICATION MODEL

Hesekiel Maranatha Gultom[1] **Irma Palupi**[2] **Rian Febrian Umbara**[3]

[1,2,3]Prodi S1 Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom

[1]**hesekiel.maranatha@gmail.com** [2]**irma.palupi@gmail.com** [3]**rianum123@gmail.com**

Abstrak

Opsi saham adalah kontrak atas suatu aset yang memberikan hak (tanpa kewajiban) kepada pemilik opsi untuk membeli atau menjual sebuah aset saham pada harga tertentu dalam jangka waktu yang sudah ditentukan. Opsi Amerika adalah opsi yang dapat dilaksanakan pada saat waktu jatuh tempo maupun selama masa berlaku opsi tersebut. Opsi tipe Amerika merupakan opsi yang paling banyak diperdagangkan di bursa opsi. Agar investor dapat membuat keputusan yang tepat di *real* market, harga dan batas *exercise* opsi tipe Amerika perlu ditentukan. Pemodelan *Black-Scholes* dapat digunakan untuk memodelkan opsi tipe Amerika dengan pembagian dividen. Solusi analitik model *Black-Scholes* untuk opsi Amerika belum ditemukan karena memuat batas *exercise*, sehingga dilakukan pendekatan numerik untuk menghitung harga opsi Amerika dan batas *exercise*nya. Metode numerik yang umumya digunakan untuk menyelesaikan masalah opsi tipe Amerika adalah metode beda hingga eksplisit yang dapat diselesaikan dengan algoritma *Projected Successive Over Relaxation (PSOR)*. Dari metode dan algoritma yang ditentukan, akan dihasilkan nilai opsi tipe Amerika melalui perhitungan modifikasi model *Black-Scholes*. Selanjutnya, dilakukan validasi hasil harga opsi saham di market dengan hasil perhitungan. Hasil batas *exercise* yang didapat menghasilkan nilai yang telah memenuhi persamaan $V \geq max\{K - S, 0\}$. Untuk melihat pengaruh terhadap nilai opsi, dilakukan sensitivitas terhadap volatilitas, suku bunga, dan waktu jatuh tempo.

Kata kunci : Opsi, Opsi tipe Amerika, Black-Scholes, Metode beda hingga secara eksplisit.

Abstract

Stock Options is an official contract which give liberties (without obligations) to the option owner to buy or sell stock assets at a certain price within a specified time. American option is the option most widely traded options. So that investors can make informed decisions in the real market, the price of the options and boundary exercises of American type needs to be determined theoretically. Black-Scholes modeling framework can be used to model the American options with dividend payment. Analytic solution has not been found because the model contains boundary exercise. Numerical methods which generally used to solve the problem of American option is explicit finite difference method that can be solved by the algorithm Projected Successive Over Relaxation (PSOR). From methods and algorithms the specified, will be generated American options value through calculation of Black-Scholes modification model. After that, there will be a validation of outcome stocks price in market with the result of formula. Result of the boundary excercise gives a value which meet the equation $V \geq max\{K - S, 0\}$. *To see effects for the option value, sensitivity which do to volatility, interest rate, and expiration date.*

Keywords: *Option, American Options, Black-Scholes, Explicit Finite Difference Method.*

1. Pendahuluan

Opsi saham merupakan suatu kontrak pemberian hak, bukan kewajiban, dimana adanya jaminan untuk membeli atau menjual suatu aset dari pihak pemegang opsi saham kepada pembeli opsi saham dalam menjalankan haknya. Hak pembeli opsi saham dapat berupa hak untuk membeli suatu aset yang sering disebut dengan opsi beli dan hak untuk menjual aset kepada pemegang opsi saham dengan harga yang disepakati disebut dengan opsi jual. Opsi saham juga dapat dikelompokkan berdasarkan aturan waktu pelaksanaannya (*expiration date*). Pengelompokkan tipe opsi saham ini yang sangat terkenal adalah opsi saham tipe Amerika dan opsi saham tipe Eropa. Opsi saham yang dilaksanakan kapan saja sampai tanggal jatuh temponya disebut dengan opsi saham tipe Amerika. Sedangkan opsi saham yang hanya dapat dilaksanakan pada saat tanggal jatuh temponya disebut dengan opsi saham tipe Eropa. Dalam tugas akhir ini, opsi saham yang digunakan adalah opsi saham tipe Amerika.

Model *Black-Scholes* merupakan sebuah model yang dapat digunakan untuk menentukan harga opsi. Model *Black-Scholes* sangat berguna bagi investor, untuk menilai apakah harga opsi yang terjadi di pasar sudah merupakan harga yang dianggap *fair* bagi opsi tersebut. *Fair* disini berarti nilai opsi yang diperdagangkan (baik opsi jual maupun opsi beli) akan memiliki nilai, sebesar harga saham pada saat jatuh tempo. Jadi, terjadi perubahan nilai selama masa opsi berlaku sampai jatuh tempo, sebesar selisih nilai saham sekarang dengan saat jatuh tempo. Sehingga, kedua belah pihak (baik penjual opsi maupun pembeli opsi) tidak ada yang dirugikan (berdasarkan model *Black-Scholes*).

Pada opsi jual Amerika, pemegang opsi mendapatkan hak untuk menjual opsi sebelum atau pada saat jatuh tempo. Karena hal tersebut maka muncul suatu kendala dalam penentuan harga opsi jual Amerika. Kendala tersebut menyebabkan model *Black-Scholes* akan berbentuk pertaksamaan yang sulit dicari solusi analitiknya. Oleh karena itu, pendekatan secara numerik sangat dibutuhkan. Salah satu metode numerik yang digunakan adalah metode beda hingga (*finite difference*) secara eksplisit.

Metode beda hingga dalam menyelesaikan model *Black-Scholes* dengan mendiskritisasi domain dari model tersebut. Metode eksplisit digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial secara numerik. Metode ini cukup sederhana dan biasa digunakan untuk mendiskritisasikan persamaan matematika yang memiliki bentuk turunan.

Berdasarkan serangkaian informasi di atas, dibuat sebuah penelitian Tugas Akhir dengan menerapkan pendekatan modifikasi *Black-Scholes* dalam menghitung opsi Amerika menggunakan metode beda hingga secara eksplisit.

2. Dasar Teori

2.1 Opsi

Berdasarkan hak yang diterima pemilik opsi untuk menjual atau membeli aset terkait, opsi dibedakan menjadi opsi beli dan opsi jual. Opsi Beli *(call)*, yaitu dimana penerbit opsi mempunyai hak untuk membeli sebuah aset pada harga kesepakatan *(strike price)* tertentu dan dalam jangka waktu tertentu yang telah ditetapkan dalam kontrak. Opsi Jual *(put)*, yaitu dimana penjual atau penerbit opsi berkewajiban untuk menjual aset pada saat pemilik opsi melaksanakan haknya.

2.2 Opsi Amerika

Pada subbab ini akan dibahas mengenai perbandingan antara harga opsi beli Amerika dan harga opsi jual Amerika. Pada opsi beli *(call)* Amerika, apabila pemilik mengeksekusi opsi, akan didapat *payoff* sebesar $f(S(t),t) = \max(S(t) - K, 0)$ (1), sedangkan pada opsi jual *(put)* Amerika, apabila pemilik mengeksekusi opsi, akan didapat *payoff* sebesar $f(S(t),t) = \max(K - S(t), 0)$ (2).

Sekarang kita bandingkan harga opsi jual Amerika ($V_A(S(t),t)$) dengan nilai opsi jual Eropa ($V_E(S(t),t)$) dengan saham, harga patokan dan waktu jatuh tempo yang sama. Karena pemegang opsi jual Amerika dapat memilih untuk tidak melaksanakan opsinya sebelum jatuh tempo, maka dapat dikatakan harga opsi jual Amerika paling tidak sama dengan harga opsi jual Eropa, atau dapat ditulis

$$V_A(S(t),t) \geq V_E(S(t),t) \quad (3)$$

Pada setiap waktu sebelum jatuh tempo, dengan diberikan harga saham S(t), pemegang opsi Amerika harus memutuskan apakah ia akan mengeksekusi opsi tersebut atau menunggu (berharap mendapatkan keuntungan yang lebih besar). Jika opsi tersebut dilaksanakan pada saat t maka harga opsi akan sama dengan nilai *payoff* pada saat t.

2.3 Model *Black-Scholes*

Model pergerakan harga saham yang digunakan pada penurunan persamaan diferensial parsial *Black-Scholes* adalah

$$dSt = \mu St dt + \sigma St dW \quad (4)$$

dimana μ adalah ekspektasi *return* saham, σ adalah volatilitas saham, dan W adalah gerak *Brown* standar (proses *Wiener* standar)[1].

Misal terdapat persamaan V(S(t),t). Dengan memakai deret *taylor*[8], nilai perubahan V(S(t),t) terhadap waktu dapat dituliskan sebagai persamaan (5)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial S}.\frac{dS}{dt} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}(dt)^2$$

$$= \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial S}.\frac{dS}{dt} + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\left(\frac{dS}{dt}\right)^2 + \frac{\partial V}{\partial S}.\frac{d^2 S}{dt^2}\right](dt)^2$$

$$= \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial S}.\frac{dS}{dt} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}dS^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial V}{\partial S}.\frac{d^2 S}{dt^2}(dt)^2 \quad (5)$$

Dikarenakan perubahan waktu dt bernilai sangat kecil, maka untuk $n > 1$ dapat diasumsikan $(dt)^n$ menuju 0. Sehingga dengan mengalikan dt pada kedua ruas persamaan (5), serta dengan menyubtitusikan (4) untuk nilai perubahan saham dS, maka diperoleh bentuk model untuk perubahan nilai opsi dV seperti pada persamaan (5)

$$dV = \sigma S\frac{\partial V}{\partial S}dW + \left(\mu S\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \frac{\partial V}{\partial t}\right)dt \quad (6)$$

Misalkan dirancang suatu portofolio dengan nilai Π yang terdiri dari beli opsi dengan nilai V dan jual sebanyak Δ saham dengan harga S.

$$\Pi = V - \Delta S \quad (7)$$

Dalam selang waktu Δt nilai portofolio Π akan mengalami perubahan nilai $d\Pi$.

$$d\Pi = dV - \Delta dS$$

Disini Δ diasumsikan tetap atau konstan pada interval waktu. Selanjutnya subtitusikan persamaan (4), (5), (7) secara bersamaan, kita dapatkan bahwa Π mengikuti *random walk*.

$$d\Pi = \sigma S(\frac{\partial V}{\partial S} - \Delta)dW + \left(\mu S\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \frac{\partial V}{\partial t} - \mu\Delta S\right)dt \quad (8)$$

Kita bisa menghilangkan komponen acak didalam random walk dengan memilih delta, diberikan

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S} \quad (9)$$

Sehingga persamaan (10) tersebut berubah menjadi

$$d\Pi = \left(\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt \quad (10)$$

$$rd\Pi \text{ dt} = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\right)dt \quad (11)$$

Subtitusikan (5) dan (9) kedalam (11) dan dibagi oleh seluruh *dt*, maka kita dapatkan persamaan model *Black-Scholes* seperti berikut:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - \delta)S\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

karena nilai dividen = 0, maka persamaan model *Black-Scholes* menjadi seperti berikut

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0 \quad (12)$$

Persamaan (12) dapat diselesaikan dengan pendekatan numerik, dimana solusi nilai opsi (V) terdefinisi pada domain variabel waktu (t) dan harga saham (S).

2.4 Modifikasi Model *Black-Scholes* untuk Opsi Amerika

Pada subbab sebelumnya sudah dijelaskan bahwa model ini apabila memenuhi persyaratan persamaan maka hanya dapat digunakan untuk tipe Opsi Eropa saja. Maka dengan memakai pendekatan numerik, akan ditinjau kembali domain dari persamaan (12), untuk opsi jual Amerika $S \leq S_f$, dan menghasilkan

$$V = \max\{K - S, 0\}, \frac{\partial V}{\partial t} = 0, \frac{\partial V}{\partial s} = -1, \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = 0 \quad (13)$$

Jika persamaan (13) disubstitusikan ke persamaan (12) akan menjadi

$$0 + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 0 + rS(-1) - r(max\{K - S, 0\}$$
$$= -rS - r(K - S)$$
$$= -rS - rK + rS$$
$$= -rK$$
$$-rK \leq 0[1]$$

Maka akan dihasilkan 2 kemungkinan nilai opsi berdasarkan kapan bisa dilaksanakan (*exercise*):

- $V = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r-\delta)S\frac{\partial V}{\partial S} - rV \leq 0,$ jika opsi tidak di *exercise*
- $V = max\{K - S, 0\}$, jika opsi di *exercise* (14)

2.5 Metode numerik dengan pendekatan metode eksplisit

Pada persamaan (14) ekivalen dengan persamaan panas

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad (15)$$

Persamaan (15) dapat dibuktikan dengan cara transformasi

$$S_t = Ke^x, \quad t = T - \frac{2\tau}{\sigma^2}, \quad q := \frac{2r}{\sigma^2}, \quad q_\delta := \frac{2(r-\delta)}{\sigma^2} \quad V(S,t) = V\left(Ke^x, T - \frac{2\tau}{\sigma^2}\right) =: v(x,\tau)$$

Atau bisa dituliskan hubungan antara nilai opsi $V(S,t) =: v(x,\tau)$ dan solusi persamaan panas $y(x,\tau)$

$$v(x,\tau) =: K \exp\left\{-\frac{1}{2}(q_\delta - 1)x - \left(\left(\frac{1}{4}(q_\delta - 1\right)^2 q\right)\tau\right\} y(x,\tau) \qquad (16)$$

Diskritisasi untuk waktu τ: $\Delta\tau = \frac{\frac{1}{2}\sigma^2 T}{v_{max}}$

$\tau_v := v.\Delta\tau$ untuk $v = 0,1, \ldots\ldots, v_{max}$

Diskritisasi untuk jarak x : $\Delta x = \frac{X_{max} - X_{min}}{M}$

$x_i := x_{min} + i.\Delta x$ untuk $i = 0,1, \ldots\ldots$,m

Maka diperoleh rumus untuk opsi jual tipe Amerika seperti berikut:

$$g(x,\tau) = exp\left\{\frac{\tau}{4}((q_\delta - 1)^2 + 4q)\right\} \max\left\{e^{\frac{x}{2}(q_\delta - 1)} - e^{\frac{x}{2}(q_\delta + 1)}, 0\right\} \qquad (17)$$

2.6 Penyelesaian Opsi Amerika dengan algoritma PSOR *(Projected Successive Over Relaxation)*

Algoritma PSOR merupakan aproksimasi yang cukup baik bagi penilaian opsi put Amerika dengan mentransformasikan kembali persamaan panas ke model *Black-Scholes.* Berdasarkan persamaan (16), diaproksimasikan dengan $g_{iv} := g(x_i, \tau_v)$, untuk $0 \leq i \leq m$ dan $0 \leq v \leq v_{max}$. Metode beda hingga eksplisit dapat dikombinasikan dalam formula

$$\frac{w_{i,v+1} - w_{iv}}{\Delta\tau} = \theta\frac{w_{i+1,v+1} - 2w_{iv+1} + w_{i-1,v+1}}{\Delta x^2} + (1-\theta)\frac{w_{i+1,v} - 2w_{iv} + w_{i-1,v}}{\Delta x^2}$$

dengan memilih nilai θ untuk metode eksplisit yaitu 0 [1].

Pertaksamaan $\frac{\partial y}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \geq 0$ (18) dapat didiskritisasi menjadi

$w_{i,v+1} - \lambda\theta(w_{i+1,v+1} - 2w_{iv+1} + w_{i-1,v+1}) - w_{iv} - \lambda(1-\theta)(w_{i+1,v} - 2w_{iv} + w_{i-1,v}) \geq 0,$ dimana $\lambda := \frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}$ dan $y := w$

Untuk mencari solusi permasalahan dari w, maka

$$Aw - b \geq 0, \quad w \geq g, \quad (Aw - b)(w - g) = 0 \qquad (19)$$

dimana A merupakan matriks diagonal[1], $Aw - b := y$ dan $w - g := x$ (20)

Setelah itu untuk menghitung solusi w dari persamaan (19), harus mencari nilai y dan x untuk $\hat{b} := b - Ag$, dimana

$$Ax - y = \hat{b}, x \geq 0, y \geq 0 \qquad (21)$$

Persamaan (21) merupakan iterasi dari algoritma PSOR. Untuk mencari nilai erornya, digunakan vektor $x^{(k)} - x^{(k-1)}$ dan menghasilkan nilai eror sebagai berikut,

$$r_i^{(k)} := \hat{b}_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k-1)} - a_{ii} x_i^{(k-1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k-1)} \qquad (22a)$$

$$x_i^{(k)} = x_i^{(k-1)} + \omega_R \frac{r_i^{(k)}}{a_{ii}} \qquad (22b)$$

dimana nilai ω_R yaitu $1 \leq \omega_R < 2$ [1].

Dari persamaan (22b) dapat kita tuliskan menjadi

$\rho := \frac{b_i+\alpha(v_{i-1}^{new}+u_{i+1})}{1+2\alpha}$ (23), dimana $\alpha = \lambda\theta$ dan v^{new} merupakan aproksimasi dari u.

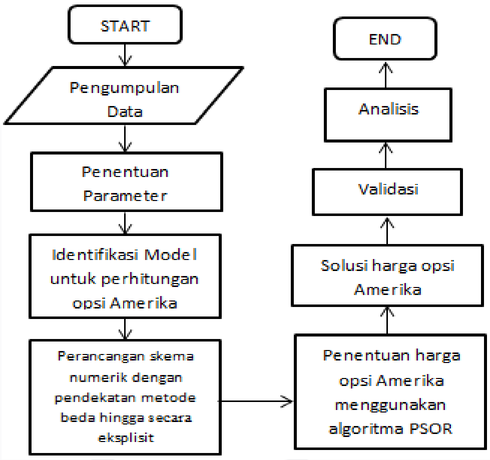
Sehingga untuk mencari nilai opsi Amerika (v^{new}) adalah

$$u := v^{new} = max\{g_{i,v+1}, v_i + \omega_R(\rho - v_i)\} \qquad (24)$$

Dimana $g_{i,v+1}, v_i$ mendekati persamaan (17)

3 Peramcangan Skema Numerik

Penentuan harga opsi jual Amerika menggunakan pendekatan metode beda hingga secara eksplisit dilakukan sesuai dengan gambar 3.1



Gambar 3.1 *flowchart* alur penyelesaian

a. Identifikasi Model untuk perhitungan opsi Amerika

Pada proses ini akan ditransformasikan model modifikasi *Black-Scholes* dari persamaan menjadi pertaksamaan (subbab 2.5).

b. Solusi harga opsi Amerika

Pada subbab (2.6) setelah dilakukan iterasi, dengan memasukkan parameter yang sudah tertera sebelumnya, menghasilkan persamaan (22b) yang telah dirubah menjadi persamaan (23). Setelah itu mencari nilai u yang baru (24) dan ditransformasi kembali ke persamaan (16) sehingga diperoleh nilai opsi Amerikanya.

c. Validasi

Dalam proses ini akan dilakukan validasi opsi saham Microsoft yang diperoleh dari data *yahoo finance*[5] untuk membandingkan harga pada data historis dengan hasil penelitian.

d. Analisis

Akan dihasilkan analisis berupa harga opsi amerika yang bergantung pada nilai saham dan waktu (V(S,t)). Batas *exercise* yang dicari untuk melaksanakan *(exercise)* dan meneruskan opsi Microsoft, yaitu dengan cara melihat persinggungan atau perpotongan antara nilai opsi dengan nilai *payoff*. Selanjutnya untuk melihat perbandingan beberapa parameter terhadap nilai opsi, dilakukan sensitivitas terhadap nilai volatilitas, nilai suku bunga, dan waktu jatuh tempo.

4 Implementasi Skema Numerik, Hasil, dan Analisis

Pada pengujian ini, data yang digunakan adalah data saham harian dari perusahaan Microsoft yang diperoleh dari situs *yahoo finance*[5], dengan rentang waktu pengamatan mulai tanggal 28-Nov-2013 sampai 28-Nov-2014. Dalam satu tahun terdapat 252 hari kerja tanpa menghitung hari sabtu dan minggu. Kemudian dari data tersebut dihitung volatilitas harga saham Microsoft, diperoleh volatilitas seperti Tabel 4.1. Sedangkan suku bunga bebas resiko saat ini diambil dari situs *web global-rates*[4] yaitu r = 0.0025.

Strike Price	HARGA SAAT INI (28 Nov 2014)	implid volatility (σ)
47	1.5	20.75%
48	2.04	20.56%
49	2.62	20.56%
50	3.23	21.29%
55	6	27.01%

Tabel 4.1 Harga market

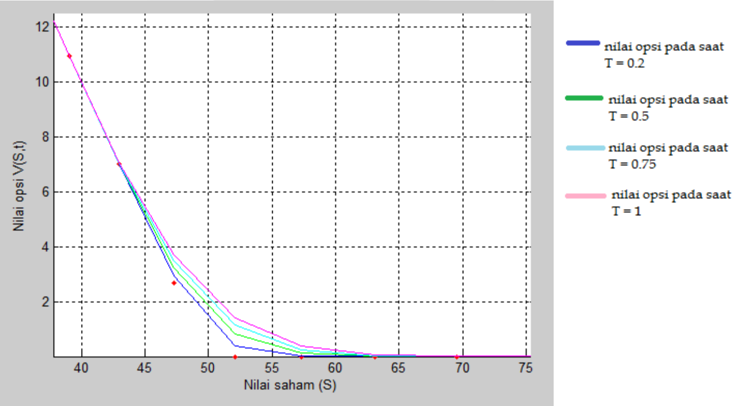
Berikut ini adalah harga opsi jual Amerika menggunakan metode beda hingga secara eksplisit dengan partisi waktu (n) sebanyak 100. Selain menggunakan nilai parameter volatilitas harga saham, simulasi juga akan menggunakan nilai parameter suku bunga, dan juga waktu jatuh tempo (T). Kemudian hasil nilai opsi menggunakan metode beda hingga secara eksplisit akan dibandingkan dengan nilai opsi dari data market opsi jual *(put)* Microsoft.

T = 60/252, n= 100, S(0) = 47.81, r = 0.0025[4]				
Strike Price(K)	Harga Opsi (V_A)	Harga Saat Ini (V_{market})	Selisih Harga $\lvert V_A - V_{market} \rvert$	Mean Selisih
47	1.84847	1.5	0.3485	0.6936
48	1.86966	2.04	0.1703	
49	2.98333	2.62	0.3633	
50	3.10976	3.23	0.1202	
55	8.46559	6	2.4656	

Tabel 4.2 Harga opsi jual *(put option)* dengan n = 100

Berdasarkan pengujian yang dilakukan, bahwa hasil yang diperoleh menggunakan metode beda hingga secara eksplisit dan hasil harga opsi saham di market tidak berbeda jauh yaitu 0.6936.

Karena opsi put Amerika waktu jatuh temponya (T) bisa kapan saja, maka dilakukan pengujian untuk mencari nilai opsi dengan beberapa T diantaranya T=0.2, T=0.5, T=0.75, dan T=1. Pengujian ini juga dilakukan menggunakan (S_0)=K=50, r=0.1, dan σ = 0.4 Hasilnya dapat dilihat pada gambar 4.1

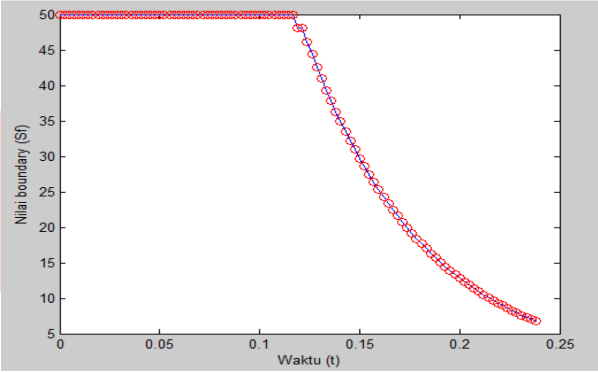


Gambar 4.1 nilai opsi untuk T=0.2, T=0.5, T=0.75, dan T=1

Untuk T=0.2 nilai opsinya adalah 4.07556, T=0.5 nilai opsinya 5.46362, T=0.75 nilai opsinya 6.20483, T=1 nilai opsinya 6.77864. Dilihat dari hasilnya semakin lama waktu jatuh tempo dari nilai saham maka semakin besar nilai opsi yang didapat.

4.1 Analisis Batas *Exercise* opsi jual Amerika

Selanjutnya adalah menentukan batas *exercise*. Hal ini dilakukan karena setiap interval waktu (t) terdapat kondisi optimal *S*, kapan opsi bisa dilaksanakan. Akan dicari Sf yang merupakan batas *exercise* opsi, yang membagi daerah *S* menjadi daerah *exercise* dan daerah menahan opsi. Pengujian dilakukan dengan menggunakan T = 0.23809 (waktu jatuh tempo 60 hari), (S_0) = 47.81, r = 0.1, σ = 0.2129, K=50, n=100. Hasilnya dapat dilihat pada gambar 4.2

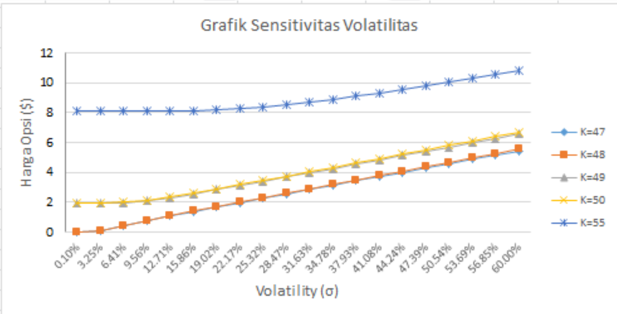


Gambar 4.2 Batas *exercise* untuk K=50 dengan σ = 0.2129, T = 0.23809, (S_0) = 47.81, r = 0.1, n=100

Pada saat t=0.1 nilai batas *exercisenya* (S_f) adalah 50, sedangkan pada t=0.15 nilai batas *exercisenya* adalah 29.726, dan pada saat waktu jatuh tempo (T=0.23809) nilai batas *exercisenya* adalah 6.76676. Hal ini menunjukkan bahwa nilai batas *exercise* akan semakin kecil pada saat mendekati waktu jatuh tempo (T).

4.2 Sensitivitas terhadap nilai opsi

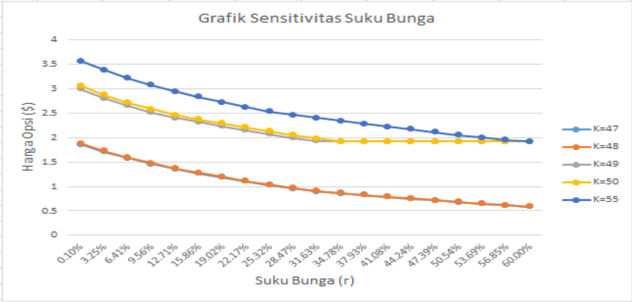
Untuk melihat sensitivitas volatilitas, pengujian dilakukan dengan menggunakan T = 0.23809 (waktu jatuh tempo 60 hari) , (S_0) = 47.81, r = 0.0025, dan menggunakan nilai volatilitas (σ) yang berbeda-beda dari 0.1% sampai 60% dengan partisi sebanyak 100. Tujuan dari pengujian tersebut adalah untuk melihat pengaruh volatilitas terhadap harga opsi jual *(put)* Amerika menggunakan metode beda hingga secara eksplisit. Hasilnya dapat dilihat pada gambar (4.5).



Gambar 4.5 Grafik sensitivitas volatilitas

Dari Gambar 4.5 menunjukkan bahwa semakin besar harga kesepakatan (K) dan semakin tinggi volatilitasnya (σ) maka nilai opsi akan semakin besar. Hal tersebut membuktikan bahwa nilai volatilitas terhadap nilai opsi sangat berpengaruh.

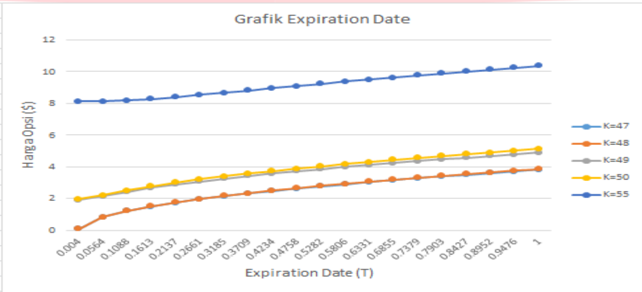
Untuk melihat sensitivitas suku bunga, pengujian dilakukan dengan menggunakan T = 0.23809 (waktu jatuh tempo 60 hari), (S_0) = 47.81, nilai volatilitas (σ) sesuai dengan Tabel 4.1, dan menggunakan nilai suku bunga yang berbeda-beda dari 0.1% sampai 60% dengan partisi sebanyak 100. Hasilnya dapat dilihat pada gambar (4.6).



Gambar 4.6 Grafik sensitivitas suku bunga

Dari Gambar 4.6 menunjukkan bahwa semakin besar harga kesepakatan (K) dan semakin tinggi suku bunganya (r) maka nilai opsi akan semakin kecil. Hal tersebut membuktikan bahwa nilai suku bunga terhadap nilai opsi sangat berpengaruh.

Untuk melihat sensitivitas waktu jatuh tempo *(expiration date)*, pengujian dilakukan dengan menggunakan (S_0) = 47.81, r = 0.0025, nilai volatilitas (σ) sesuai dengan Tabel 4.1, dan menggunakan waktu jatuh tempo yang berbeda-beda dari 0.004 sampai 1 dimana 0.004 merupakan hari pertama dan 1 merupakan hari ke 252, dengan partisi sebanyak 100. Hasilnya dapat dilihat pada gambar (4.7).



Gambar 4.7 Grafik sensitivitas *expiration date*

5. Kesimpulan

i. Hasil perhitungan nilai opsi jual Amerika menggunakan metode beda hingga secara eksplisit dengan data saham historis yaitu mean selisihnya 0.6936 dengan jumlah partisi (n) sebanyak 100.

ii. Hasil batas *exercise* yang didapat menghasilkan nilai yang baik karena telah memenuhi persamaan $V \geq \max\{K - S, 0\}$, dimana harga kesepakatan (K) selalu lebih besar dari harga saham (S).

iii. Berdasarkan hasil pengujian nilai volatilitas (σ) dan waktu jatuh tempo (T) terhadap nilai opsi, dapat diambil kesimpulan semakin besar harga kesepakatan (K), hasil estimasi harga opsi yang diihasilkan semakin baik. Sebaliknya pada pengujian suku bunga (r) terhadap nilai opsi, dapat diambil kesimpulan semakin besar harga kesepakatan (K), hasil estimasi harga opsi yang diihasilkan tidak baik.

Daftar Pustaka

[1] Seydel, R., & Seydel, R. (2002). *Tools for computational finance* (Vol. 4). Berlin: Springer.

[2] Higham, D. (2004). *An introduction to financial option valuation: mathematics, stochastics and computation* (Vol. 13). Cambridge University Press.

[3] Richardson, Mark. "Numerical methods for option pricing." *University of Oxford, Special topic* (2009).

[4] http://www.global-rates.com/interest-rates/central-banks/central-bank-america/fed-interest-rate.aspx diakses pada : 2 desember 2014, 20:18

[5] http://finance.yahoo.com/options/ diakses pada: 14 Desember 2014, 21:45

[6] http://finance.yahoo.com/stock-center/ diakses pada: 14 Desember 2014, 21:36

[7] Wilmott, P. (2007). *Paul Wilmott introduces quantitative finance*. John Wiley & Sons.

[8] http://www.mimuw.edu.pl/~apalczew/ diakses pada: 30 Juni 2015, 19:40